

Introdução Física Nuclear

- ▶ Prof. Valdir Guimarães
- ▶ Instituto de Física

Aula 15 – Reações nucleares e seção de choque

11/24/20
23

1

Reações nucleares

- Definição
- Notação
- Leis de conservação
- Cinemática
- Cálculo de seção de choque
- Classificação (Parâmetro de impacto)

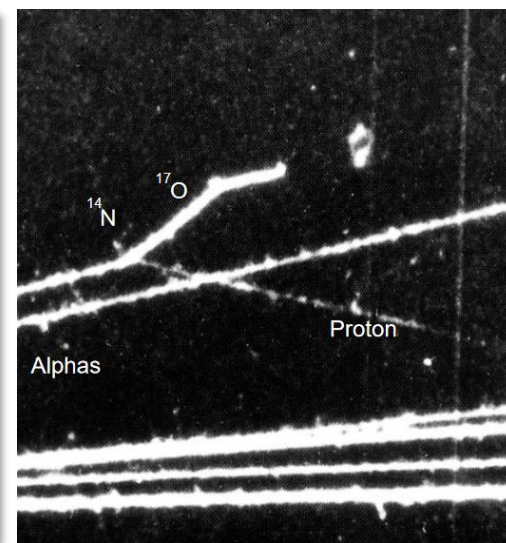
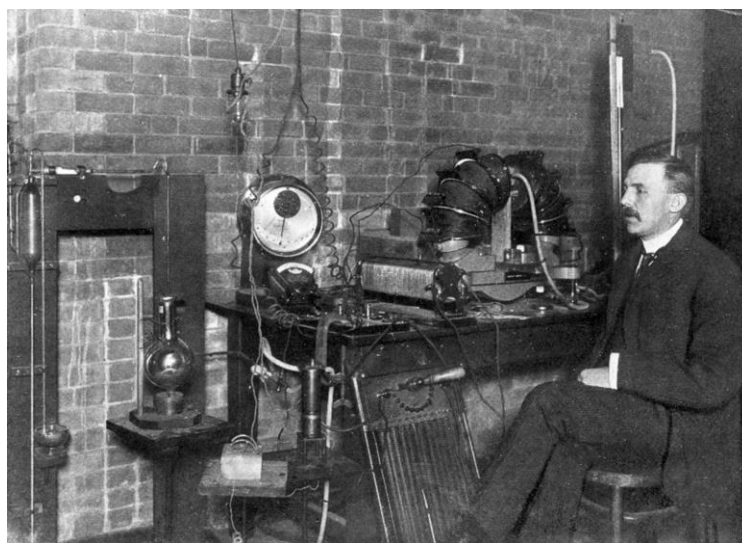
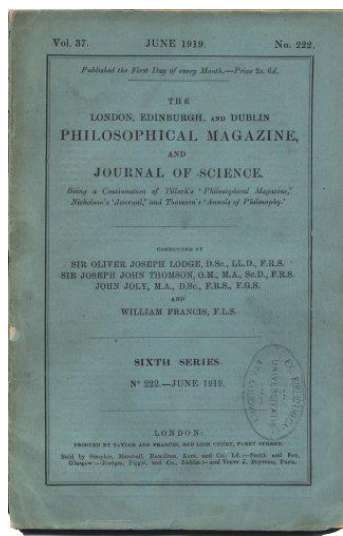
A primeira reação nuclear – Rutherford 1919

- ❑ Em uma de suas experiências incidindo alfas em núcleos, Rutherford observou a emissão de hidrogênio.
- ❑ Os resultados dessa experiência convenceu Rutherford de que o Nitrogênio era composto por núcleos de hidrogênio (prótons) e portanto uma partícula elementar.
- ❑ Denominou essa partícula de próton, do grego Protos (início).



**"Collision of alpha Particles with Light Atoms;
An Anomalous Effect in Nitrogen"**

The Philosophical Magazine, Vol. 37, No. 222, (1919) p. 537-87



A primeira reação nuclear – Rutherford 1919



"Collision of alpha Particles with Light Atoms;
An Anomalous Effect in Nitrogen"

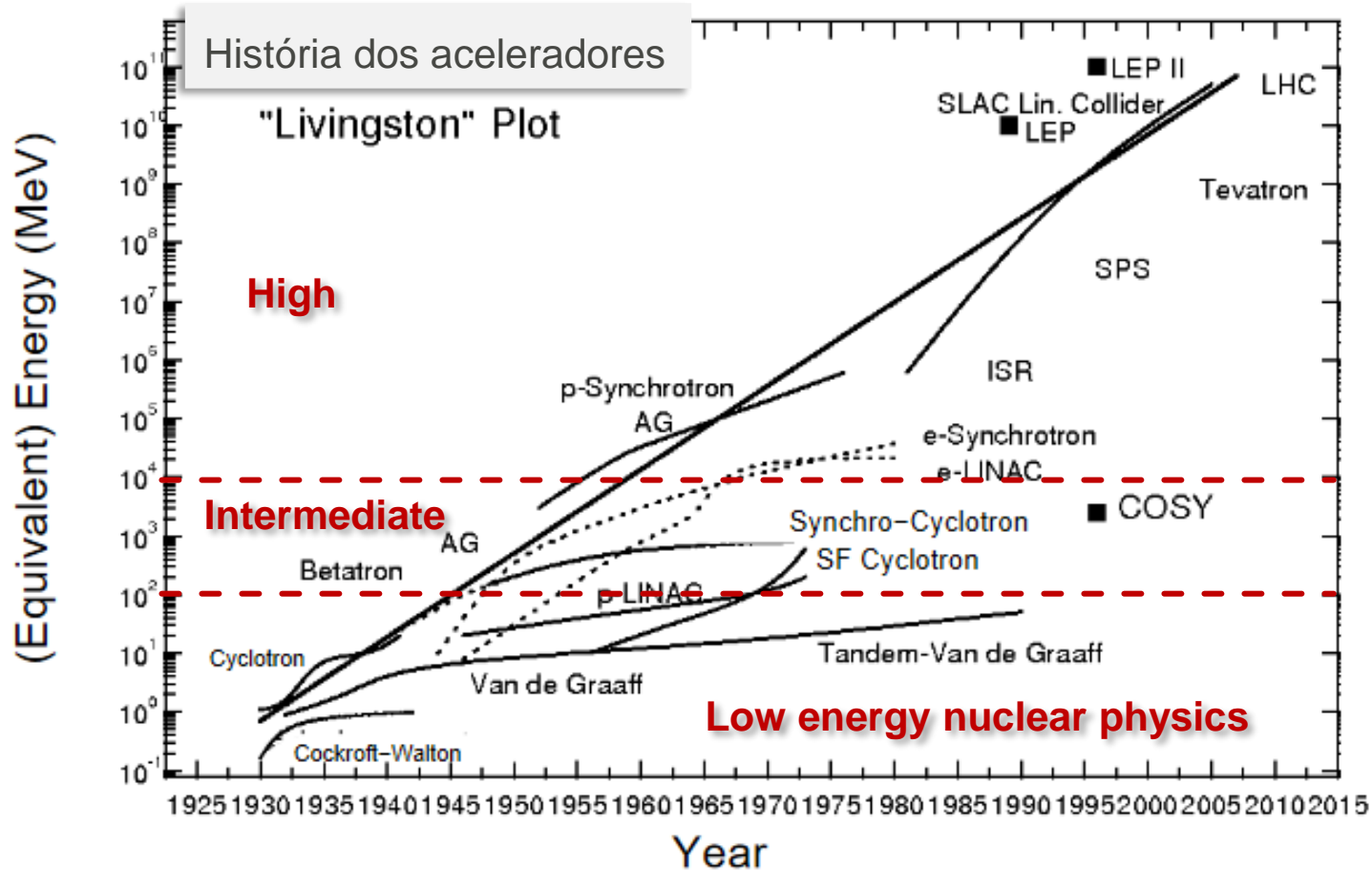
The Philosophical Magazine, Vol. 37, No. 222, (1919) p. 537-87

