



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# **Introdução aos Elementos de Máquinas**

**PMR 3320 – A12**

**Projeto de engrenagens  
Dimensionamento AGMA**

**Exercício orientado**

**2023.2**



**Projeto segundo a AGMA**

Exercício

**Observação**

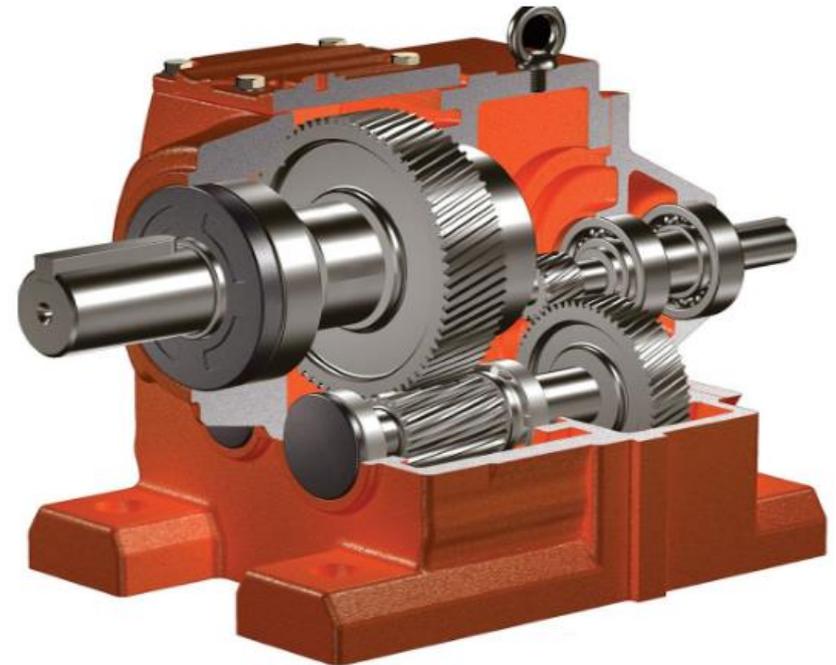
**Referência:** Capítulos 13, **14** e 15 do Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition, McGraw–Hill Primis, 2006



**Projeto segundo a AGMA**

Exercício

**Dimensionamento das engrenagens de um Redutor**

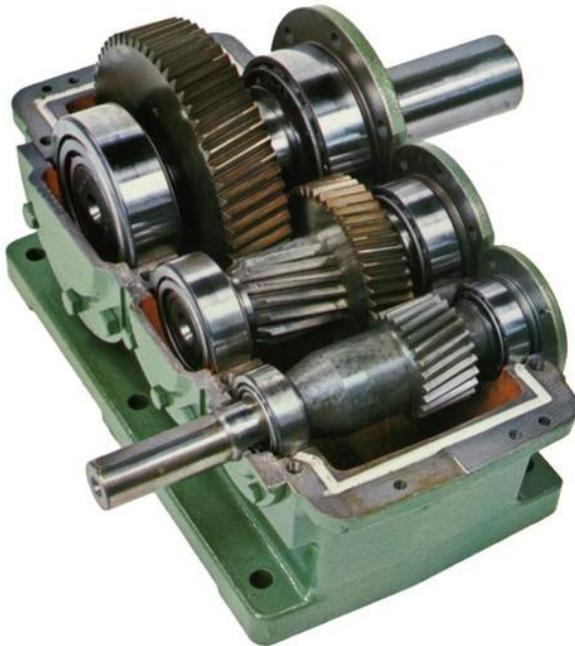




Projeto segundo a AGMA

Exercício

Dimensionamento das engrenagens de um Redutor



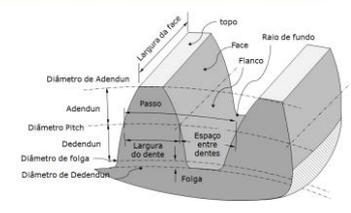


# Terminologia de Engrenagens



## Norma ISO

Número de dentes	$Z$
Módulo	$m$
Passo	$t_0$
Largura do dente	$s_0$
Espaço entre dentes	$l_0$
Diâmetro primitivo	$d_0$
Diâmetro entre centros	$a_0$
Altura comum do dente	$h$
Altura da cabeça do dente	$h_k$
Altura do pé do dente	$h_f$
Altura do dente	$h_z$
folga	$S_k$
Diâmetro externo	$d_k$
Diâmetro do pé do dente	$d_f$
Diâmetro de base	$d_g$
Ângulo de pressão	$\alpha_0$
Relação de transmissão	$i$
passo na linha de engrenamento	$t_e$
Grau de recobrimento	$\epsilon$



## AGMA – Shigley

Número de dentes	$N$
Módulo	$m$
Circular pitch	$p$
Largura do dente	$t$
<del>Espaço entre dentes</del>	<del>— —</del>
Diâmetro pitch	$d$
Diâmetro entre centros	$C$
Altura comum do dente	$h$
Addendum	$a$
Dedendum	$b$
Altura do dente	$h_t$
folga	$c$
Diâmetro de addendum	$D_a$
Diâmetro de raiz	$D_R$
Diâmetro de trabalho	$D_K$
Ângulo de pressão	$\phi$
Relação de transmissão	$i$
passo na linha de engrenamento	$?$
Razão de contato	$m_p$



