

1) (2,5 pontos) Considere um inversor CMOS fabricado em tecnologia de  $0,20 \mu\text{m}$  onde  $V_{DD} = 1,8 \text{ V}$ ,  $V_{tn} = |V_{tp}| = 0,5 \text{ V}$ ,  $k_n' = 1200 \mu\text{A/V}^2$  e  $k_p' = 300 \mu\text{A/V}^2$ .  $Q_N$  e  $Q_P$  possuem  $L = 0,20 \mu\text{m}$  e  $(W/L)_n = 1,5$ .

(a) (1,0 ponto) Desenhe o circuito do inversor CMOS. Indique o nome das grandezas representadas pelos números circulados 1 a 5. Para os números circulados 6 a 10 indique a região de operação do transistor  $Q_N$  e do transistor

Desenho do Circuito Inversor CMOS (indique o tipo de transistor e os pontos  $v_i$  e  $v_o$ ):

$V_{OL}, V_{OH}, V_{IH}, V_{IL}, V_{th}$

① =  $V_{OH}$

② =  $V_{OL}$

③ =  $V_{IL}$

④ =  $V_{th}$

⑤ =  $V_{IH}$

Indique se  $Q_N$  e  $Q_P$  na região de corte (C), triodo (T) ou saturação (S):

⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
$Q_N$ : C	$Q_N$ : S	$Q_N$ : S	$Q_N$ : T	$Q_N$ : T
$Q_P$ : T	$Q_P$ : T	$Q_P$ : S	$Q_P$ : S	$Q_P$ : C

(b) (0,5 ponto) Considerando os transistores perfeitamente casados, determine  $W_p$  que resulta em  $V_{th} = V_{DD}/2 = 0,9 \text{ V}$ .

$$I_{DN} = I_{DP} \text{ e } v_i = V_{th} \Rightarrow Q_N, Q_P \text{ SAT} \Rightarrow \frac{1}{2} k_n' \left(\frac{W}{L}\right)_n (v_{gsn} - V_{tn})^2 = \frac{1}{2} k_p' \left(\frac{W}{L}\right)_p (v_{gsp} - V_{tp})^2$$

$$1200 \mu \cdot 1,5 (v_i - 0,5)^2 = 300 \mu \left(\frac{W}{L}\right)_p (v_i - V_{DD} - (-0,5))^2 \Rightarrow 6 (v_i - 0,5)^2 = \left(\frac{W}{L}\right)_p (v_i - 1,8 + 0,5)^2$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_p = 6 \frac{(v_i - 0,5)^2}{(v_i - 1,3)^2}, \text{ como } v_i = V_{th} = 0,9 \Rightarrow \left(\frac{W}{L}\right)_p = 6 \frac{(0,9 - 0,5)^2}{(0,9 - 1,3)^2} = 6 \frac{(0,4)^2}{(-0,4)^2} = 6$$

$$W_p = 6 \times L_p = 6 \times 0,2 \mu\text{m} = 1,2 \mu\text{m}$$

$W_p = 1,2 \mu\text{m}$

(c) (1,0 ponto) Se  $W_p = W_n$ , qual o valor resultante de  $V_{th}$ ?

Se em  $V_{th} \rightarrow Q_N, Q_P \text{ sat e } I_{DN} = I_{DP}$

$$1200 \mu \left(\frac{W}{L}\right)_n (v_i - 0,5)^2 = \left(\frac{W}{L}\right)_p 300 \mu (v_i - 1,3)^2 \Rightarrow 4 (v_i - 0,5)^2 = (v_i - 1,3)^2$$

$$4 = \frac{(v_i - 1,3)^2}{(v_i - 0,5)^2} \Rightarrow \frac{v_i - 1,3}{v_i - 0,5} = \pm 2 \Rightarrow \textcircled{1} v_{th} - 1,3 = 2(v_{th} - 0,5) = 2v_{th} - 1$$