- ❑ Com essa medida Rutherford compreendeu que havia realizado a **primeira reação nuclear, ou transmutação artificial**,
- ❑ até então as transmutações observadas eram todas de radioatividade natural.
- ❑ **Disse: toquei o espírito da matéria.**

Ao medir essa reação, Rutherford se tornou o primeiro alquimista de verdade

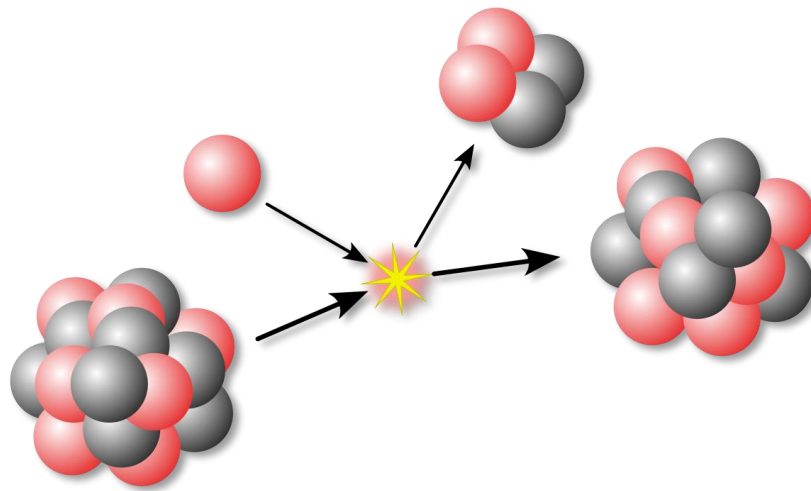
Com a sugestão de Rutherford o primeiro acelerador de partículas capaz de induzir uma reação nuclear foi Cockcroft e Walton em 1930.

Rutherford instigou o governo britânico a construir um acelerador para poder realizar reações nucleares a energias mais altas que as obtidas com decaimento alfa.

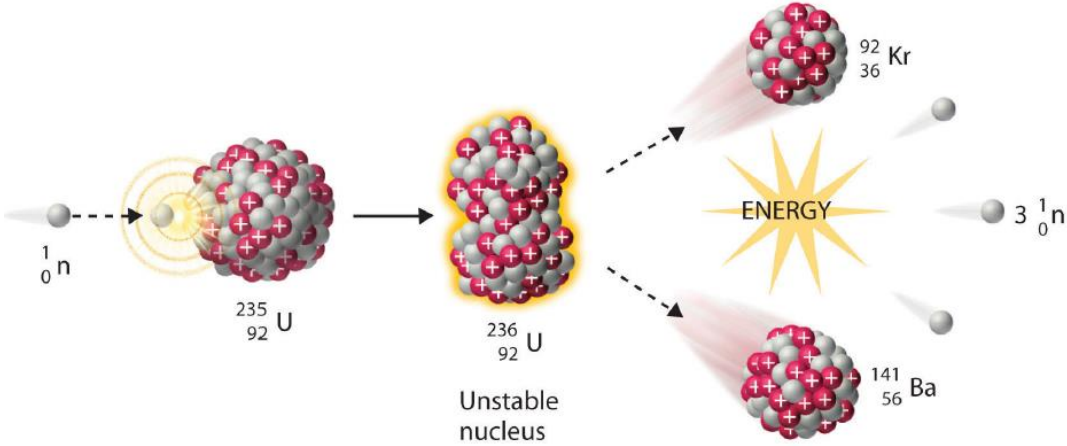


Reações nucleares -> Definição

- ❑ Colisão entre dois núcleos com uma certa energia incidente (referencial do laboratório ou centro de massa).
- ❑ Espalhamento elástico, quando um núcleo (projétil) colide com o outro (alvo) mas mantém sua configuração inicial.
- ❑ Reações nucleares ocorrem quando após a colisão os núcleos se alteram.
- ❑ Podemos ter as duas partículas em movimento, ou podemos ter apenas uma em movimento colidindo com uma partícula alvo (em repouso).
- ❑ A ilustração de uma típica reação nuclear seria dado por:

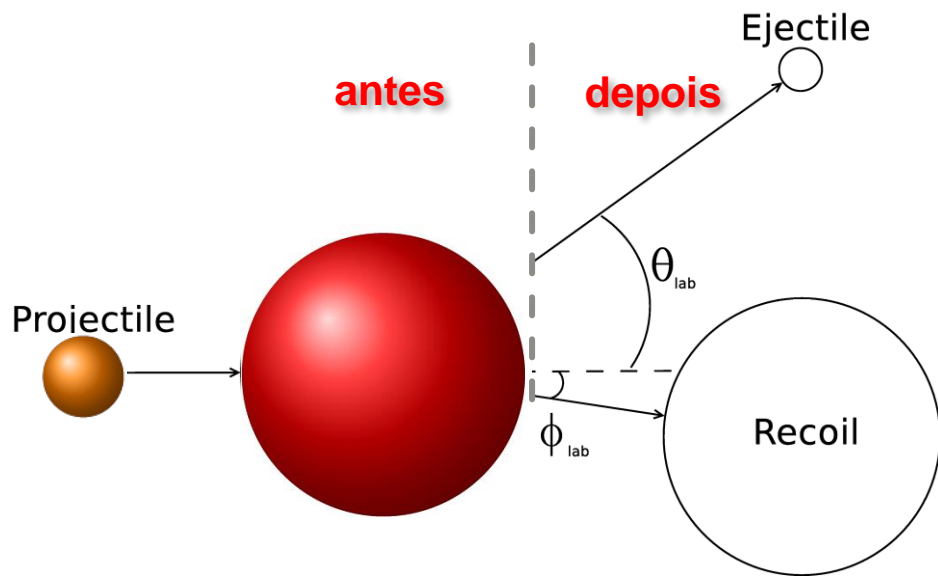
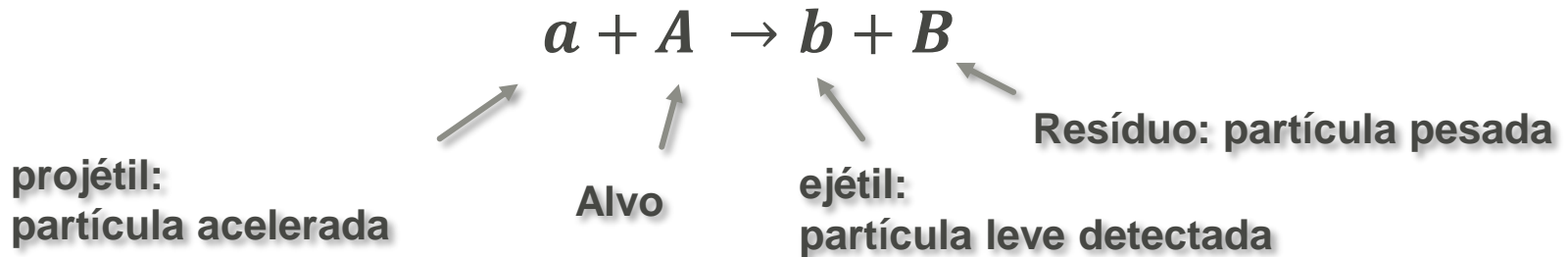