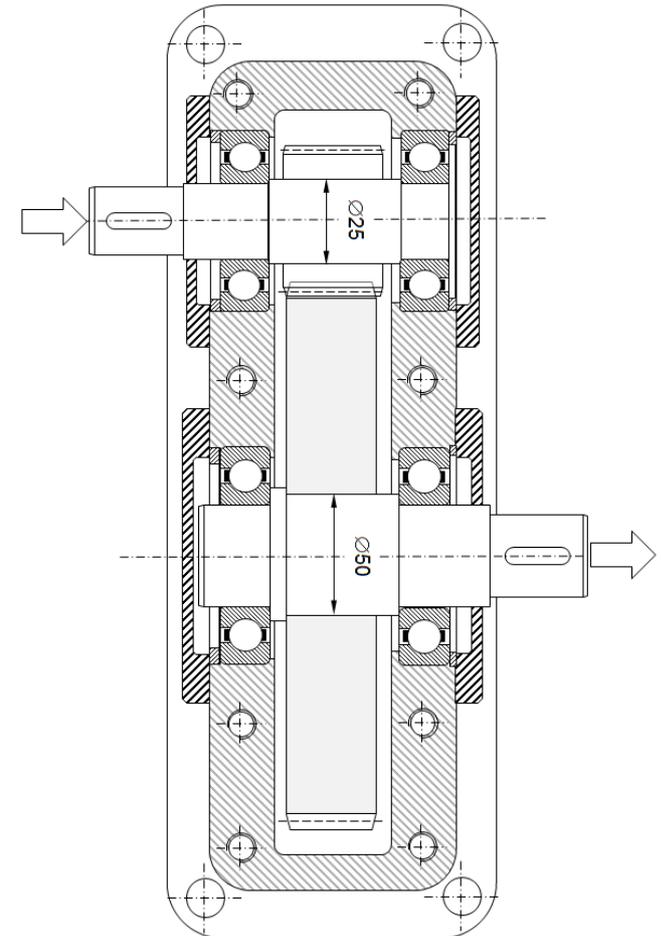
## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

O projeto simplificado de um redutor de um estágio é apresentado na figura abaixo

Dados operacionais:

- Relação de redução de 1:3
- Potência transmitida (H): 4,0 kW a 1.850 rpm
- A redução é feita com um único par de engrenagens, ambas montadas centradas em eixos curtos, suportados por mancais de elementos rolantes.
- O sistema operará enclausurado com carregamento suave, sem choque





## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

Dados: **Pinhão**

⇒ cilíndrico de dentes retos

⇒ comercial, fabricado por geração e acabamento convencional (não são retificados)

⇒ **Módulo 4**

A norma DIN 780 - Módulos (m) normalizados

0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9			
1	1,25	1,50	1,75						
2	2,25	2,50	2,75						
3	3,25	3,50	3,75						
4	4,5								
5	5,5								
6	6,5								
7	8	9							
10	11	12	13	14	15	16	17	18	
20	22	24	27	30	33	36	39	42	45
50	55	60	65	70	75				

**Esse é um valor definido pelo projetista, pode ser modificado em função das restrições dimensionais do projeto ou falta de resistência para suportar os esforços**



## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

Dados: **Pinhão**

- ⇒ cilíndrico de dentes retos
- ⇒ comercial, fabricado por geração e acabamento convencional (não são retificados)
- ⇒ **Módulo 4**
- ⇒ **ângulo de pressão de 20°**

### Ângulos de pressão Normalizados

14,5° - 17,5° - **20°** - 22,5° - 25°



## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

Dados: **Pinhão**

⇒ cilíndrico de dentes retos

⇒ comercial, fabricado por geração e acabamento convencional (não são retificados)

⇒ **Módulo 4**

⇒ **ângulo de pressão de 20°**

⇒ **12 dentes**

$$Z_{min} = \frac{2}{\sin \alpha_0}$$

Número de dentes do pinhão	Número de dentes da engrenagem							
	Ângulo de contato							
	0	5	10	15	20	25	30	35
8								12
9							12	34
10						12	26	∞
11					13	23	93	
12			12	16	24	57	∞	
13	16	17	20	27	50			
14	26	27	34	53	207			
15	45	49	69	181	∞			
16	101	121	287	∞				
17		∞	∞					

Número mínimo de dentes para evitar problemas de interferência

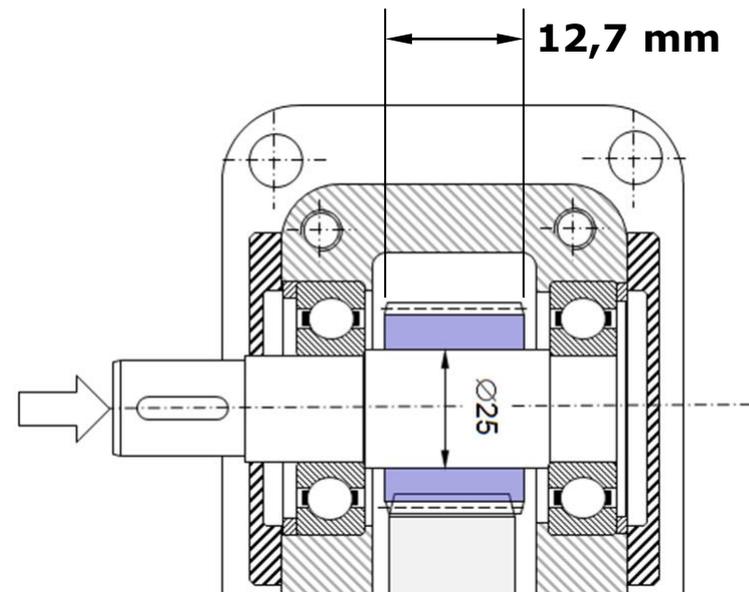


## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

Dados: **Pinhão**

- ✓ cilíndrico de dentes retos
- ✓ comercial, fabricado por geração e acabamento convencional (não são retificados)
- ✓ **Módulo 4**
- ✓ **ângulo de pressão de 20°**
- ✓ **12 dentes**
- ✓ **espessura do dente de 12,7 mm**
- ✓ grau de qualidade ( $Q_v$ ) 8
- ✓ fabricado em **aço grau 1**
- ✓ material: ANSI 1045
- ✓ dureza integral de 84 HB
- ✓ relação de Poisson é 0,29
- ✓ Módulo de Young: 206 Gpa
- ✓ O perfil dos dentes é sem coroa





## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

**Primeiro passo:** Definir a geometria do pinhão e da engrenagem

Dados:

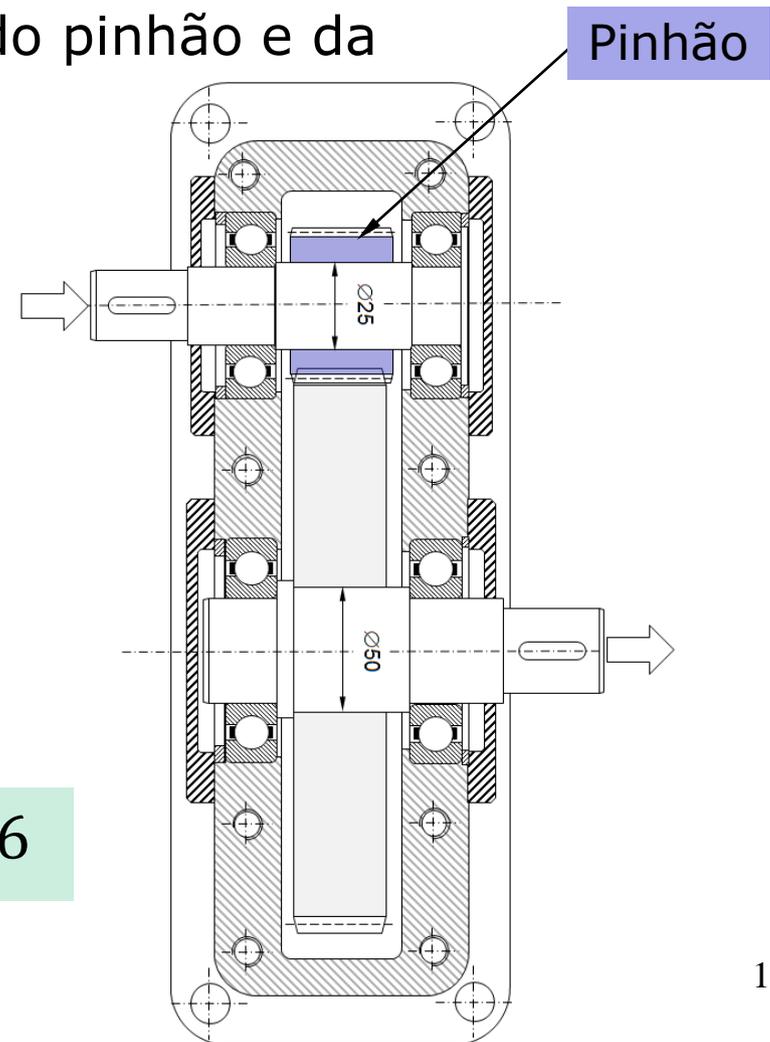
⇒ Relação de redução de 1:3

⇒ Módulo 4

⇒ 12 dentes no pinhão

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} \Rightarrow 3 = \frac{Z_2}{12} \Rightarrow 3 * 12 = Z_2 = 36$$



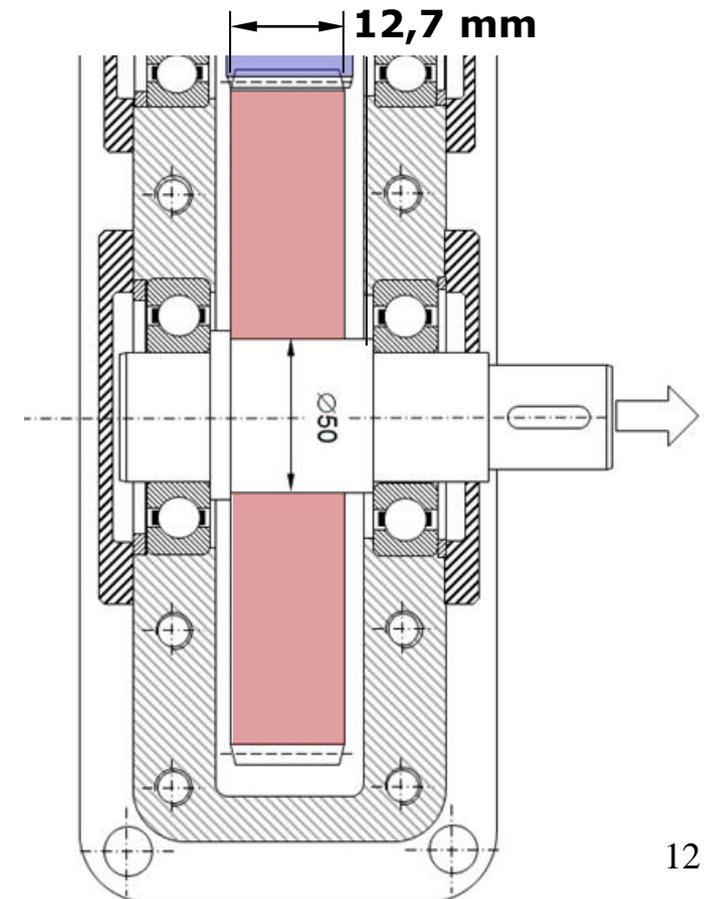


## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

#### Dados: **Engrenagem**

- ✓ cilíndrica de dentes retos
- ✓ comercial, fabricado por geração e acabamento convencional (não são retificados)
- ✓ **Módulo 4**
- ✓ **ângulo de pressão de 20°**
- ✓ **dentes**
- ✓ **espessura do dente de 12,7 mm**
- ✓ grau de qualidade (Qv) 8
- ✓ fabricado em aço grau 1
- ✓ material: ANSI 1045
- ✓ dureza integral de 84 HB
- ✓ relação de Poisson é 0,29
- ✓ Módulo de Young: 206 Gpa
- ✓ O perfil dos dentes é sem coroa