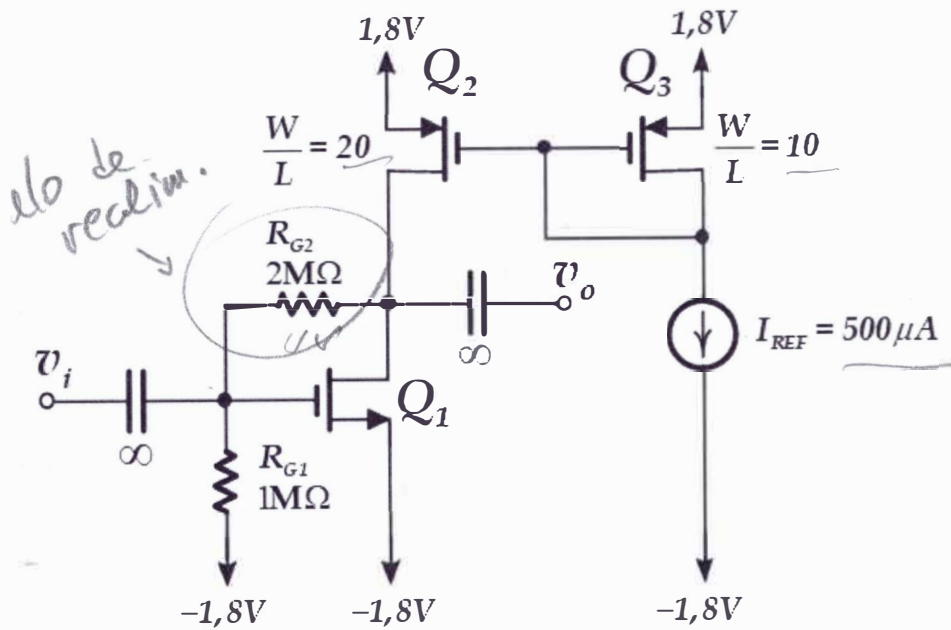
$$-v_{th} = -1 + 1,3 = 0,3 \Rightarrow v_{th} = -0,3 \text{ X}$$

$$\textcircled{2} v_{th} - 1,3 = -2v_{th} + 1 \Rightarrow 3v_{th} = 2,3$$

$$v_{th} = \frac{2,3}{3} = 0,7\bar{6}$$

$v_{th} = 0,7\bar{6} \text{ V}$

2) (2,5 pontos) Para o circuito abaixo, para  $Q_1$  temos  $V_t = 0,5V$  e  $k_n'(W/L)_n = 2 \text{ mA/V}^2$ . Adicionalmente  $|V_{An}| = |V_{Ap}| = 40V$ ,  $V_{DD} = -V_{SS} = 1,8V$  e  $Q_1$  saturado. Pede-se:



(a) (0,5 ponto) Neste item, vamos idealizar o circuito. Desconsiderando a corrente pelo elo de realimentação e o efeito do  $r_o$  de todos os transistores, determine  $V_{GS1}$  e  $V_{DS1}$  para o transistor  $Q_1$ . A avaliação de quem é o elo de realimentação faz parte da questão.

$R_{G2}$  é o elo de realimentação. Se  $V_{RG2} = 0 \Rightarrow V_D = V_G \Rightarrow V_{GS} = V_{DS}$

$$Q_1 \text{ SAT} \Rightarrow I_{DQ1} = \frac{1}{2} k_n' \left(\frac{W}{L}\right)_1 (V_{GS1} - V_{t1})^2$$

$$I_{REF} = 500 \mu \Rightarrow I_{D1} = I_{D2} = 500 \mu \frac{(W/L)_2}{(W/L)_1} = \frac{20}{10} 500 \mu = 1 \text{ mA}$$

$$1 \text{ mA} = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ mA} (V_{GS1} - 0,5)^2 \Rightarrow (V_{GS1} - 0,5) = \sqrt{1} = \pm 1$$