❑ Exemplo: reação induzida por nêutrons (fissão)



Reações nucleares -> Notação

De forma genérica uma reação pode ser escrita como:

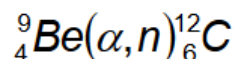
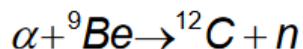
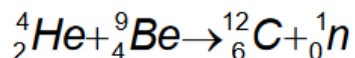


Notação compacta: $A(a, b) B$

Canal de entrada: $a + A$

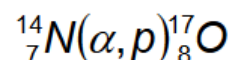
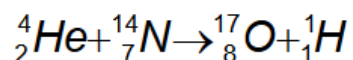
Canal de saída: $b + B$

Reação (α , n)



Essa foi a reação em que o nêutron foi observado pela primeira vez.

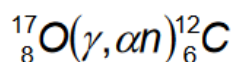
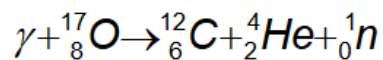
Reação (α , p)



Essa foi a primeira reação nuclear induzida artificialmente.

Essa medida foi realizada por Rutherford em 1919.

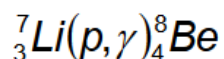
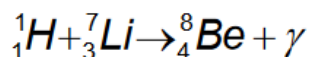
Reação (γ , α n)



Reação induzida por fótons.

Radiação gama pode arrancar nêutrons de um núcleo.

Reação (p, γ)



Reação de captura de prótons.

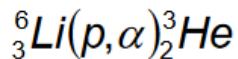
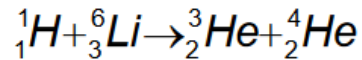
Ocorre nas estrelas

O núcleo composto intermediário fica excitado e decai por

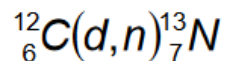
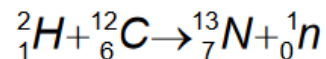
emissão de gama

Várias outras reações

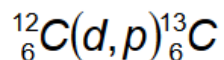
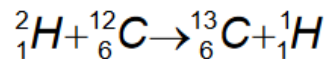
Reação (p, α)



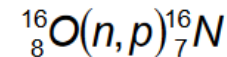
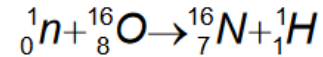
Reação (d, n)



Reação (d, p)

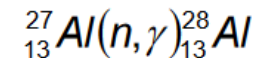
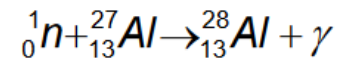


Reação (n, p)



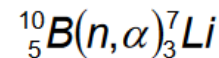
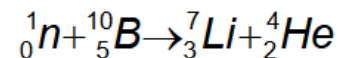
Reação (n, γ)

Reação de captura radioativa por nêutrons térmicos

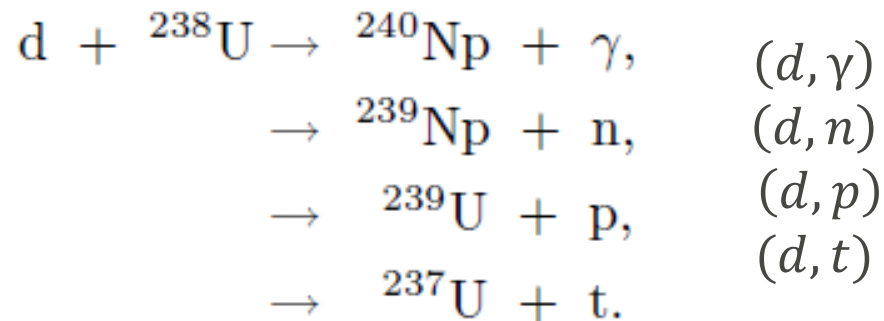


Reação (n, α)

Reação utilizada para a detecção de nêutrons



Várias reações podem ocorrer com a incidência de uma mesma partícula



Podemos ter ainda reações

$A(a, a)A$ Espalhamento elástico

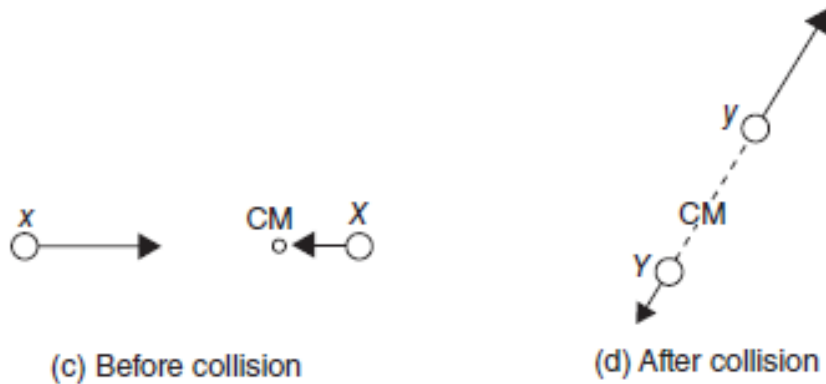
$A(a, a)A^*$ Espalhamento inelástico

Leis de Conservação para reações nucleares

Carga: Esse é um princípio de conservação geral na física. Nas reações nucleares a carga deve ser computada através do número atômico dos núcleos envolvidos.

Massa-energia. Esses é um das leis de conservação básica. A relação deve ser de massa e energia pois as partículas interagentes podem mudar de massa em uma reação nuclear.

Momento linear: Essa é outra lei de conservação aplicada na determinação da cinemática da reação, que veremos a seguir.



Leis de Conservação para reações nucleares

Momento angular total: O momento angular total é uma constante do movimento. Temos que considerar o momento angular total de cada núcleo envolvido e ainda o momento angular orbital transferido na reação.