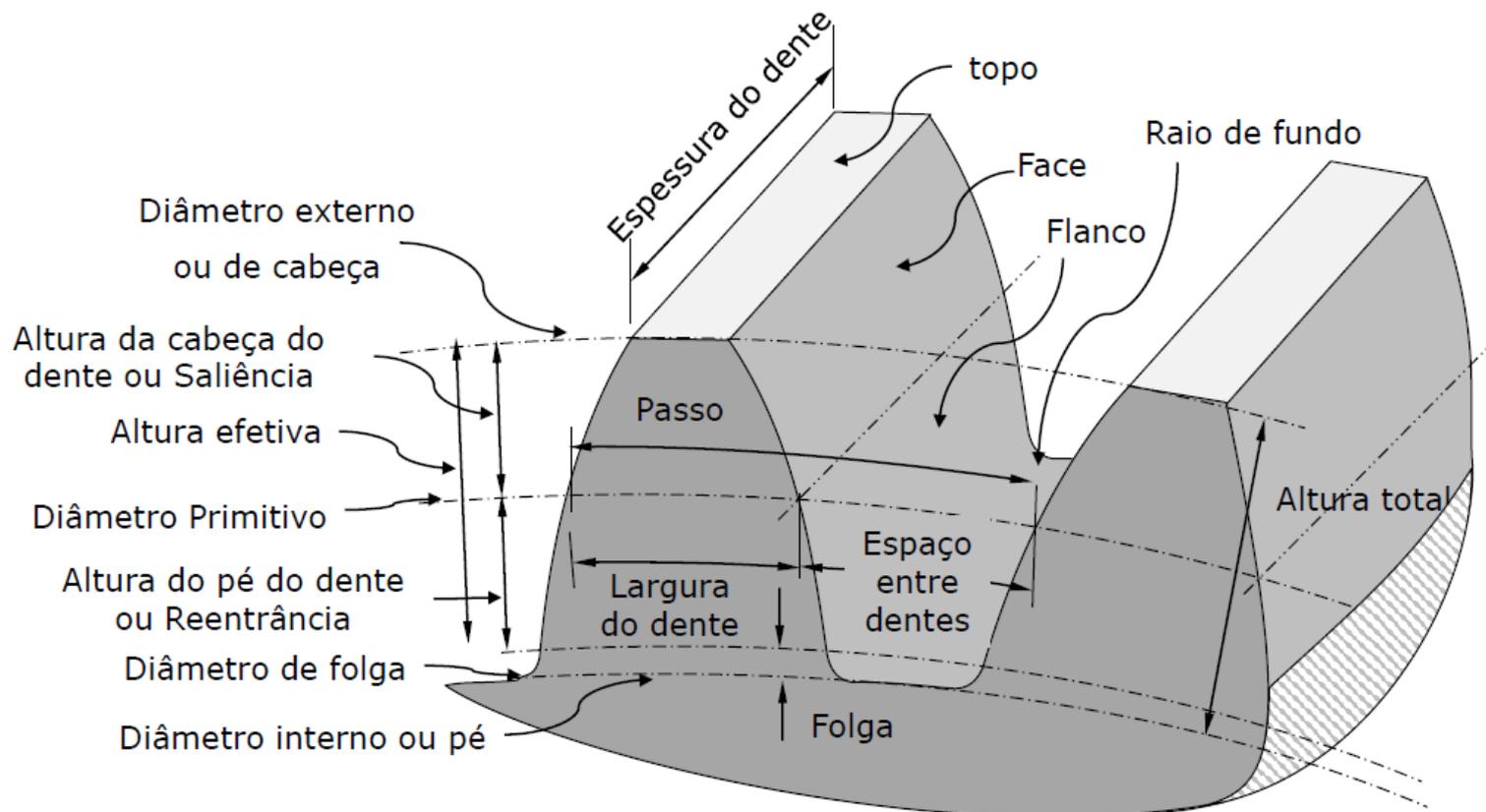




## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

- Definindo a geometria do pinhão e da engrenagem





## Norma ISO

Número de dentes	$Z$	$Z = d_o/m$		$Z$
Módulo	$m$	$m = d_o/Z$ Normalizados		$m$
Passo	$t_0$	$t_o = d_o/Z$ $t_0 = s_0 + l_0$		$t_0$
Largura do dente	$s_0$	$s_0 = (\pi/2) * m$		$s_0$
Espaço entre dentes	$l_0$	$l_0 = (\pi/2) * m$		$l_0$
Diâmetro primitivo	$d_0$	$d_0 = m * Z$		$d_0$
Distância entre centros	$a_0$	$a_0 = m * (Z_1 + Z_2)/2$ $a_0 = (d_{0_1} + d_{0_2})/2$		$a_0$
Altura comum do dente	$h$	$h = h_k + h_f + S_k$		$a_0$
Altura da cabeça do dente	$h_k$	$h_k = m$		$h_k$
Altura do pé do dente	$h_f$	$h_f = 1,25 * m$		$h_f$
Altura efetiva do dente	$h_z$	$h_z = 2,25 * m$		$h$
folga	$S_k$	$S_k = d_0 - (h_f + d_f)$		$h_z$
Diâmetro externo	$d_k$	$d_k = d_0 + 2 * m = m * (Z + 2)$	$d_k = d_o + 2 * m$	$d_k$
Diâmetro do pé do dente	$d_f$	$d_f = d - 2.5m$		$d_f$
Diâmetro de base	$d_g$	$d_g = d_f - 2 * S_k$		$d_g$
Ângulo de pressão	$\phi$	$\alpha_0$ Normalizados		$S_k$
Relação de transmissão	$i$	$i = Z_2/Z_1 = \omega_1/\omega_2$		$\alpha_0$
passo na linha de engrenamento	$t_e$	$t_e = m.\pi.\cos \alpha_0$ $t_e = s_0 + l_0$		$i$
Grau de recobrimento	$\epsilon$	$\epsilon = \frac{\sqrt{R_{a1} - R_{b1}} + \sqrt{R_{a2} + R_{b2}} - C.\sin \alpha_0}{m.\pi.\cos \alpha_0}$		$t_e$
				$\epsilon$



## Norma ISO

Número de dentes	$Z$	$Z = d_o/m$		$Z$
Módulo	$m$	$m = d_o/Z$ Normalizados		$m$
Passo	$t_0$	$t_o = d_o/Z$ $t_0 = s_0 + l_0$		$t_0$
Largura do dente	$s_0$	$s_0 = (\pi/2) * m$		$s_0$
Espaço entre dentes	$l_0$	$l_0 = (\pi/2) * m$		$l_0$
Diâmetro primitivo	$d_0$	$d_0 = m * Z$		$d_0$
Distância entre centros	$a_0$	$a_0 = m * (Z_1 + Z_2)/2$ $a_0 = (d_{0_1} + d_{0_2})/2$		$a_0$
Altura comum do dente	$h$	$h = h_k + h_f + S_k$		$a_0$
Altura da cabeça do dente	$h_k$	$h_k = m$		$h_k$
Altura do pé do dente	$h_f$	$h_f = 1,25 * m$		$h_f$
Altura efetiva do dente	$h_z$	$h_z = 2,25 * m$		$h$
folga	$S_k$	$S_k = d_0 - (h_f + d_f)$		$h_z$
Diâmetro externo	$d_k$	$d_k = d_0 + 2 * m = m * (Z + 2)$	$d_k = d_o + 2 * m$	$d_k$
Diâmetro do pé do dente	$d_f$	$d_f = d - 2.5m$		$d_f$
Diâmetro de base	$d_g$	$d_g = d_f - 2 * S_k$		$d_g$
Ângulo de pressão	$\phi$	$\alpha_0$ Normalizados		$S_k$
Relação de transmissão	$i$	$i = Z_2/Z_1 = \omega_1/\omega_2$		$\alpha_0$
passo na linha de engrenamento	$t_e$	$t_e = m.\pi.\cos \alpha_0$ $t_e = s_0 + l_0$		$i$
Grau de recobrimento	$\epsilon$	$\epsilon = \frac{\sqrt{R_{a1} - R_{b1}} + \sqrt{R_{a2} + R_{b2}} - C.\sin \alpha_0}{m.\pi.\cos \alpha_0}$		$t_e$
				$\epsilon$



