

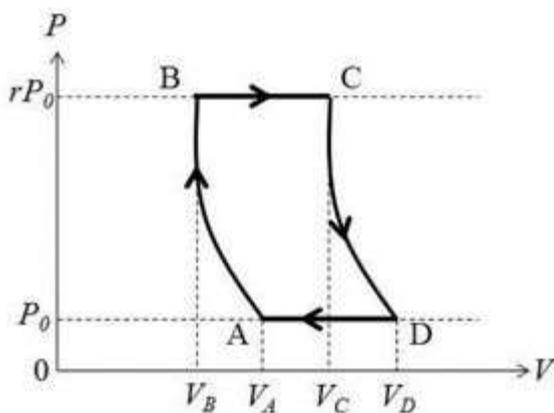
1) Em um experimento, 200 g de alumínio a  $100\text{ }^\circ\text{C}$  são misturados com 50,0 g de água a  $20,0\text{ }^\circ\text{C}$ , sendo que a mistura foi isolada termicamente. Considere que o processo atinge o equilíbrio térmico lentamente e que o calor específico do alumínio é de  $900\text{ J/kg}\cdot\text{K}$  e da água  $1,0\text{ cal/g}^\circ\text{C}$ .

- (1,0) Qual é a temperatura de equilíbrio do sistema?
- (1,0) Qual é a variação de entropia do alumínio?
- (1,0) Qual é a variação da entropia da água?
- (1,0) Qual é a variação da entropia do sistema?

2) Considere uma máquina térmica que opera de acordo com o ciclo termodinâmico representado abaixo, onde AB e CD são curvas adiabáticas e BC e DA são isobáricas. A substância de trabalho consiste em 1,00 mol de um gás ideal monoatômico de constante adiabática  $\gamma$ . O fator  $r$  é denominado taxa de compressão, sendo  $r = P_B/P_A$ . Considere os seguintes dados:

$$r = 10; P_A = 10^5 Pa; V_C = 2V_B = 20\text{ L}; V_D = 2V_A = V_C \cdot r^{1/\gamma}$$

- (1,5) Determine o trabalho realizado pela máquina.
- (1,5) Determine o rendimento da máquina.
- (1,0) Determine a temperatura máxima e a temperatura mínima do ciclo.
- (1,0) Determine o rendimento de um ciclo de Carnot operando entre as mesmas temperaturas extremas.
- (1,0) Faça uma representação esquemática desse ciclo em um diagrama  $S \times P$  (entropia em função da pressão), supondo que todos os processos sejam reversíveis. Justifique sua resposta.



### Resolução do Exercício 1:

a)

$$Q_{Al} + Q_{H_2O} = 0$$
$$m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot (T_{eq} - T_{i_{Al}}) + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot (T_{eq} - T_{i_{H_2O}}) = 0$$
$$T_{eq} = \frac{m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot T_{i_{Al}} + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot T_{i_{H_2O}}}{m_{Al} \cdot c_{Al} + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O}}$$
$$T_{eq} = \frac{0,2 \times 900 \times 373 + 0,05 \times 4187 \times 293}{0,2 \times 900 + 0,05 \times 4187} \cong 330 \text{ K}$$

b) Para calcular a variação na entropia nesse processo irreversível de condução de calor, vamos considerar um processo reversível que resulte nos mesmos estados inicial e final do sistema. Vamos considerar um processo reversível em que o alumínio libera calor em passos infinitesimais para um reservatório de temperatura regulável, até atingir a temperatura de equilíbrio. Assim:

$$\Delta S_{Al} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_{T_{i_{Al}}}^{T_{eq}} \frac{m_{Al} \cdot c_{Al} dT}{T} = m_{Al} \cdot c_{Al} \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_{i_{Al}}}\right) \cong -22,1 \frac{J}{K}$$

c) Da mesma forma, considerando um processo reversível em que a água recebe calor em passos infinitesimais de um reservatório de temperatura regulável, até atingir a temperatura de equilíbrio, temos:

$$\Delta S_{H_2O} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_{T_{i_{H_2O}}}^{T_{eq}} \frac{m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} dT}{T} = m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_{i_{H_2O}}}\right) \cong 24,9 \frac{J}{K}$$

$$d) \Delta S = \Delta S_{Al} + \Delta S_{H_2O} = 2,8 \frac{J}{K}$$

### Resolução do Exercício 2:

$$a) W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

No caso dos processos isobáricos,  $W_{isob} = P\Delta V$ .