Ex. Considere a reação $^{10}\text{B} + ^4\text{He} \rightarrow ^1\text{H} + ^{13}\text{C}$

Momento angular total do canal de entrada: $J^\pi = 3^+ + 0^+ = 3^+$

Momento angular total do canal de saída: $J^\pi = 1/2^+ + 1/2^- = 0^-$ ou 1^-

Temos que considerar também o momento angular transferido na reação

$$J^\pi_{\text{entrada}} = J^\pi_{\text{saída}} + L_{\text{transferido}}$$
$$3^+ = 0^- \text{ ou } 1^- + L_{\text{transferido}} \quad \Rightarrow \quad L_{\text{transferido}} = 2 \text{ ou } 3$$

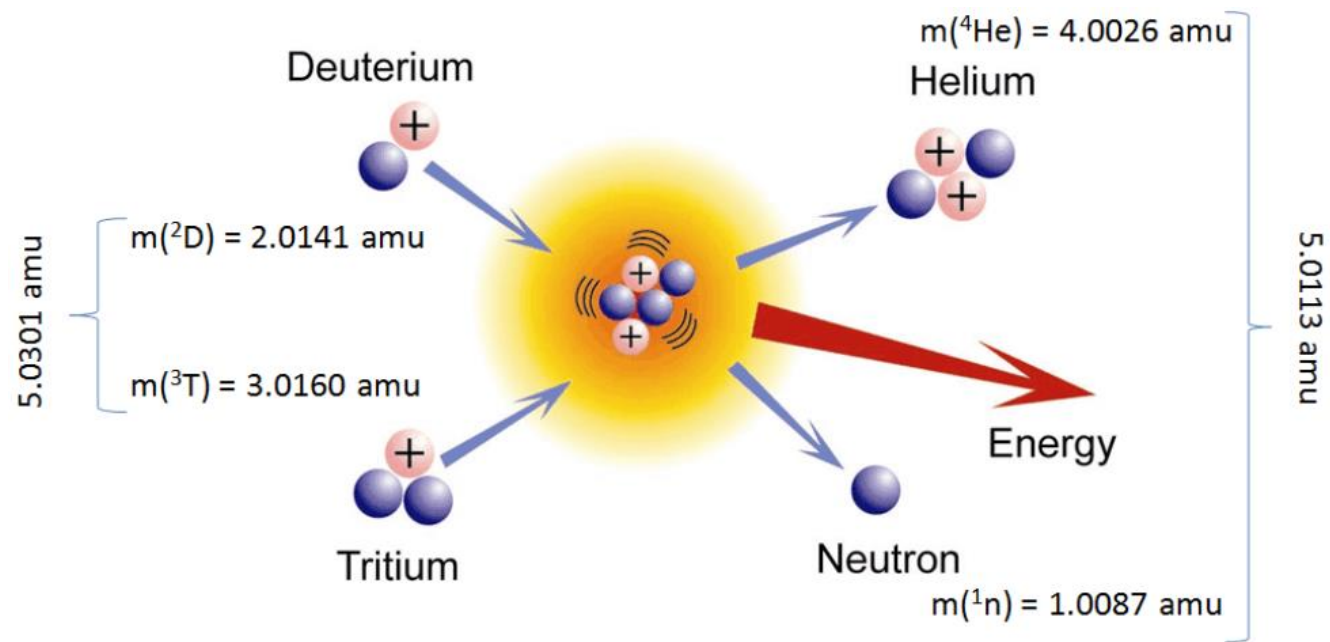
Paridade: Os núcleos são entidades quânticas e a paridade é um fator importante: $\pi = (-1)^L$.

Para o caso acima, paridade do canal de entrada = +

paridade do canal de saída = -

temos uma troca de paridade entre o canal de entrada e o canal de saída. Portanto.

$$L_{\text{transferido}} = 3$$



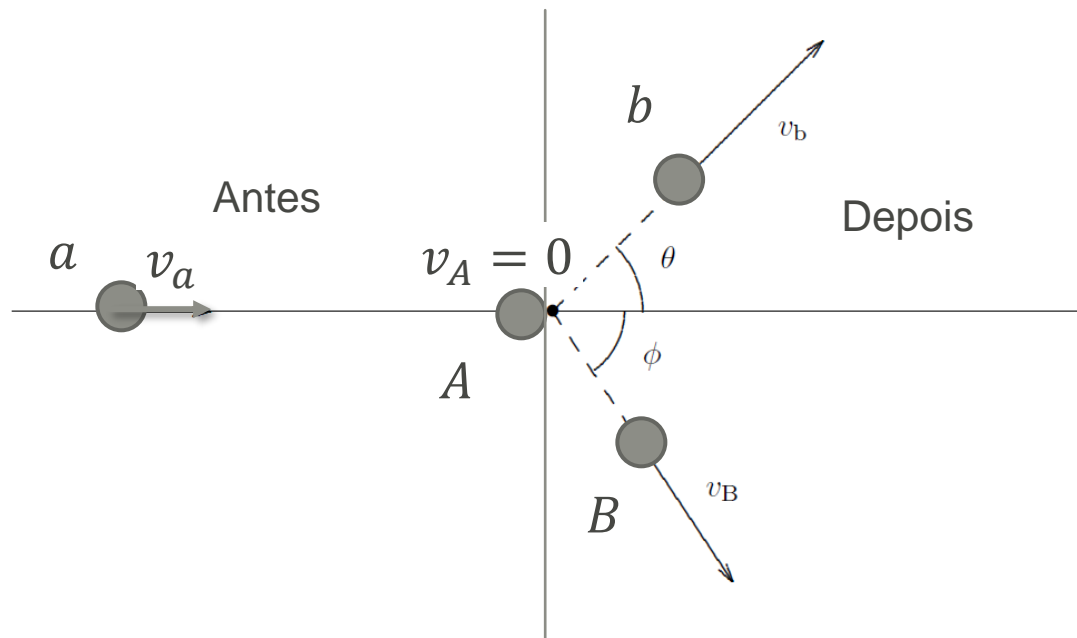
$$Q = 0.0188 \text{ amu} \times 931.481 \text{ MeV/amu} = 17.5 \text{ MeV}$$

Cinemática das reações

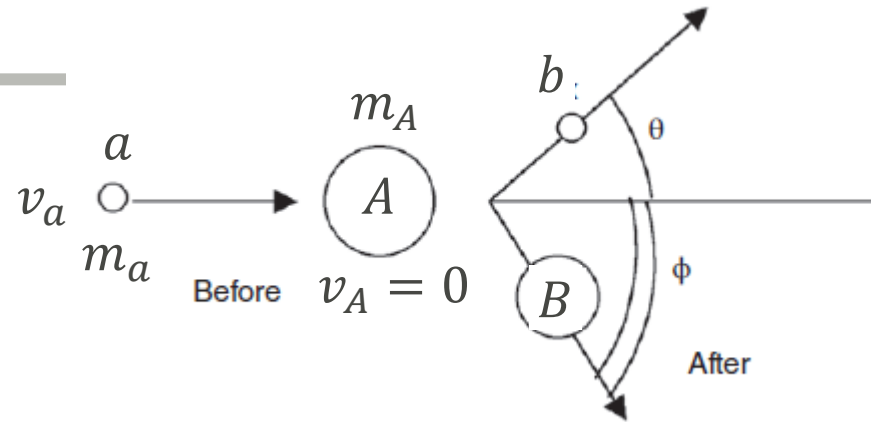
Considere a reação genérica $a + A \rightarrow b + B$ ou $A(a,b)B$

A situação mais comum é quando o núcleo (projétil) “a” incide com uma certa velocidade sobre um núcleo (alvo) “A” em repouso no referencial do laboratório:

O núcleo (ejetil) “b” emerge com uma velocidade e em um ângulo θ , enquanto que o núcleo B (residual) emerge com um ângulo ϕ .