## Projeto segundo a AGMA

### Exercício

- Definir a geometria do pinhão e da engrenagem

Dados:

⇒ Relação de redução de 1:3

⇒ Módulo 4

⇒  $Z_1 = 12$  dentes

⇒  $Z_2 = 36$  dentes

Cálculo do diâmetro primitivo

$$d_0 = m * Z$$

**p/ Pinhão**

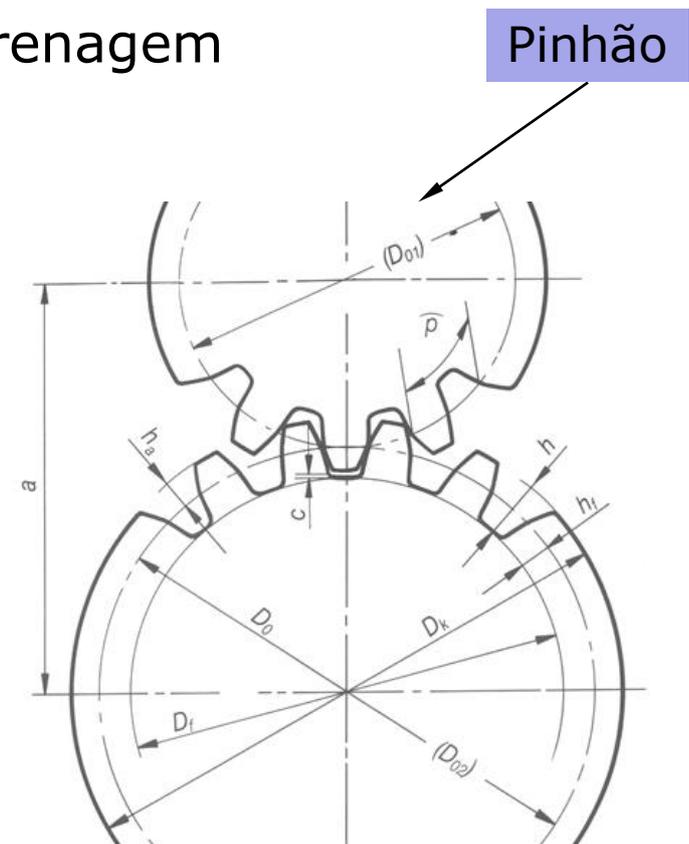
$$d_{0_1} = 4 * 12$$

$$d_{0_1} = 48 \text{ mm}$$

**p/ Engrenagem**

$$d_{0_2} = 4 * 36$$

$$d_{0_2} = 144 \text{ mm}$$



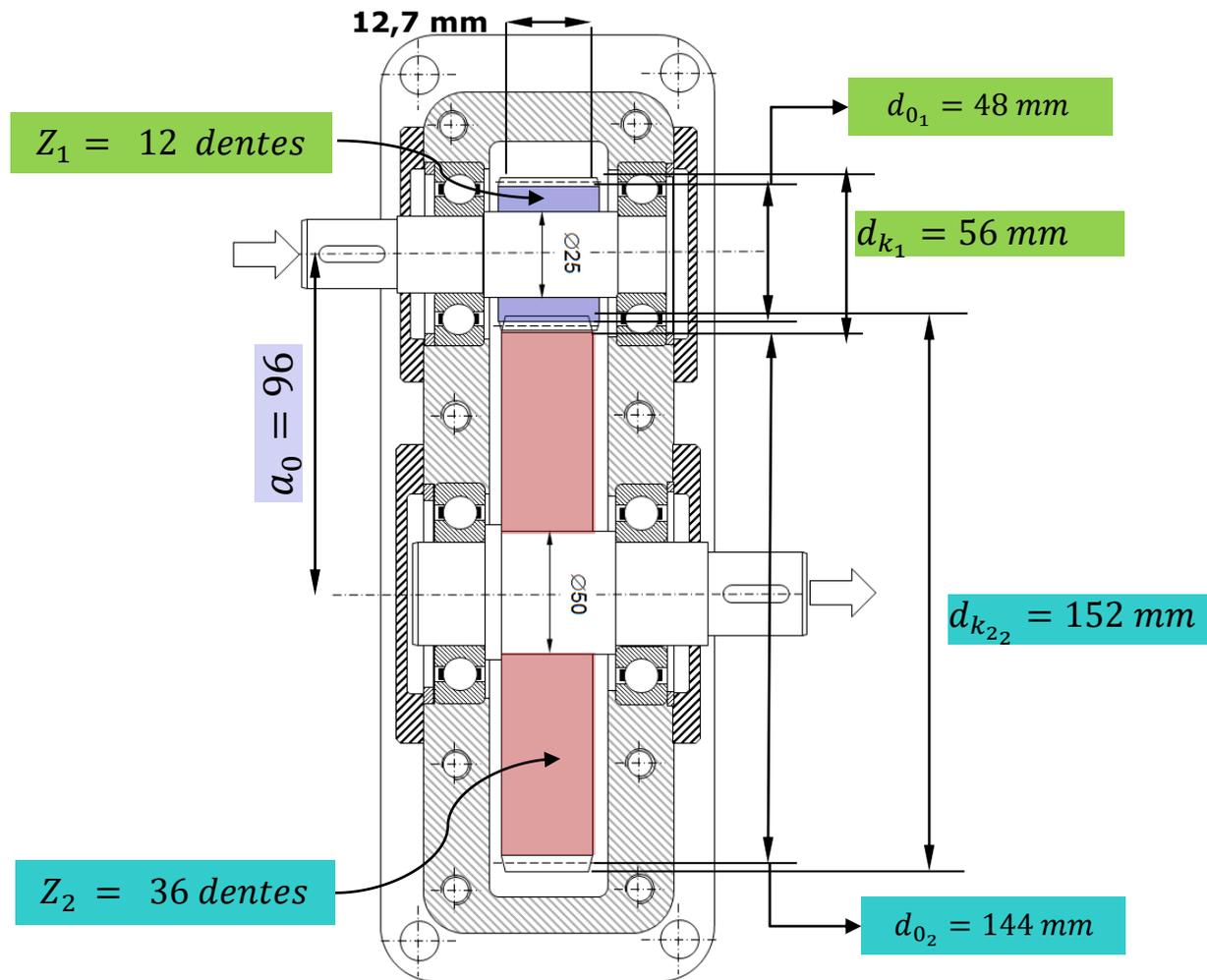


	<i>Norma ISO</i>	<b>p/ Pinhão</b>	<b>p/ Engrenagem</b>
Número de dentes	$Z$	$Z_1 = 12 \text{ dentes}$	$Z_2 = 36 \text{ dentes}$
Módulo	$m$ <i>Normalizados</i>	$m = 4$	$m = 4$
Passo	$t_0$ $t_0 = s_0 + l_0$	$t_0 = 12,57 \text{ mm}$	
Largura do dente	$s_0$ $s_0 = (\pi/2) * m$	$s_{0_1} = 6,28 \text{ mm}$	$s_{0_2} = 6,28 \text{ mm}$
Espaço entre dentes	$l_0$ $l_0 = (\pi/2) * m$	$l_{0_1} = 6,28 \text{ mm}$	$l_{0_2} = 6,28 \text{ mm}$
Diâmetro primitivo	$d_0$ $d_0 = m * Z$	$d_{0_1} = 48 \text{ mm}$	$d_{0_2} = 144 \text{ mm}$
Distância entre centros	$a_0$ $a_0 = (d_{0_1} + d_{0_2})/2$	$a_0 = (48 + 144)/2 = 96$	
	$a_0$ $a_0 = m(Z_1 + Z_2)/2$	$a_0 = 4(12 + 36)/2 = 96$	
Saliência - Altura da cabeça do dente	$h_k$ $h_k = m$	$h_{k_1} = 4 \text{ mm}$	$h_{k_2} = 4 \text{ mm}$
Reentrância - altura do pé do dente	$h_f$ $h_f = 1,25 * m$	$h_{f_1} = 5 \text{ mm}$	$h_{f_2} = 5 \text{ mm}$
Altura comum do dente	$h$ $h = h_k + h_f + S_k$	$h_1 = 9,5 \text{ mm}$	$h_2 = 9,5 \text{ mm}$
Altura efetiva do dente	$h_z$ $h_z = h_f + h_k$	$h_1 = 9 \text{ mm}$	$h_2 = 9 \text{ mm}$
