

# Física 1 – Ciências Moleculares

---

**Caetano R. Miranda**    **AULA 23 – 29/11/2023**

*crmiranda@usp.br*

**REVISÃO – PROVA 2 (30/11/2023)**



# Sugestão a ser implementada

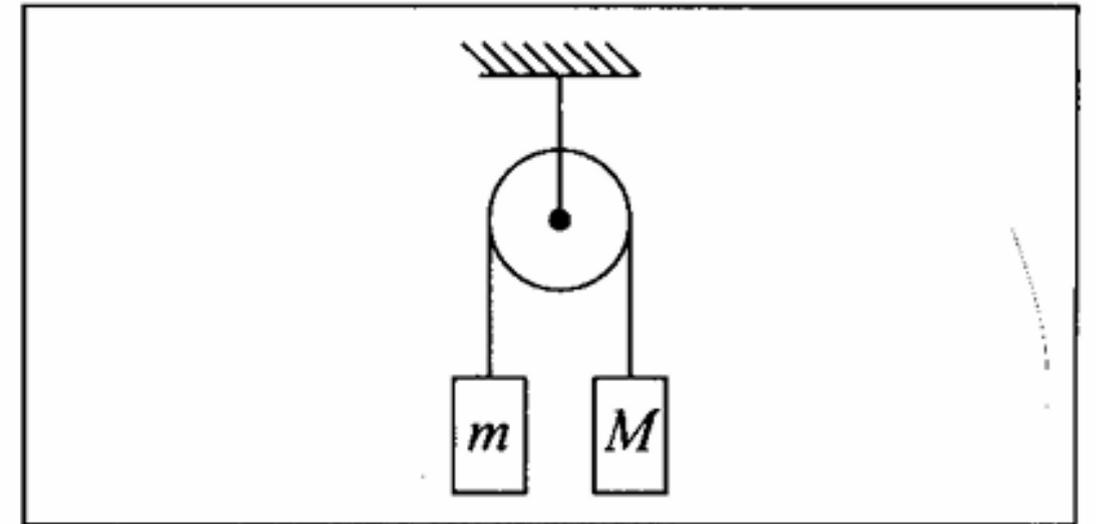
DATA	aula n°	Segundas (14:00h - 15:45h) - Sala Turma 33	DATA	aula n°	Quartas (14:00h - 15:45h) - Sala Turma 33	DATA	aula n°	Quintas (14:00h - 15:45h) - Sala Turma 33	
21/08	1	Apresentação do Curso	23/08	2	Experimentação 1 - Escalas	24/08	3	Escalas	
28/08	4	Experimentação 2 - Mov. em 1 D	30/08	5	Mov. em 1D	31/08	6	Mov. em 1D	
04/09			06/08			07/09		SEMANA TRABALHO	
11/09	7	Mov. em 1D	13/09	8	Mov. em 1D	14/09	9	Experimentação 3 - VR & Projéteis	ENTREGA 1
18/09	10	Mov. em 2D e 3D	20/09	11	Mov. em 2D e 3D	21/09		Paralisação	
25/09		Paralisação	27/09		Paralisação	28/09		Paralisação	
02/10		Paralisação	04/10		Paralisação	05/10		Paralisação	
09/10		Paralisação	11/10		Paralisação	12/10		FERIADO - N. S. Aparecida	
16/10		Paralisação	18/10		Paralisação	19/10		Paralisação	
23/10	12	Discussao - revisao	25/10	13	Mov. em 2D e 3D	26/10	14	Experimentação 4a - Dinâmica & Principia	
30/10	15	Princípios da Dinâmica - Leis de Newton	01/11	16	Experimentação 5 - Energia e Trabalho	02/11		FERIADO - FINADOS	
06/11	17	PROVA I	08/11	18	Simetria e Conservação	09/11	19	Simetria e Conservação	ENTREGA 2
13/11	20	Experimentação 6 - Física dos Desenhos Animados	15/11		FERIADO - Republica	16/11	21	Experimentação 8 - VR / Sonificação	
20/11		FERIADO - Consciência Negra	22/11	22	Colisões	23/11	23	Experimentação 7 - Colisões	
27/11	24	Forças de Interação - Sala Invertida	29/11	25	Forças de Interação	30/11	26	PROVA II	ENTREGA 3
04/12	27	Experimentação 9 - Aprendizado de Máquina	06/12	28	Experimentação 9 - Aprendizado de Máquina	07/12	29	Física dos Esportes e Parques de Diversão	
11/12	30	Rotação e Momento Angular	13/12	31	Rotação e Momento Angular	14/12	32	Experimentação 10 - Dança e Robótica	
18/12	33	Forças Inerciais	20/12	34	Forças Inerciais	21/12		PROVA - SUB - VISTA	ENTREGA 4

