

MAT-2464 - Lista 5 - Integral

(I) Calcule as seguintes integrais triplas, utilizando coordenadas esféricas:

(1) $\int \int \int_G z dV$, sendo G a região limitada pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ que está no primeiro octante.

(2) $\int \int \int_G \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, sendo G o sólido limitado pelo hemisfério norte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e o plano $z = 0$.

(3) $\int \int \int_G z dx dy dz$, sendo G a região que está no interior da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e acima do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(II) Determine a massa de um hemisfério sólido G de raio $a > 0$, sabendo-se que a densidade de massa, em cada ponto, é proporcional à sua distância ao centro da base.

(III) Calcule a massa do sólido $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq b^2 \text{ e } z \geq a\}$, sendo $0 < a < b$, e a função densidade dada por $\delta(x, y, z) = z$.

(IV) Calcule o volume do sólido G definido por $x^2 + y^2 - 2y = 0$, com $z \geq 0$ e $z^2 = x^2 + y^2$.

(V) Um sólido G ocupa a região entre duas esferas concêntricas de raios 1 e 2, respectivamente, e tem densidade, em cada ponto, inversamente proporcional à distância do ponto ao centro comum. Determine a constante de proporcionalidade, sabendo que a massa do sólido é 6.

(VI) Calcule $\int \int \int_G 5\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$, onde G é a região limitada superiormente pela esfera $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ e inferiormente pelo cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

(VI) Calcule $\int \int \int_G 2z \cos(x^2 + y^2) dV$, sendo G o sólido definido por $x^2 + y^2 + z^2 \leq \pi$, $z \geq 0$.