Diâmetro externo	$d_k$ $d_k = d_0 + 2 * m$	$h_{z_1} = 9 \text{ mm}$	$h_{z_2} = 9 \text{ mm}$
Diâmetro de folga ou base	$d_f$ $d_f = d_0 - 2.5 * m$	$d_{k_1} = 56 \text{ mm}$	$d_{k_2} = 152 \text{ mm}$
Diâmetro do pé do dente	$d_g$ $d_g = d_f - 2 * S_k$	$d_{f_1} = 38 \text{ mm}$	$d_{f_2} = 134 \text{ mm}$
folga	$S_k$	$S_k = 0,5 \text{ mm}$	$S_k = 0,5 \text{ mm}$
Ângulo de pressão	$\alpha_0$ <i>Normalizados</i>	$\alpha_0 = 20^\circ$	
Relação de transmissão	$i$ $i = Z_2 / Z_1$	$i = 3$	
passo na linha de engrenamento	$t_e$ $t_e = s_0 + l_0$	$t_e = 12,57 \text{ mm}$	
Grau de recobrimento	$\epsilon$		



## Projeto segundo a AGMA

### Exercício





## Trabalhando com a Equação AGMA

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

tensões de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_l}}$$

$$\sigma < \sigma_{c_{total}}$$

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



## Equação AGMA

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

tensões de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1}} \frac{Z_R}{b Z_l}}$$

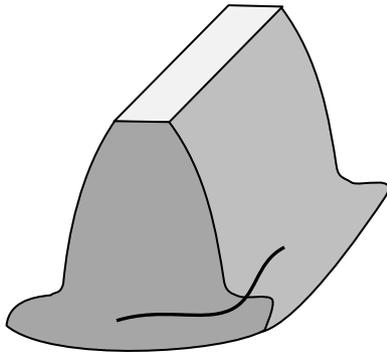
$$\sigma < \sigma_{c total}$$

$$\sigma_{c total} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ AGMA – Falha por flexão associada a fadiga

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para flexão

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



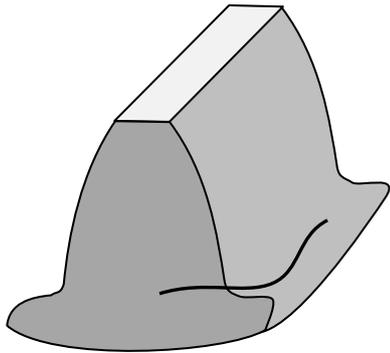
## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por flexão