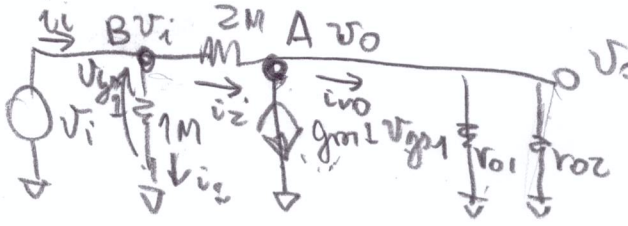
$$V_{GS1} = \pm 1 + 0,5 \Rightarrow V_{GS1} = 1,5 \text{ V} \text{ pois } V_{GS1} > V_{t1}$$

$$\therefore V_{DS1} = 1,5 \text{ V}$$

$V_{GS1} = 1,5 \text{ V}$	$V_{DS1} = 1,5 \text{ V}$
---------------------------	---------------------------

p/freq médias

(b) (1,0 ponto) Desenhe o circuito equivalente para pequenos sinais e determine o valor numérico do ganho de tensão  $v_o/v_i$ , agora considerando o efeito de  $R_{G2}$  e dos  $r_o$  dos transistores  $Q_1$  e  $Q_2$ . Adote  $g_{m1} = 1 \text{ mA/V}$ ,  $|V_{A1}| = |V_{A2}| = 40 \text{ V}$  e que  $v_{GS}$  de  $Q_2$  e  $Q_3$  é constante mesmo com sinal ca aplicado em  $v_i$ . Considere também que  $10R_x/R_x = R_x$  e lembre-se que  $1/(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y}) = R_x // R_y$ . e considere  $10R_x // R_y \approx R_x$



$v_{gs1} = v_i$

$r_{o1} = \frac{|V_{A1}|}{I_{D1}} = \frac{40 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 40 \text{ k}$

$r_{o2} = \frac{|V_{A2}|}{I_{D2}} = \frac{40 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 40 \text{ k}$

No nó A: Lk  $\Rightarrow i_z = i_{r1} + g_{m1} \cdot v_{gs1} \Rightarrow \frac{v_i - v_o}{2 \text{ M}} = \frac{v_o}{r_{o1} // r_{o2}} + g_{m1} \cdot v_i$

$\frac{v_i}{2 \text{ M}} - g_{m1} v_i = \frac{v_o}{20 \text{ k}} + \frac{v_o}{2 \text{ M}} \Rightarrow v_i \left( \frac{1}{2 \text{ M}} - g_{m1} \right) = v_o \left( \frac{1}{20 \text{ k}} + \frac{1}{2 \text{ M}} \right)$

$\frac{v_o}{v_i} = \frac{\left( \frac{1}{2 \text{ M}} - g_{m1} \right)}{\left( \frac{1}{20 \text{ k}} + \frac{1}{2 \text{ M}} \right)} = \left( \frac{1}{2 \text{ M}} - g_{m1} \right) \cdot 20 \text{ k} // 2 \text{ M} \approx \left( \frac{1}{2 \text{ M}} - 1 \text{ mA} \right) 20 \text{ k}$

$\frac{v_o}{v_i} \approx (5 \cdot 10^{-7} - 1 \cdot 10^{-3}) 20 \text{ k} = -10^{-3} \cdot 20 \text{ k} = -20 \text{ V/V}$

$v_o/v_i = -20 \text{ V/V}$

(c) (1,0 ponto) Qual o valor da resistência de entrada para pequenos sinais  $R_{in}$ ? Considere  $A = v_o/v_i = -17 \text{ V/V}$ .