# Revisão – Capítulo 5 – Moysés Nussenzveig

---

9. No sistema da figura (máquina de Atwood), mostre que a aceleração  $a$  da massa  $M$  e a tensão  $T$  da corda (desprezando as massas da corda e da polia) são dadas por

$$a = \left( \frac{M - m}{M + m} \right) g \quad T = \frac{2mM}{(M + m)} g$$



Cap 5 - prob. 9

Mostrar que:  $a = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)g$  ; tensão  $T = \left(\frac{2mM}{M+m}\right)g$  ①

p/  $M > m$   
 $F_M = Mg - T$   
 $F_m = T - mg$

i) as acelerações das massas são iguais  
M (verticalmente para baixo)  
m (para cima)

~~F\_M~~  $T - mg = ma$  (i)  $\Rightarrow T = ma + mg$   
 $Mg - T = Ma$  (ii)  $T = Mg - Ma$

perante:  $ma + mg = Mg - Ma$

$$Ma + ma = Mg - mg$$

$$a(M+m) = g(M-m)$$

$$a = g \frac{(M-m)}{(M+m)}$$

Substituindo em (i)

$$T = ma + mg$$

$$= m \cdot \left(\frac{M-m}{M+m}\right)g + mg$$

$$= mg \left(\frac{M-m}{M+m} + 1\right)$$

$$= mg \left(\frac{M-m+M+m}{M+m}\right) = \left(\frac{2mMg}{M+m}\right)$$

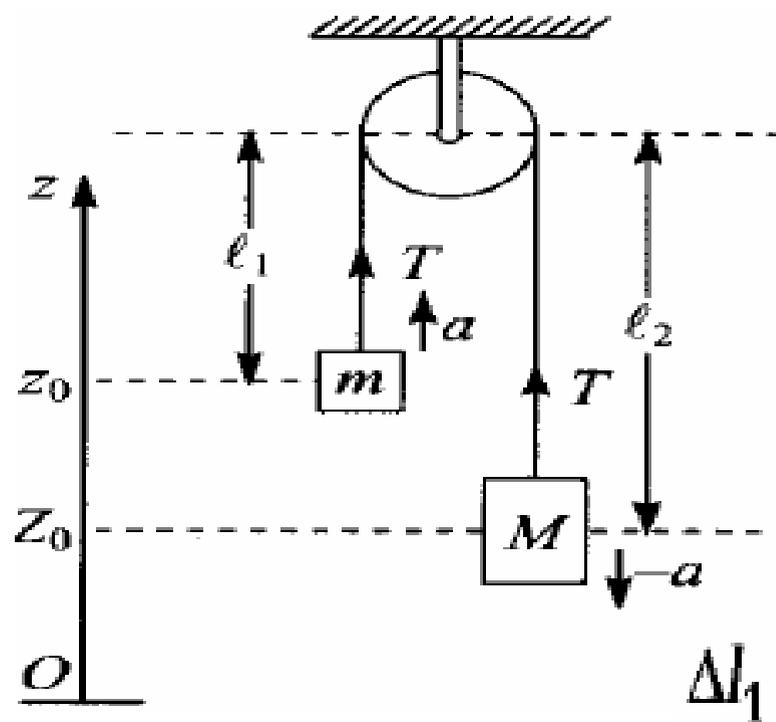
$$= \left(\frac{2mM}{M+m}\right) \cdot g$$