Considere a reação $A(a, b)B$



Pela conservação massa-energia

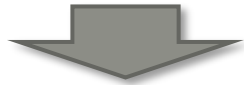
$$m_a c^2 + E_a + m_A c^2 + \cancel{E_A} = m_b c^2 + E_b + m_B c^2 + E_B$$

A relação das massas nos fornece o Q-de-reação

$$Q = (m_a + m_A - m_b - m_B)c^2$$

Que pode ser determinada também pelos valores do excesso de massa

$$Q = (\Delta_{projectile} + \Delta_{target} - \Delta_{ejectile} - \Delta_{residual})c^2$$



$$E_a + Q = E_b + E_B$$

Pela conservação de energia e momento temos:

Energia: $E_a + Q = E_b + E_B$

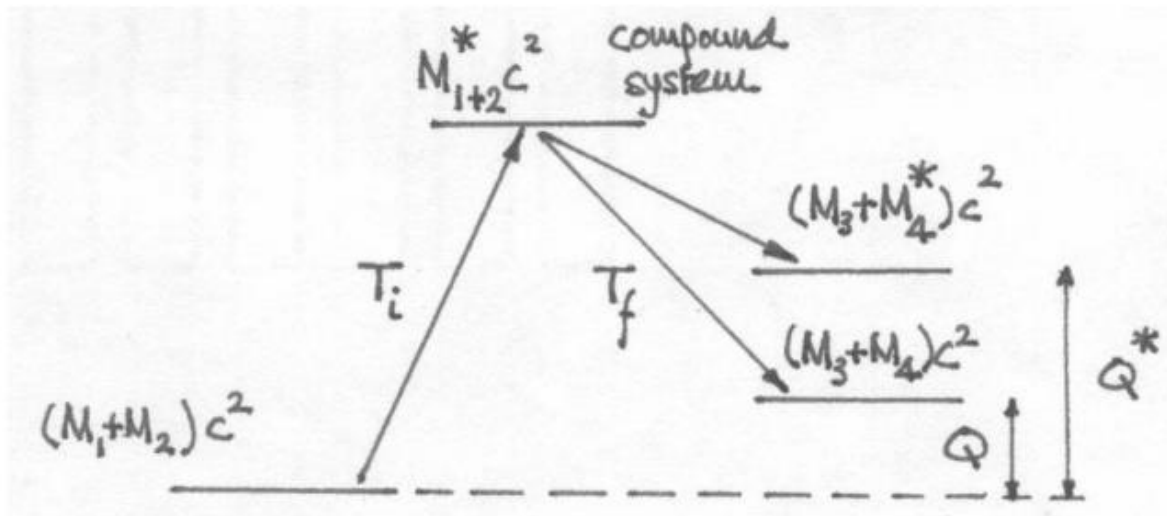
Momento $\sqrt{2m_a E_a} = \sqrt{2m_b E_b} \cos \theta + \sqrt{2m_B E_B} \cos \phi$

$$\sqrt{2m_b E_b} \sin \theta = \sqrt{2m_B E_B} \sin \phi,$$

Sendo que o Q-de-reação é dado pela relação das massa:

$$Q = (m_a + m_A - m_b - m_B)c^2$$

$Q > 0$ reação exotérmica $Q < 0$ reação endotérmica.



Normalmente estamos mais interessados em observar a energia e ângulo da partícula “b” e não da partícula pesada “B”.

Podemos então resolver as equações anteriores e isolar o Q-de-reação

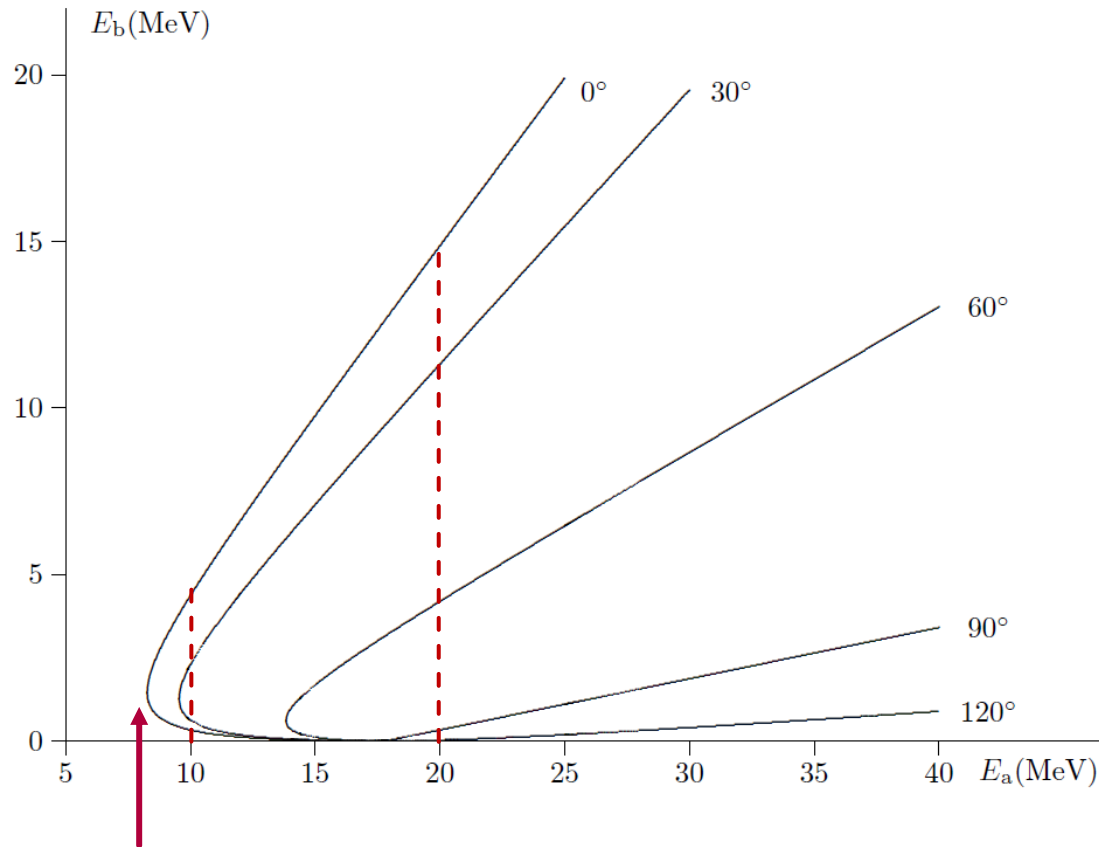
$$Q = E_b \left(1 + \frac{m_b}{m_B} \right) - E_a \left(1 - \frac{m_a}{m_B} \right) - \frac{2}{m_B} \sqrt{m_a m_b E_a E_b} \cos \theta.$$