$R_i = \frac{v_i}{i_i} \xrightarrow{\text{Lk em B}} i_i = i_1 + i_z = \frac{v_i}{1 \text{ M}} + \frac{v_i - v_o}{2 \text{ M}}$

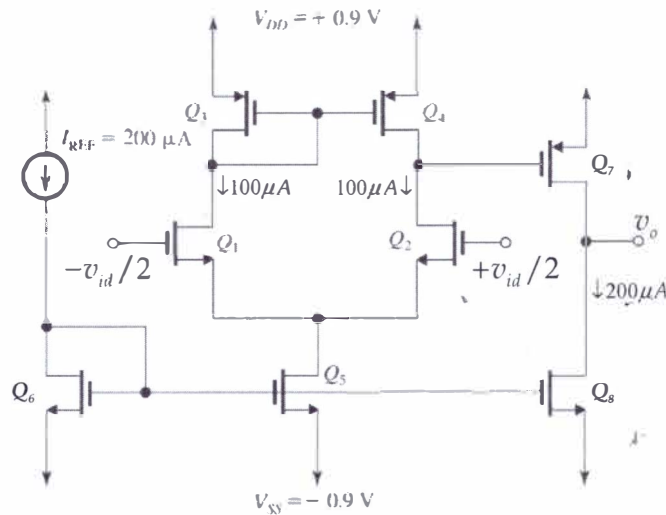
Como  $v_o = -17 v_i \Rightarrow i_i = \frac{v_i}{1 \text{ M}} + \frac{v_i - (-17 v_i)}{2 \text{ M}} = \frac{v_i}{1 \text{ M}} + \frac{18 v_i}{2 \text{ M}}$

Logo  $R_i = \frac{v_i}{v_i \left( \frac{1}{1 \text{ M}} + \frac{9}{1 \text{ M}} \right)} = \frac{1}{10/1 \text{ M}} = \frac{1 \text{ M}}{10} = 100 \text{ k}\Omega$

$R_{in} = 100 \text{ k}\Omega$

(24 min) 4

3) (2,5 pontos) A amplificador CMOS de dois estágios da figura abaixo emprega transistores com  $k_n' = 1000 \mu\text{A/V}^2$ ,  $k_p' = 500 \mu\text{A/V}^2$ ,  $V_{tn} = -V_{tp} = 0,4\text{V}$ .



(a) (1,0 ponto) Considere  $v_{id} = 0$ . Projete a relação  $W/L$  para todos os transistores tal que o circuito de polarização (CC) estabeleça para  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  e  $Q_4$  uma corrente de dreno de  $100 \mu\text{A}$ ,  $Q_7$  e  $Q_8$  uma corrente de dreno de  $200 \mu\text{A}$  e que  $(V_{GS} - V_t) = 0,2\text{V}$  para todos os transistores.

Supondo TRs na sat. e  $I_{D1,2,3,4} = 100 \mu\text{A}$ ;  $I_{D7,8} = 200 \mu\text{A}$ ;  $(V_{GS} - V_t) = 0,2\text{V}$

$$I_{D1} = \frac{1}{2} \mu_n k_n' \left(\frac{W}{L}\right)_1 (V_{GS} - V_t)^2 \Rightarrow \left(\frac{W}{L}\right)_1 = \frac{100 \mu\text{A} \cdot 2}{1000 \mu\text{A} \cdot (0,2)^2}$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_1 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = 0,5 \cdot 10 = 5 = \left(\frac{W}{L}\right)_2$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_3 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = \frac{2}{20} \cdot 10^6 = 10 = \left(\frac{W}{L}\right)_4$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_6 = \left(\frac{W}{L}\right)_5 = \left(\frac{W}{L}\right)_8 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = \frac{4}{4} \cdot 10 = 10$$

$$\left(\frac{W}{L}\right)_7 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = \frac{4}{20} \cdot 10^2 = 20$$

$(W/L)_{Q1} = 5$	$(W/L)_{Q3} = 10$	$(W/L)_{Q5} = 10$	$(W/L)_{Q7} = 20$
$(W/L)_{Q2} = 5$	$(W/L)_{Q4} = 10$	$(W/L)_{Q6} = 10$	$(W/L)_{Q8} = 10$



(b) (0,5 ponto) Quais os limites de valores de tensão positivo ( $V_{oMAX}$ ) e negativo ( $V_{oMIN}$ ) na saída  $v_o$  antes dos transistores deixarem a saturação? Considere  $(V_{GS} - V_t) = 0,2V$  para todos os transistores.