# Conservação da Energia Mecânica

□ A velocidade adquirida por um corpo após cair de uma certa altura é capaz de fazê-lo subir até essa mesma altura

□ desprezando a resistência do ar!

□ Sistema de duas massas ( $m$  e  $M$ ) ligadas por um fio de massa desprezível



➤ Eq. Mov. da  $m$ :  
➤ Eq. Mov. da  $M$ :

$$T - mg = ma$$

$$T - Mg = -Ma$$

$$a = \frac{(M - m)}{M + m}g$$

□ Aplicando Toricelli no movimento de cada uma:

$$\begin{cases} v_1^2 = v_0^2 + 2a(z_1 - z_0) \\ V_1^2 = V_0^2 + 2(-a)(Z_1 - Z_0) \end{cases}$$

□ Substituindo a aceleração:  $a = \frac{(M - m)}{M + m}g \Rightarrow \begin{cases} v_1^2 = v_0^2 + 2a(z_1 - z_0) \\ V_1^2 = V_0^2 + 2(-a)(Z_1 - Z_0) \end{cases}$

---

$$\begin{cases} \frac{1}{2}v_1^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = g\left(\frac{m - M}{m + M}\right)(z_0 - z_1) = g(z_0 - z_1) - \frac{2M}{m + M}g(z_0 - z_1) \\ \frac{1}{2}V_1^2 - \frac{1}{2}V_0^2 = g\left(\frac{M - m}{M + m}\right)(Z_0 - Z_1) = g(Z_0 - Z_1) - \frac{2m}{m + M}g(Z_0 - Z_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}v_1^2 + gz_1 = \frac{1}{2}v_0^2 + gz_0 - \frac{2Mg}{m + M}(z_0 - z_1) \quad \times m \\ \frac{1}{2}V_1^2 = gZ_1 = \frac{1}{2}V_0^2 = gZ_0 - \frac{2mg}{m + M}(Z_0 - Z_1) \quad \times M \end{cases} \quad \boxed{(z_0 - z_1) + (Z_0 - Z_1) = 0}$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1\right) + \left(\frac{1}{2}MV_1^2 + MgZ_1\right) = \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0\right) + \left(\frac{1}{2}MV_0^2 + MgZ_0\right)$$

$$E = \sum \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgz\right)$$

**Energia Mecânica do sistema se conserva!**

# Revisão – Capítulo 6 – Moysés Nussenzveig

---

3. Uma partícula de massa  $m = 1 \text{ kg}$ , lançada sobre um trilho retilíneo com velocidade de  $3 \text{ m/s}$ , está sujeita a uma força  $F(x) = -a - bx$ , onde  $a = 4\text{N}$ ,  $b = 1 \text{ N/m}$  e  $x$  é o deslocamento, em  $\text{m}$ , a partir da posição inicial. (a) Em que pontos do trilho a velocidade da partícula se anula? (b) Faça o gráfico da velocidade da partícula entre esses pontos. (c) A que tipo de lei de forças corresponde  $F(x)$ ?

Cap 6 - Prob 3

2

$m = 1 \text{ kg}$

$F(x) = -a - bx$

$v = 3 \text{ m/s}$

$a = 4 \text{ N}$  e  $b = 1 \text{ N/m}$

$x$  é o deslocamento

(a) Pelo teorema trabalho - Energia cinética.