Podemos observar que essa é uma equação de segundo grau em $\sqrt{E_b}$ cuja solução é:

$$\sqrt{E_b} = \frac{1}{m_b + m_B} \left\{ \sqrt{m_a m_b E_a} \cos \theta \pm \sqrt{m_a m_b E_a \cos^2 \theta + (m_b + m_B)[E_a(m_B - m_a) + Qm_B]} \right\}$$

Essa equação relaciona a energia da partícula “b” em função da energia incidente E_a e do ângulo em que a partícula “b” emerge.

Podemos fazer um gráfico de E_b versus E_a para vários ângulos θ da partícula “b”.



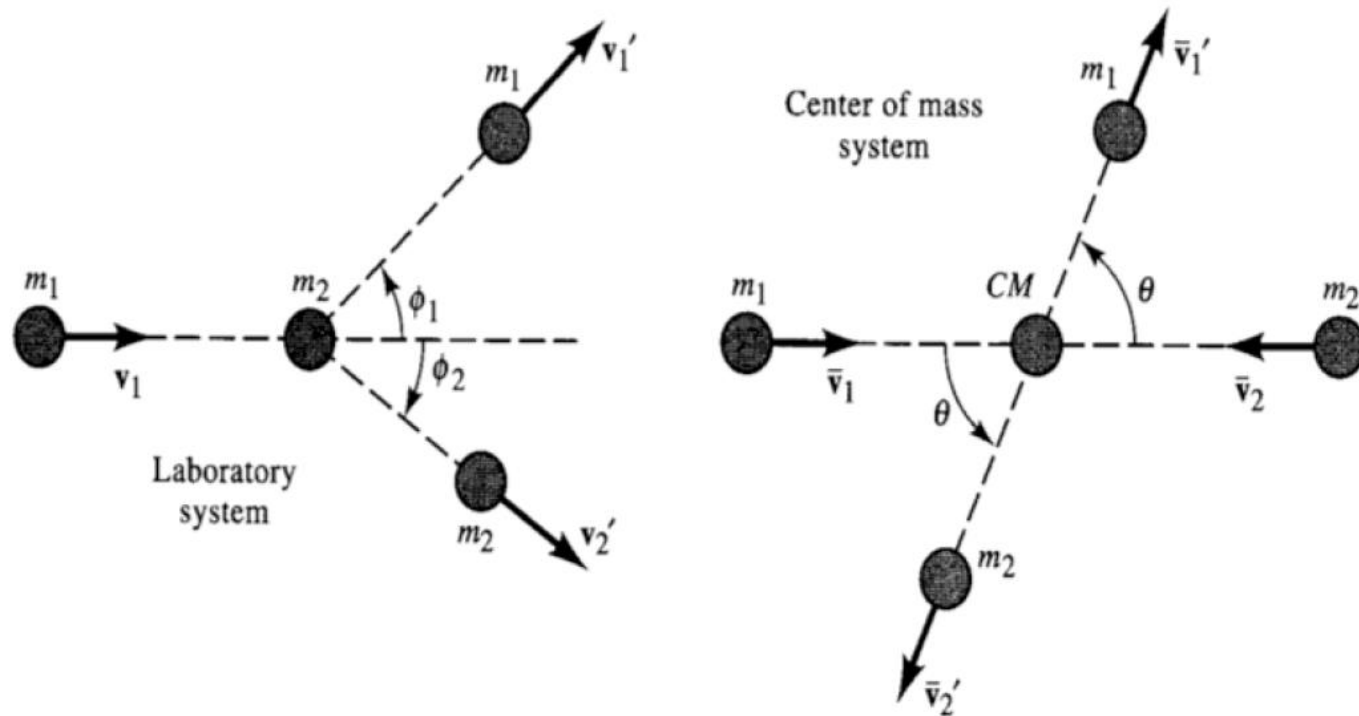
$$E_l = \frac{-Q(m_B + m_b)}{m_B + m_b - m_a},$$

Para reações com $Q < 0$ existe um limiar de energia para o qual a reação não ocorre.

Lista de exercício, determinar esse limiar

Quando você quer iniciar uma reação você considera apenas o Q-de-reação ?

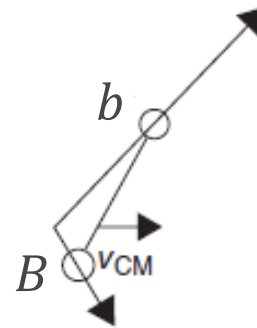
Devemos olhar também o que ocorre no sistema de centro de massa



sistema de laboratório



(a) Before collision

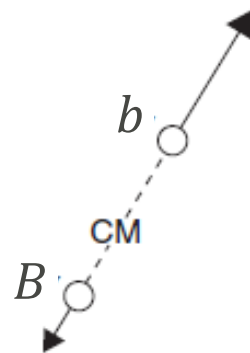


(b) After collision

sistema Centro de Massa (CM)



(c) Before collision



(d) After collision

A energia do centro de massa é dada por: $E_{CM} = E_a \frac{m_a}{m_a + m_A}$

- ❑ A energia do E_a do projétil nem sempre é totalmente disponível para que a reação possa ocorrer.
- ❑ Uma parte da energia inicial deve ser usada como energia para o movimento do centro de massa.
- ❑ A energia disponível para ser usada (ou dissipada) na reação é então dada por:

$$E_0 = E_a - E_{CM} = E_a - E_a \frac{m_a}{m_a + m_A} = E_a \frac{m_A}{m_a + m_A}$$

No referencial
laboratório

- ❑ Para que a reação ocorra precisamos que: $Q + E_0 \geq 0$



$$E_a \geq -Q \frac{m_a + m_A}{m_A}$$

Considere a reação: $\alpha + {}^{14}\text{N} \rightarrow \text{p} + {}^{17}\text{O}$

Qual deve ser a energia da partícula alfa para que a reação ocorra?

$$Q = (m_a + m_A - m_b - m_B)c^2$$

$$Q = (\Delta_{\text{projectile}} + \Delta_{\text{target}} - \Delta_{\text{ejectile}} - \Delta_{\text{residual}})c^2$$

