

Lista 5: Testes de hipótese.

Thomas Peron

Data de publicação: 30/11/2023.

Não haverá provinha e tampouco entrega de exercícios desta lista; utilize-a apenas como treino para a P2.

1. Seja X_1, X_2, \dots, X_{100} uma amostra aleatória de uma distribuição desconhecida. Após observar essa amostra, a média da amostra (\bar{X}) e a variância da amostra (S^2) são calculadas como sendo:

$$\bar{X} = 21.32 \text{ e } S^2 = 27.6$$

Faça um teste de nível $\alpha = 0.05$ de confiança para escolher entre:

$$H_0 : \mu = 20$$

$$H_1 : \mu > 20$$

Devemos aceitar ou rejeitar H_0 ?

2. Seja X_1, X_2, \dots, X_{81} uma amostra aleatória de uma distribuição desconhecida. Após observar essa amostra, a média (\bar{X}) e a variância (S^2) são calculadas como sendo:

$$\bar{X} = 8,25, \quad S^2 = 14,6$$

Faça um teste para decidir entre:

$$H_0 : \mu = 9$$

$$H_1 : \mu < 9,$$

e calcule o p -valor para os dados observados. (Resp.: 0.0386)

3. Sejam X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 uma amostra aleatória de uma distribuição $\mathcal{N}(\mu, 1)$, onde μ é desconhecido. Suponha que tenhamos observado os seguintes valores

$$5.45, \quad 4.23, \quad 7.22, \quad 6.94, \quad 5.98.$$

Gostaríamos de decidir entre

$$H_0: \mu = \mu_0 = 5,$$

$$H_1: \mu \neq 5.$$

(a) Defina uma estatística de teste para testar as hipóteses e tire uma conclusão assumindo $\alpha = 0.05$.

(b) Encontre um intervalo de confiança de 95% em torno de \bar{X} . μ_0 está incluído no intervalo? Como a exclusão de μ_0 no intervalo se relaciona com as hipóteses que estamos testando?

4. Sejam X_1, \dots, X_9 uma amostra aleatória de uma distribuição $\mathcal{N}(\mu, 1)$, onde μ é desconhecido. Suponha que tenhamos observado os seguintes valores

$$16.34, \quad 18.57, \quad 18.22, \quad 16.94, \quad 15.98, \quad 15.23, \quad 17.22, \quad 16.54, \quad 17.54$$

Gostaríamos de decidir entre

$$H_0: \mu = \mu_0 = 16,$$

$$H_1: \mu \neq 16.$$

- (a) Encontre um intervalo de confiança de 90% em torno de \bar{X} . μ_0 está incluído no intervalo? Como isso se relaciona com nosso teste de hipótese?
- (b) Defina uma estatística de teste para testar as hipóteses e tire uma conclusão assumindo $\alpha = 0.1$.

5. Seja X_1, X_2, \dots, X_{150} uma amostra aleatória de uma distribuição desconhecida. Após observar esta amostra, a média da amostra e a variância da amostra são calculadas como sendo

$$\bar{X} = 52.28, \quad S^2 = 30.9$$

Faça um teste de hipótese com nível de confiança $\alpha = 0.05$ para escolher entre

$$H_0: \mu = 50,$$

$$H_1: \mu > 50.$$

Devemos rejeitar ou aceitar H_0 ?

6. Seja X_1, X_2, \dots, X_{121} uma amostra aleatória de uma distribuição desconhecida. Após observar esta amostra, a média e a variância da amostra são calculadas como sendo

$$\bar{X} = 29,25, \quad S^2 = 20,7$$

Projete um teste para decidir entre

$$H_0: \mu = 30,$$

$$H_1: \mu < 30,$$

e calcule o p -valor para os dados observados.

7. É afirmado que os automóveis percorrem, em média, mais de 20.000 quilômetros por ano. Para testar essa afirmação, 100 proprietários de automóveis selecionados aleatoriamente são solicitados a manter um registro dos quilômetros que percorrem. Você concordaria com essa afirmação se a amostra aleatória mostrasse uma média de 23.500 quilômetros e um desvio padrão de 3.900 quilômetros? Utilize um p -valor em sua conclusão.
8. Um novo dispositivo de radar está sendo considerado para um determinado sistema de defesa contra mísseis. O sistema é verificado através de experimentos com aeronaves nos quais um abate ou a ausência de abate é simulado. Se, em 300 testes, ocorrerem 250 abates, aceite ou rejeite, no nível de significância de $\alpha = 0.04$, a afirmação de que a probabilidade de um abate com o novo sistema não ultrapassa a probabilidade de 0.8 do dispositivo existente.
9. Uma empresa afirma que o tempo de vida de um certo componente elétrico é distribuído aproximadamente de acordo com uma distribuição normal. Uma amostra aleatória de 64 componentes revela um tempo de vida médio de 24.17 meses, com uma variância de 4.25 meses. Teste a hipótese de que $\sigma^2 = 4.2$ em relação à alternativa de que $\sigma^2 \neq 4.2$. Utilize um p -valor na sua conclusão.