$W_{x_0 \rightarrow x} = T - T_0$

origem - posição de lançamento,  $v_0 = 3 \text{ m/s}$ ,  $x = 0$

$$W_{x_0 \rightarrow x} = \int_0^x F(x') dx' = \int_0^x (-a - bx') dx' = -a \int_0^x dx' - b \int_0^x x' dx'$$

$$= -ax - \frac{bx^2}{2}$$

$T = \frac{1}{2} mv^2$  e  $T_0 = \frac{mv_0^2}{2}$

$-ax - \frac{1}{2} bx^2 = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$

$m = 1 \text{ kg}$

$v_0 = 3 \text{ m/s}$

$a = 4 \text{ N}$

$b = 1 \text{ N/m}$

$-4x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{9}{2} = \frac{1}{2} v^2$

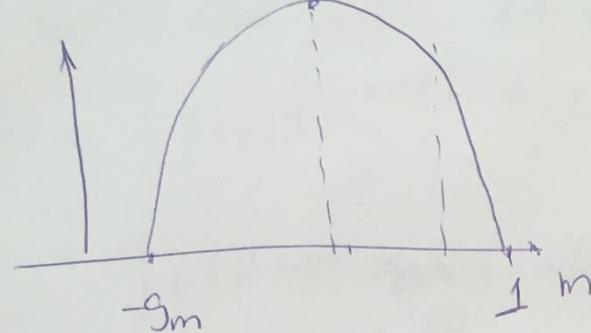
$v = \sqrt{9 - 8x - x^2}$

$9 - 8x - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \text{ m} \\ x = 1 \text{ m} \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{64 - 36}}{-2} = \frac{8 \pm 10}{-2} = \begin{matrix} -9 \text{ m} \\ 1 \text{ m} \end{matrix}$

b) gráfico  $V \times x$



parábola  
mínimo em 1  
zeros -9

máximo.

c) Lei de Hooke

# Revisão – Capítulo 6 – Moysés Nussenzveig

---

8. Uma partícula move-se ao longo da direção  $x$  sob o efeito de uma força  $F(x) = -kx + Kx^2$ , onde  $k = 200 \text{ N/m}$  e  $K = 300 \text{ N/m}^2$ . (a) Calcule a energia potencial  $U(x)$  da partícula, tomando  $U(0) = 0$ , e faça um gráfico de  $U(x)$  para  $-0,5\text{m} < x < 1\text{m}$ . (b) Ache as posições de equilíbrio da partícula e discuta sua estabilidade. (c) Para que domínio de valores de  $x$  e da energia total  $E$  a partícula pode ter um movimento oscilatório? (d) Discuta qualitativamente a natureza do movimento da partícula nas demais regiões do eixo dos  $x$ .

$$\text{Dado: } \int_0^x x'^n dx' = x^{n+1} / (n+1)$$

Cap 6 - Prob 8

3

(a) Por definição:

$$\begin{aligned}
 U(x) &= - \int_{x_0}^x F(x') dx' = \\
 &= - \int (-kx' + Kx'^2) dx' \\
 &= k \int x' dx' - K \int x'^2 dx' \\
 &= \frac{1}{2} K(x^2 - x_0^2) - \frac{1}{3} K(x^3 - x_0^3)
 \end{aligned}$$