O limite entre saturação e triodo é dado por  $V_{DS_{MIN}} = V_{GS} - V_t$

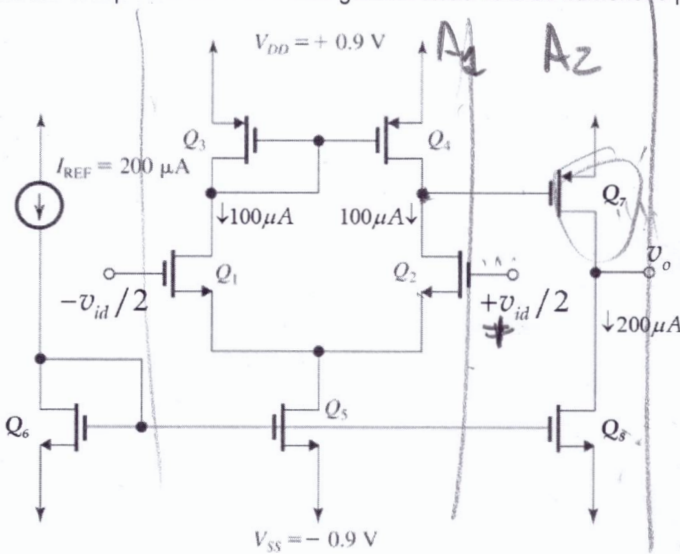
Na saída temos  $Q_7$  e  $Q_8$

P/  $V_{oMAX} \Rightarrow V_{oMAX} = V_{DD} - V_{DS7_{MIN}} = 0,9 - 0,2 = 0,7V$

P/  $V_{oMIN} \Rightarrow V_{oMIN} = V_{SS} + V_{DS8_{MIN}} = -0,9 + 0,2 = -0,7V$

$V_{oMAX}$ :	0,7V
$V_{oMIN}$ :	-0,7V

(c) (1,0 ponto) Determine primeiro de forma literal e depois os valores numéricos dos ganhos do primeiro estágio ( $A_1$ ) e do segundo estágio ( $A_2$ ) em termos das transcondutâncias e resistências de saída.  $(V_{GS} - V_t) = 0,2V$  para todos os transistores,  $|V_{AN}| = |V_{AP}| = 40V$ ,  $I_{DQ1,2,3,4} = 100 \mu A$ ,  $I_{DQ7,8} = 200 \mu A$ . O circuito foi reproduzido abaixo para facilitar. OBS1: Indique claramente de qual transistor é cada uma das grandezas (por exemplo  $g_{m8}$ ). OBS2: Indique também se esses ganhos terão valores numéricos positivos ou negativos.