No caso dos processos adiabáticos,  $W_{adiab} = -\Delta U = -C_V \Delta T = -\frac{3}{2} nR \Delta T$  (gás monoatômico ideal). Logo,

$$W = -\frac{3}{2} nR(T_B - T_A) + P_B(V_C - V_B) - \frac{3}{2} nR(T_D - T_C) + P_A(V_A - V_D)$$

$$W = -\frac{3}{2} nR \left( \frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) + P_B(2V_B - V_B) - \frac{3}{2} nR \left( \frac{P_D V_D}{nR} - \frac{P_C V_C}{nR} \right) + P_A(V_A - 2V_A)$$

$$W = -\frac{3}{2} (P_B V_B - P_A V_A) + P_B V_B - \frac{3}{2} (2P_A V_A - 2P_B V_B) - P_A V_A$$

$$W = P_A V_A \left( \frac{3}{2} - 3 - 1 \right) + P_B V_B \left( -\frac{3}{2} + 1 + 3 \right) = \frac{5}{2} (P_B V_B - P_A V_A)$$

$$W = \frac{5}{2} (10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{1/\gamma} \cdot 10^{-3}) = \frac{5}{2} (10^4 - 10^3 \cdot 10^{3/5}) = \frac{5}{2} (10^4 - 10^{3,6})$$

$$W \cong 15050 \text{ J}$$

b) Ocorre troca de calor apenas nas etapas BC e DA.

Etapa BC:

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} - W_{BC}$$

$$\frac{3}{2}nR(T_C - T_B) = Q_{BC} - P_B(V_C - V_B)$$

$$\frac{3}{2}nR \left( \frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_B V_B}{nR} \right) = Q_{BC} - P_B(V_C - V_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2}(P_C V_C - P_B V_B) + P_B(V_C - V_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2}(2P_B V_B - P_B V_B) + P_B(2V_B - V_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2}(P_B V_B) + P_B V_B = \frac{5}{2}P_B V_B = \frac{5}{2} \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^4 J$$

Nota-se que  $Q_{BC} > 0$ , de forma que o sistema recebe calor nessa etapa (fonte quente).

Logo, o rendimento da máquina é:

$$\eta = \frac{W}{Q_q} = \frac{W}{Q_{BC}} = \frac{15050}{25000} \cong 0,60$$

c) Determinando as temperaturas nos pontos A, B, C, D:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{2P_B V_B}{nR}$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{2P_A V_A}{nR}$$

Como  $P_B V_B > P_A V_A$  (ver item a), a temperatura máxima ocorre no ponto C, e a temperatura mínima ocorre no ponto A. Faz sentido, já que a temperatura é máxima após o recebimento de calor da fonte quente ( $Q_{BC}$ ) e é mínima após a liberação de calor para a fonte fria ( $Q_{DA}$ ). Logo:

$$T_{min} = T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{1/3} \cdot 10^{-3}}{8,314} = \frac{10^{3,6}}{8,314} \cong 479 K$$

$$T_{max} = T_C = \frac{2P_B V_B}{nR} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{8,314} = \frac{2 \cdot 10^4}{8,314} \cong 2400 K$$

Obs: o ciclo deste exercício é uma representação idealizada do que ocorre em uma turbina a gás (ciclo de Joule ou ciclo de Brayton). Em turbinas típicas, a temperatura máxima na câmara de combustão costuma atingir cerca de 1400 K.

d) Rendimento de um ciclo de Carnot operando entre  $T_{\min}$  e  $T_{\max}$ :

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{479}{2400} \cong 0,80$$

e) Nas etapas adiabáticas (AB e CD),  $\Delta S = 0$  se os processos forem reversíveis. Logo, em um diagrama ST esses processos serão linhas horizontais. Vamos avaliar qual desses processos possui maior entropia, comparando os pontos B e C e escrevendo S em termos de P e V:

$$S_B = C_V \ln(P_B V_B^\gamma) + \text{constante}$$

$$S_C = C_V \ln(P_C V_C^\gamma) + \text{constante} = C_V \ln(P_B (2V_B)^\gamma) + \text{constante}$$

Logo, concluímos que  $S_C > S_B$ .

Na etapa BC:  $\Delta S = \int_B^C \frac{dQ}{T}$ . Nessa etapa, o sistema recebe calor, de modo que  $Q_{BC} > 0$  e a entropia aumenta ( $\Delta S > 0$ ).

Na etapa DA:  $\Delta S = \int_D^A \frac{dQ}{T}$ . Nessa etapa, o sistema libera calor, de modo que  $Q_{DA} < 0$  e a entropia diminui ( $\Delta S < 0$ ).

Reunindo todas essas considerações, o diagrama SP pode ser representado da seguinte forma:

