

## MAT-2464 - Lista 5 - Integral

(I) Calcule as seguintes integrais triplas, utilizando coordenadas esféricas:

(1)  $\int \int \int_G z dV$ , sendo  $G$  a região limitada pela esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  que está no primeiro octante.

(2)  $\int \int \int_G \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$ , sendo  $G$  o sólido limitado pelo hemisfério norte da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  e o plano  $z = 0$ .

(3)  $\int \int \int_G z dx dy dz$ , sendo  $G$  a região que está no interior da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  e acima do cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

(II) Determine a massa de um hemisfério sólido  $G$  de raio  $a > 0$ , sabendo-se que a densidade de massa, em cada ponto, é proporcional à sua distância ao centro da base.

(III) Calcule a massa do sólido  $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq b^2 \text{ e } z \geq a\}$ , sendo  $0 < a < b$ , e a função densidade dada por  $\delta(x, y, z) = z$ .

(IV) Calcule o volume do sólido  $G$  definido por  $x^2 + y^2 - 2y = 0$ , com  $z \geq 0$  e  $z^2 = x^2 + y^2$ .

(V) Um sólido  $G$  ocupa a região entre duas esferas concêntricas de raios 1 e 2, respectivamente, e tem densidade, em cada ponto, inversamente proporcional à distância do ponto ao centro comum. Determine a constante de proporcionalidade, sabendo que a massa do sólido é 6.

(VI) Calcule  $\int \int \int_G 5\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$ , onde  $G$  é a região limitada superiormente pela esfera  $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$  e inferiormente pelo cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

(VI) Calcule  $\int \int \int_G 2z \cos(x^2 + y^2) dV$ , sendo  $G$  o sólido definido por  $x^2 + y^2 + z^2 \leq \pi$ ,  $z \geq 0$ .