$A_1 = -|g_{m1} \cdot r_{o4} || r_{o2}|$

$A_2 = -|g_{m7} \cdot r_{o8} || r_{o7}|$

$r_{o4} = \frac{|V_{AP}|}{I_{D4}} = \frac{40}{100 \mu} = 400k$

$r_{o2} = \frac{|V_{AN}|}{I_{D2}} = \frac{40}{100 \mu} = 400k$

$r_{o8} = \frac{|V_{AN}|}{I_{D8}} = \frac{40}{200 \mu} = 200k$

$r_{o7} = \frac{|V_{AP}|}{I_{D7}} = \frac{40}{200 \mu} = 200k$

$\therefore A_1 = -2 \frac{mA}{V} \cdot 400k || 400k = -400 \frac{V}{V}$

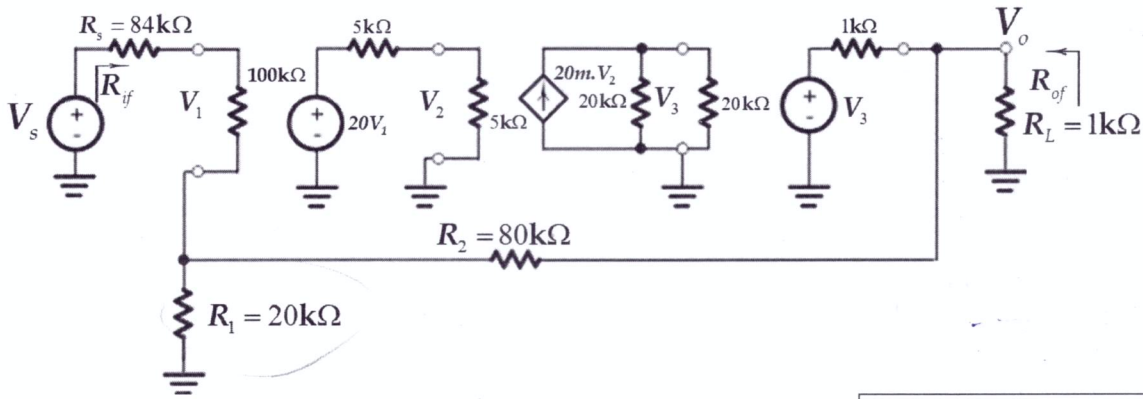
$g_{m1} = \frac{2 \cdot I_{D2}}{V_{ov}} = \frac{2 \cdot 100 \mu}{0,2} = 2 \frac{mA}{V}$

$A_2 = -4 \frac{mA}{V} \cdot 200k || 200k = -400 \frac{V}{V}$

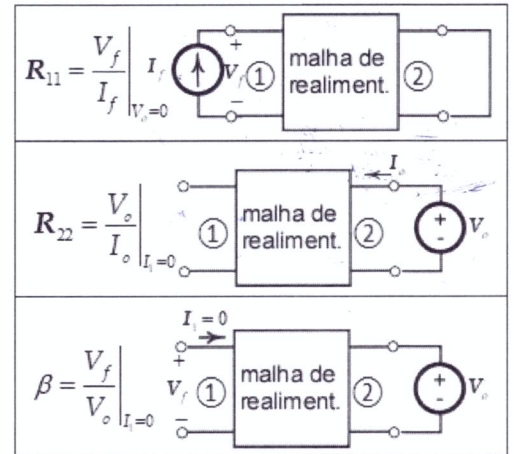
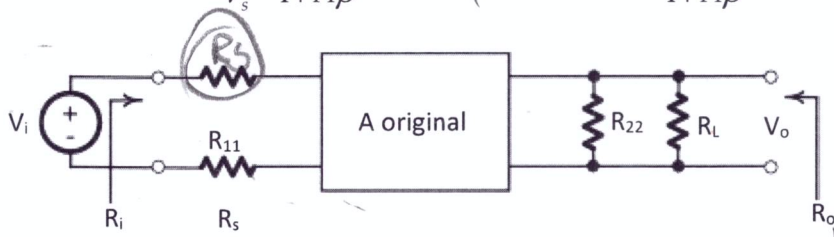
$g_{m7} = -\frac{2I_{D7}}{V_{ov}} = -\frac{2 \cdot 200 \mu}{0,2} = -4 \frac{mA}{V}$

$A_1$ literal: $-g_{m1} r_{o3}    r_{o1}$	$A_1$ numérico: $-400 V/V$
$A_2$ literal: $g_{m7} r_{o8}    r_{o7}$	$A_2$ numérico: $-400 V/V$

4) (2,5 pontos) A figura abaixo representa um amplificador realimentado de três estágios.