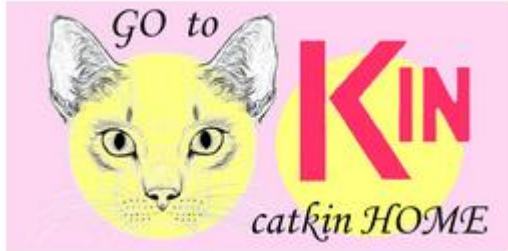
$$Q = 2.425 + 2.863 - 7.289 - (-0.809) = -1.19 \text{ MeV}$$

$$E_a \geq -(Q) \frac{m_a + m_A}{m_A}$$

$$E_\alpha \geq -(-1.19) \frac{4.0026 + 14.0031}{14.0031} = 1.53 \text{ MeV}$$

Essa é a energia da partícula alfa necessária para que a reação ocorra

Cálculos de cinemática de reações



<http://personal.ph.surrey.ac.uk/~phs1wc/kinematics/>



<http://lise.nslc.msu.edu/lise.html>



<http://nr.v.jinr.ru/nrv/>

Parâmetro de impacto

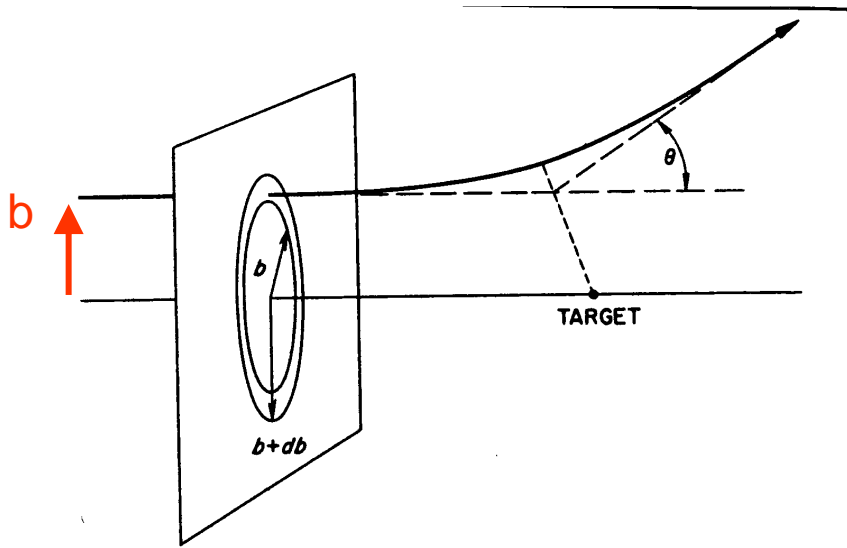


Figure 2.10 Coordinates for defining the Rutherford cross-section

$$L = \vec{r} \times \vec{p} = pb$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{\hbar}{\lambda}$$

$$L = \ell \hbar$$

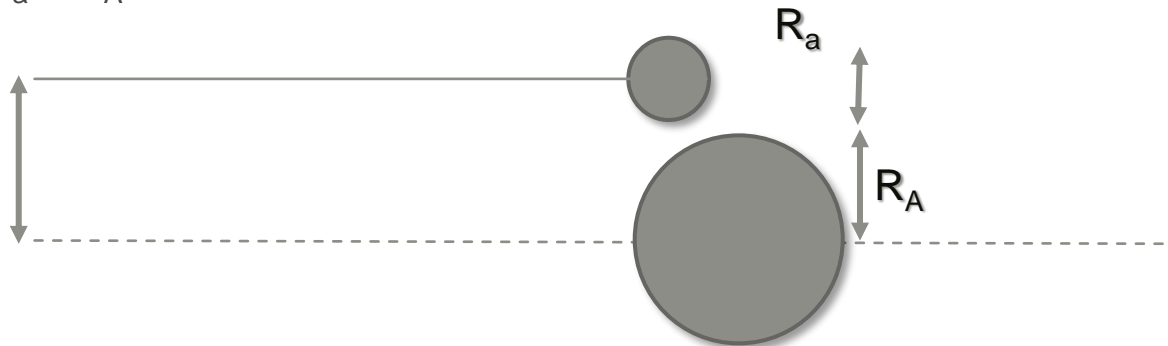
$$b = \ell \lambda = \frac{\ell}{k} = \ell / \sqrt{2\mu E}$$

$$\ell = kb$$

$$b = \ell \hat{\lambda}$$

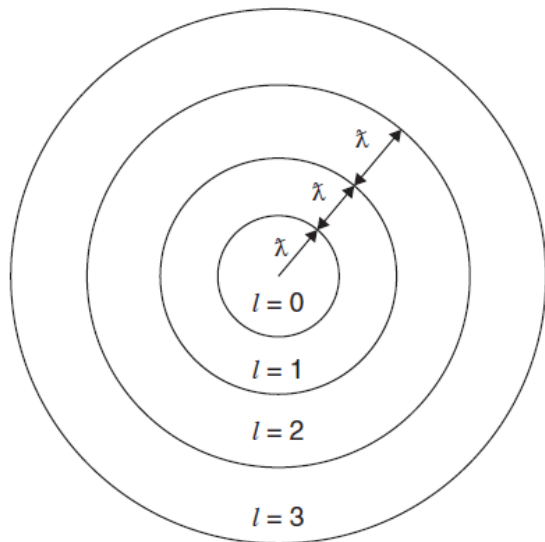
b_g = parâmetro de impacto rasante (grazing)

$$b_g = R_a + R_A$$



Seção de choque em termos de ondas parciais (tratamento clássico)

- Podemos então definir uma grandeza que seria a seção transversal de uma colisão.
- Essa grandeza é chamada **seção de choque**.
- Geometricamente essa seção de choque seria dada pela área $\sigma \approx \pi(R + r')^2$
- Assim a seção de choque para cada valor do momento angular seria:



$$b = \ell \lambda$$

$$\sigma_{\ell} = \pi(\ell + 1)^2 \lambda^2 - \pi(\ell)^2 \lambda^2$$

$$\sigma_{\ell} = \pi\lambda^2 (\ell^2 + 2\ell + 1 - \ell^2)$$

$$\sigma_{\ell} = \pi\lambda^2 (2\ell + 1)$$

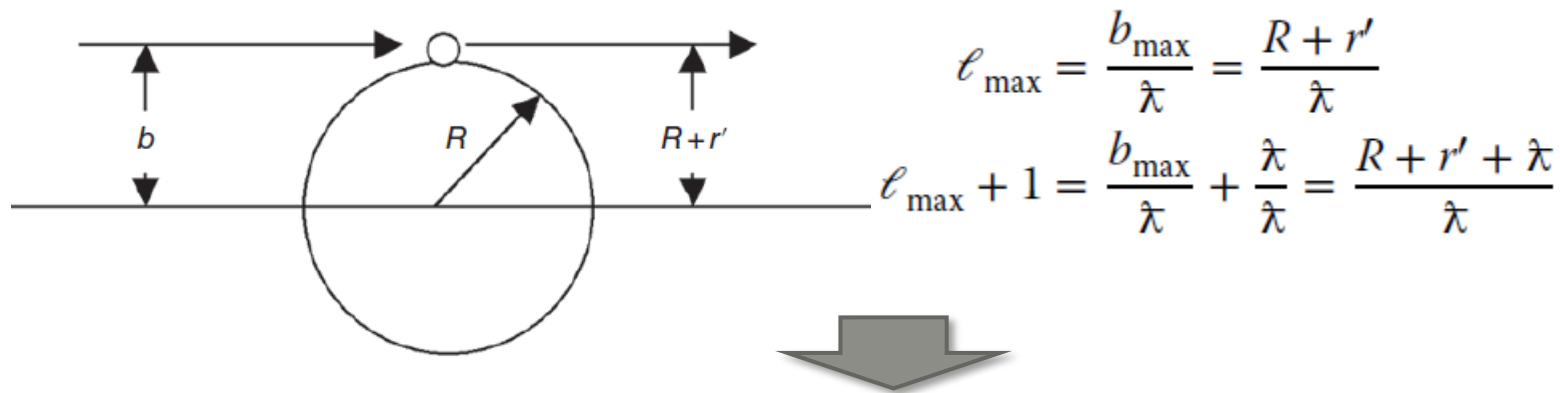
Isso seria uma seção de choque em função do momento angular que é também chamada seção de choque por onda parcial

A seção de choque total seria dada pela soma de todos os momentos angulares até um valor máximo

$$\sigma_{\text{total}} = \sum_{\ell} \sigma_{\ell} = \sum_{\ell=0}^{\ell_{\text{max}}} \pi\lambda^2 (2\ell + 1) = \pi\lambda^2 (\ell_{\text{max}} + 1)^2$$

$$\sigma_{\text{total}} = \sum_{\ell} \sigma_{\ell} = \sum_{\ell=0}^{\ell_{\text{max}}} \pi \tilde{\lambda}^2 (2\ell + 1) = \pi \tilde{\lambda}^2 (\ell_{\text{max}} + 1)^2$$

O valor do momento angular máximo



$$\sigma_{\text{total}} = \pi (R + r' + \tilde{\lambda})^2 = \pi (R_{\text{total}} + \tilde{\lambda})^2$$

- Comprimento de onda aumenta para energias baixas
- Seção de choque é muito grande para energias baixas.
- Isso é verdade para nêutrons.
- Para partículas carregadas temos que considerar a barreira coulombiana.

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{\hbar}{\tilde{\lambda}}$$

Seção de choque tratamento quântico

- ❑ No tratamento quântico consideramos o coeficiente de transmissão:

$$\sigma_{\text{total}} = \pi\lambda^2 \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) T_{\ell}$$

- ❑ Esse coeficiente de transmissão (numa aproximação de disco rígido) é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\ell} = 1 \text{ for } \ell \leq \ell_{\text{max}} \\ T_{\ell} = 0 \text{ for } \ell \geq \ell_{\text{max}} \end{array} \right.$$

- ❑ Essa visão geométrica da seção de choque é uma aproximação.
- ❑ É chamada aproximação de disco rígido.
- ❑ O tratamento quântico correto será dada nas próximas aulas.

□ Para nêutrons de baixas energias: $\tilde{T}_\ell = \epsilon^{1/2}$ para $\ell = 0$

$$\sigma_{\text{total}} \propto \pi \lambda^2 \sqrt{\epsilon} \propto \pi \left(\frac{\hbar^2}{2m\epsilon} \right) \sqrt{\epsilon} \propto \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$$

□ Para prótons temos a energia coulombiana $V_B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}$

$$p = (2mT)^{1/2} = (2\mu)^{1/2}(\epsilon - V_B)^{1/2} = (2\mu\epsilon)^{1/2}(1 - V_B/\epsilon)^{1/2}$$

$$\ell_{\text{classical}} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\ell_{\text{classical}} \rightarrow \ell \hbar$$

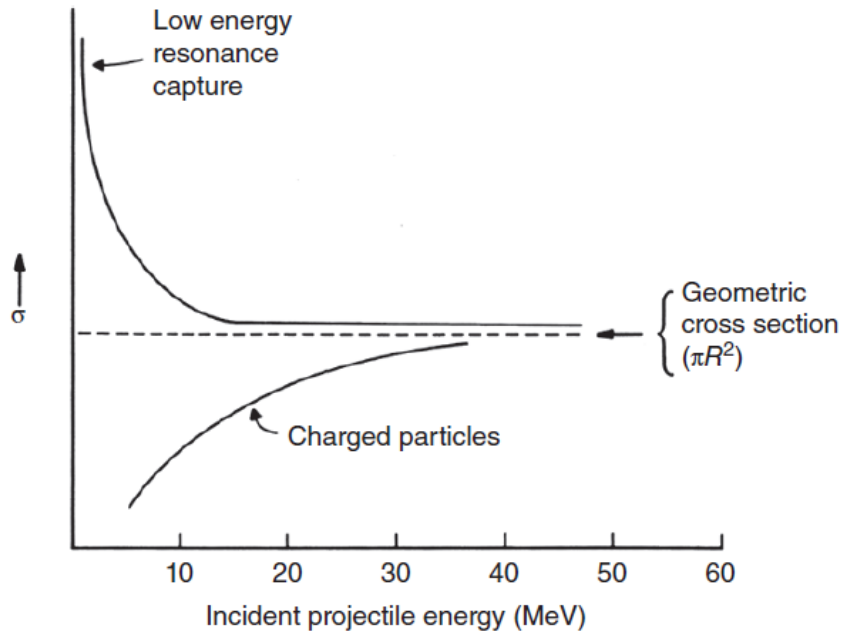
$$\ell_{\text{max}} = R \sqrt{2m\epsilon (1 - V_B/\epsilon)}$$

$$\sigma_{\text{total}} = \pi \lambda^2 (2\ell_{\text{max}} + 1)^2 \approx \pi \lambda^2 \ell_{\text{max}}^2$$

$$\sigma_{\text{total}} \approx \pi \lambda^2 \frac{2\mu\epsilon}{\hbar^2} (1 - V_B/\epsilon) = \pi \lambda^2 R^2 \frac{1}{\lambda^2} (1 - V_B/\epsilon)$$

$$\sigma_{\text{total}} \approx \pi R^2 (1 - V_B/\epsilon)$$

Válido apenas para energias acima da barreira ($E > V_B$)



Exercício

- Considerando a aproximação geométrica estime a seção de choque para a reação $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ para algumas energias acima da barreira coulombiana

$$\sigma_{\text{total}} \approx \pi R^2 (1 - V_B/\epsilon)$$

$$R = R_1 + R_2 = 1.2 \left(208^{\frac{1}{3}} + 48^{\frac{1}{3}} \right) = 11.47$$

$$V_B = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} = \frac{82 \times 20 \times 1.44}{11.47} = 205.9 \text{ (MeV)}$$

ϵ (MeV)	σ_{total} (mb)
208	41.7
210	80.7
220	264.9
230	433.1
240	587.2
250	729.1