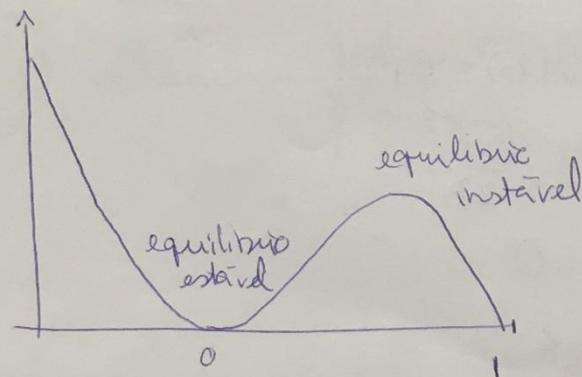
$U(0) = 0 \Rightarrow x_0 = 0$

$$U(x) = \frac{1}{2} Kx^2 - \frac{1}{3} Kx^3$$

$K = 200$

$K = 300$

$$U(x) = 100x^2 - 100x^3$$



(b) posições de equilíbrio  $\Rightarrow$

condição  $F(x) = 0$

$$F(x) = -kx + Kx^2 = 0 \Rightarrow x(Kx - k) = 0$$

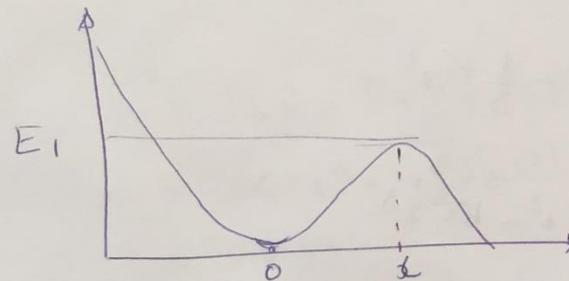
$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{k}{K} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3} \text{ m}$$

(c) Movimento oscilatório

$$x_0 \leq x \leq x_1 \Rightarrow \text{ou seja Energias } E < E_1$$

$$E_1 \Rightarrow U(x_1) \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned}
 U\left(\frac{2}{3}\right) &= 100 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 100 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\
 &= 100 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{2}{3}\right) \\
 &= 100 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} \\
 &= 100 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{400}{27} \text{ J}
 \end{aligned}$$



P/ calcular  $x_0$   $U(x_0) = E_1$

$$100x^2 - 100x^3 = \frac{400}{27}$$

$$x^3 - x^2 + \frac{4}{27} = 0$$

$$\frac{1}{27} (3x+1)(3x-2)^2 = 0$$

$$x = -\frac{1}{3}; \frac{2}{3}, \frac{2}{3}$$

Domínio:  $-\frac{1}{3} \text{ m} < x < \frac{2}{3} \text{ m}$

$$E < \frac{400}{27} \text{ J}$$

# Revisão – Capítulo 7 – Moysés Nussenzveig

---

9. Um oscilador harmônico tridimensional isotrópico é definido como uma partícula que se move sob a ação de forças associadas à energia potencial

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2} k(x^2 + y^2 + z^2)$$

onde  $k$  é uma constante positiva. Mostre que a força correspondente é uma força central, e calcule-a. De que tipo é a força obtida?

Cap 7 - Ex. 9

$$U(x, y, z) = \frac{1}{2} K (x^2 + y^2 + z^2)$$

$K \Rightarrow$  cte positive

$$\vec{F} = -\nabla U$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} K (x^2 + y^2 + z^2) \right) = -Kx$$

$$F_y = \frac{\partial}{\partial y} = -Ky$$

$$F_z = \frac{\partial}{\partial z} = -Kz$$

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

$$= -K(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$$

$$= -K\vec{r}$$

$$= \underline{\underline{-Kr\hat{r}}}$$

} Lei de Hooke dirigida r/  
origem

# Revisão – Capítulo 7 – Moysés Nussenzveig

---

11. Mostre que o trabalho necessário para remover um objeto da atração gravitacional da Terra é o mesmo que seria necessário para elevá-lo ao topo de uma montanha de altura igual ao raio da Terra, caso a força gravitacional permanecesse constante e igual ao seu valor na superfície da Terra, durante a escalada da montanha.

Cap 7 - Questão 11

$$\Delta U = -mgR \Rightarrow W_{R \rightarrow \infty} = -\Delta U = mgR$$

$$W = F \cdot (z - z_0)$$

$$mg(z - z_0)$$

se  $z=0$  (superfície da Terra)

$$z=R$$

$$\boxed{W = mgR}$$

Se força gravitacional é cte até o topo da montanha,

$$\underline{\underline{F = mg}}$$