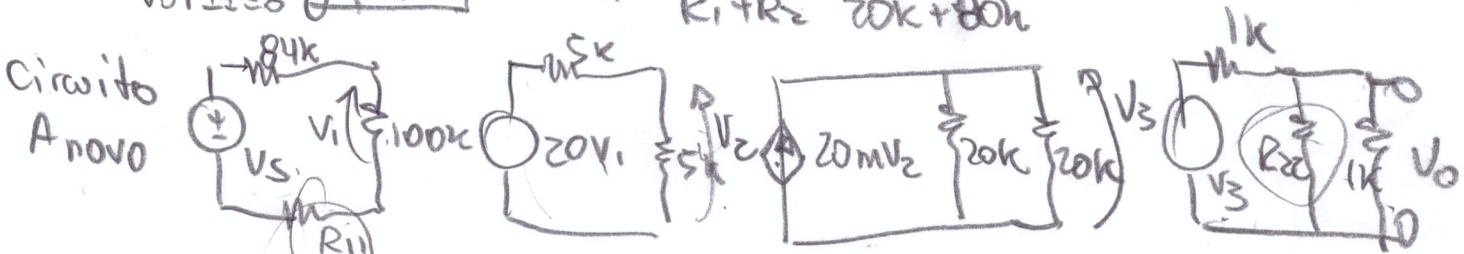


$$A_f \equiv \frac{V_o}{V_s} = \frac{A}{1+A\beta}; R_{if} = R_i(1+A\beta); R_{of} = \frac{R_{o1}}{1+A\beta}$$



(a) (1,5 ponto) Determine os valores numéricos de  $\beta$ ,  $A_{novo}$  e  $A_f$ . Considere  $80k/20k = 16k$  e  $10R_x/R_x \approx R_x$ .

$$\beta = \frac{V_f}{V_o} \Big|_{I_2=0} \Rightarrow \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{20k}{20k + 80k} = 0,2$$



$$R_{11} = \frac{V_f}{I_f} \Big|_{V_o=0} \Rightarrow R_{11} = R_1 \parallel R_2 = 80k \parallel 20k = 16k$$

$$R_{22} = \frac{V_o}{I_o} \Big|_{I_i=0} \Rightarrow R_{22} = R_1 + R_2 = 20k + 80k = 100k$$

$$A_{\text{novo}}: V_0 = V_3 \cdot \frac{1k // 100k}{R_{22} // 1k + 1k} = V_3 \cdot \frac{1k // 100k}{100k // 1k + k} = \underline{\underline{0,5 V_3}} \quad (7)$$

$$V_3 = 20m \cdot 20k // 20k \cdot V_2 = 200V_2$$

$$V_2 = 20 \cdot \frac{5k}{5k + 5k} \cdot V_1 = 10V_1 \quad \text{e} \quad V_1 = \frac{100k}{100k + R_{11} + 84k} V_s = \frac{100k}{200k} V_s = \frac{V_s}{2}$$

$\underbrace{100k + R_{11} + 84k}_{16k}$

$$A = \frac{V_0}{v_i} = (0,5) \cdot (200) \cdot (10) \cdot \frac{V_s}{2} = \underline{\underline{500 V/V}}$$

$$A_f = \frac{A}{1 + \beta A} = \frac{500}{1 + 500 \cdot 0,2} = \frac{500}{101} \approx \underline{\underline{5 V/V}}$$

$\beta = 0,2$	$A_{\text{novo}} = 500V/V$	$A_f = 5V/V$
---------------	----------------------------	--------------

(b) (1,0 ponto) Para o circuito realimentado determine a resistência de entrada  $R_{if}$  e a resistência de saída  $R_{of}$ .

Suponha  
(1 +  $\beta A$ ) = 100

$$R_{if} = \underline{\underline{R_i}} (1 + \beta A) = (R_s + 100k + R_{11}) \cdot 100 = (84k + 100k + 16k) \cdot 100 = 20M\Omega$$

$$R_{of} = \underline{\underline{R_o}} / (1 + \beta A) = (1k // R_{22} // 1k) / 100 = (1k // 100k // 1k) / 100 \approx 5\Omega$$

$R_{if} = 20M\Omega$	$R_{of} = 5\Omega$
----------------------	--------------------