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

↳ Fator dinâmico



$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

Onde:  $V$  = velocidade tangencial a linha de pitch [m/s],

➤  $A = 50 + 56(1 - B)$

➤  $B = 0,25(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}$

$$1 \text{ m/s} = 196,9 \text{ ft/min}$$

$$V_{t_{max}} = \frac{(A + (Q_v - 3))^2}{200}$$

↳ Índice de precisão de transmissão



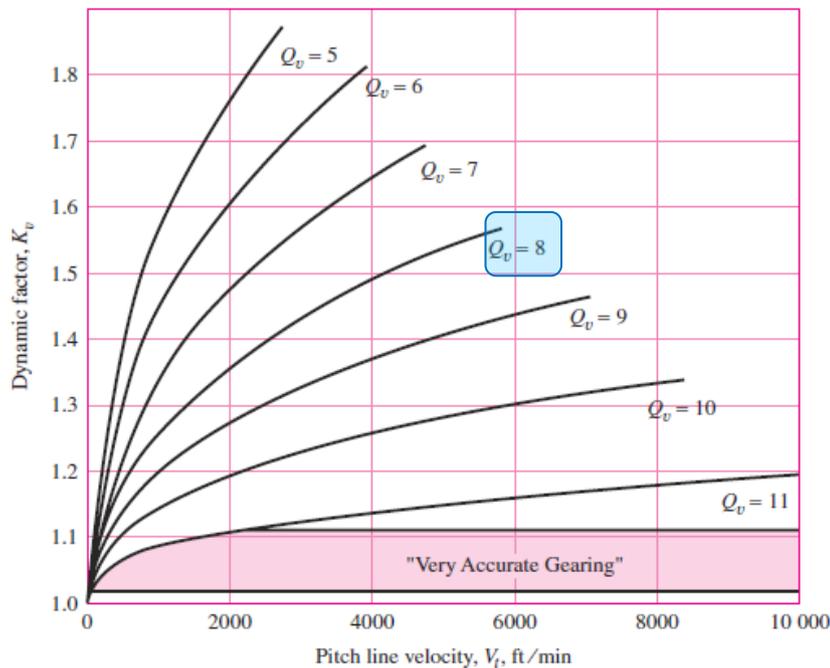
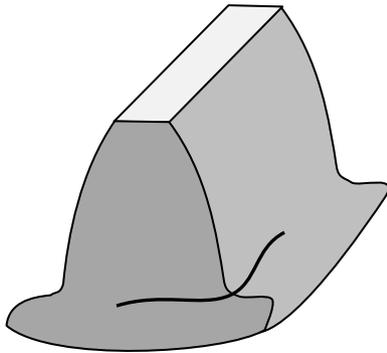
## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por flexão

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

→ Fator dinâmico



$Q_v =$  grau de precisão das engrenagens

$$K_v = \frac{3,56 + \sqrt{V}}{3,56}$$



## Fator Dinâmico $K_v$

- Equações para o fator dinâmico: ► Sistema métrico

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

- Onde:

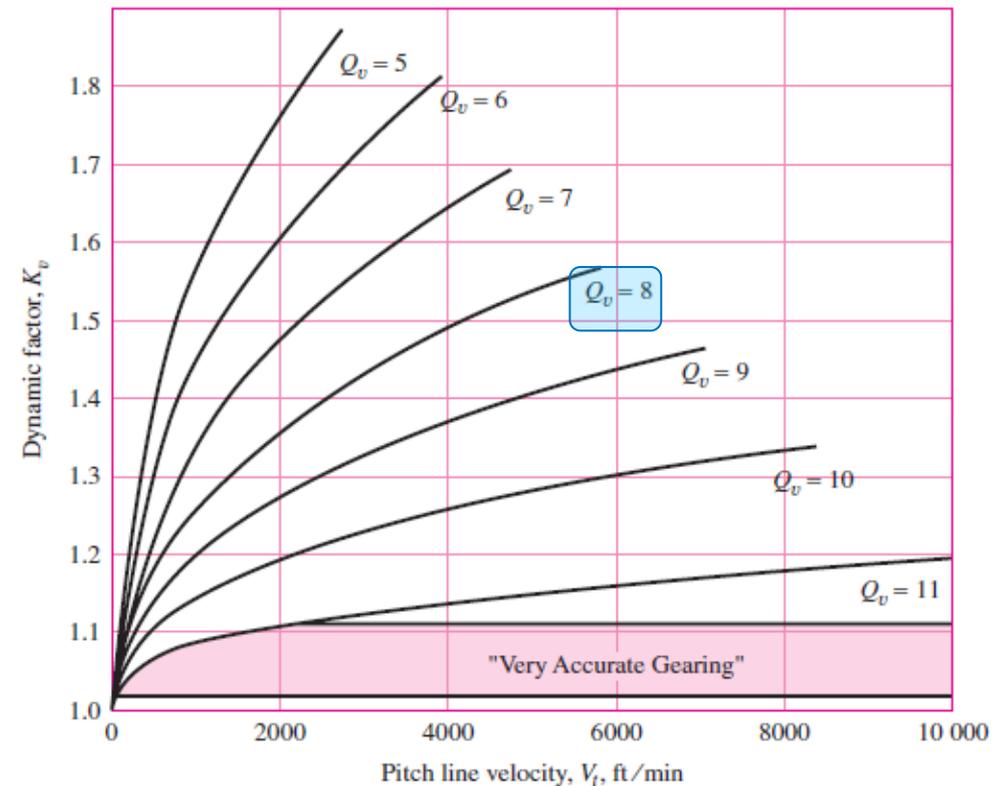
$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3}$$

$$V_{tmax} = (A + (Q_v - 3))^2 \text{ [ft/mim]}$$

$$1 \text{ m/min} = 3.28084 \text{ ft/min}$$

$$V_{tmax} = \frac{(A + (Q_v - 3))^2}{200}$$





## Fator Dinâmico $K_v$

- Equações para o fator dinâmico: ► Sistema métrico

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

- Onde:

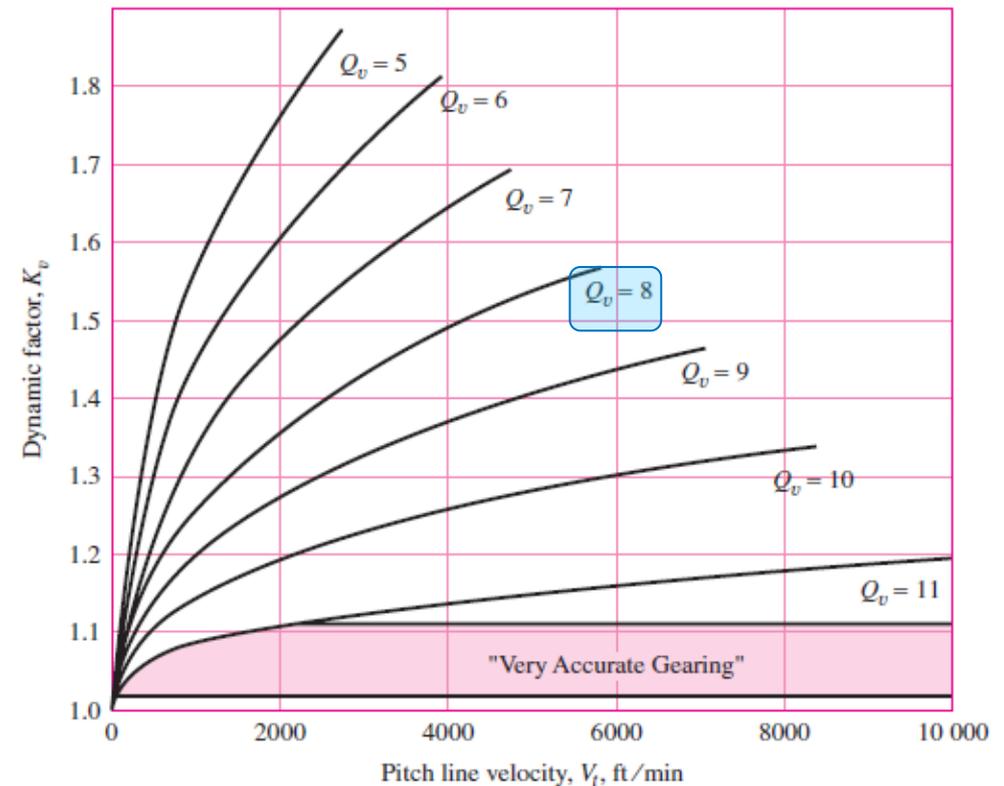
$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3}$$

$$V_{tmax} = (A + (Q_v - 3))^2 \text{ [ft/mim]}$$

$$1 \text{ m/min} = 3.28084 \text{ ft/min}$$

$$V_{tmax} = \frac{(A + (Q_v - 3))^2}{200}$$





## Fator Dinâmico Kv

► Equações para o fator dinâmico:

⇒ Rpm: 1850

⇒ grau de qualidade (Qv) 8.

$$V_{t_{max}} = \frac{(A + (Q_v - 3))^2}{200}$$

► Sistema métrico

$$B = 0,25 (12 - Q_v)^{2/3}$$

$$B = 0,25 (12 - 8)^{2/3}$$

$$B = 0,25 (4)^{2/3}$$

$$B = 0,25(2,53)$$

$$B = 0,63$$

$$A = 50 + 56 (1 - B)$$

$$A = 50 + 56 (1 - 0,63)$$

$$A = 50 + 56 (0,37)$$

$$A = 50 + 20,72$$

$$A = 70,72$$

$$V_{t_{max}} = \frac{(70,72 + (8 - 3))^2}{200}$$

$$V_{t_{max}} = \frac{(70,72 + (5))^2}{200}$$

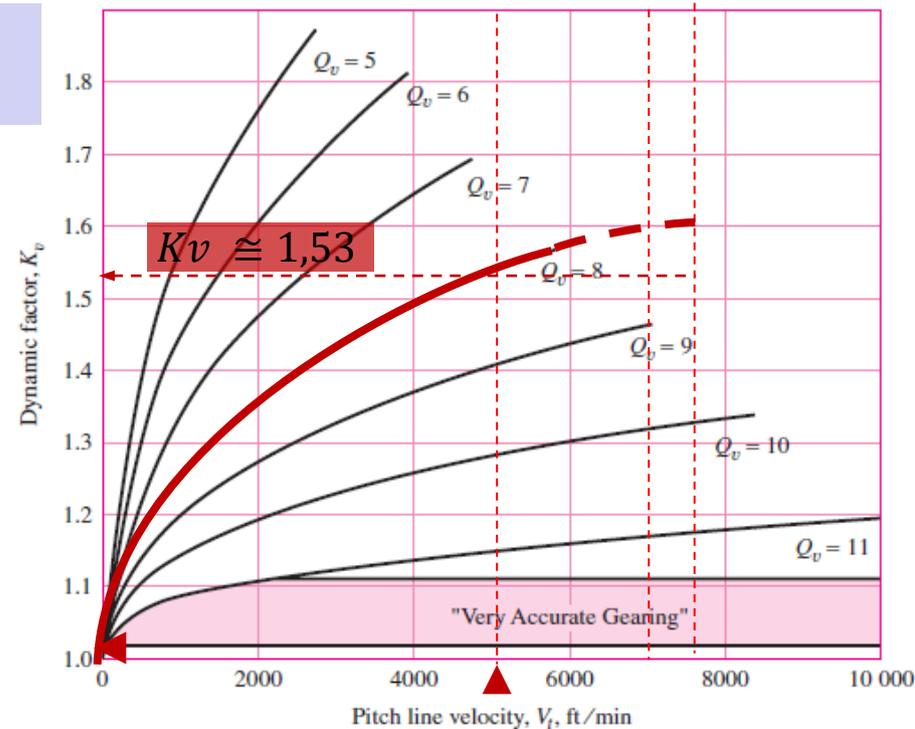
$$V_{t_{max}} = \frac{(75,72)^2}{200}$$

$$V_{t_{max}} = \frac{5733,5}{200}$$

$$V_{t_{max}} = 28,7 \text{ m/s}$$

$$1 \text{ m/s} = 196,85 \text{ ft/min}$$

$$V_{t_{max}} = 5643,2 \text{ ft/min}$$



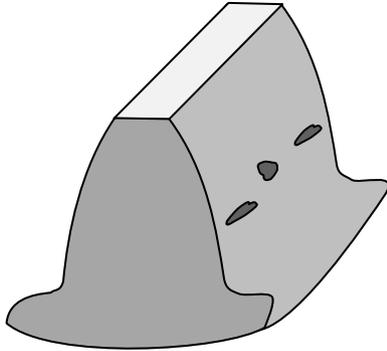
5643,2 ft/min



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ AGMA – Falha por flexão associada a fadiga



$$\sigma = 1,6 K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para flexão

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

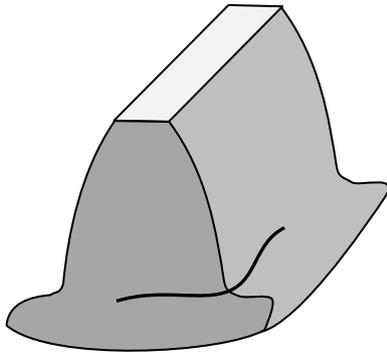
Fator dinâmico



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de sobrecarga

Table of Overload Factors,  $K_o$

$$K_A = K_o$$

### Driven Machine

Power source	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25

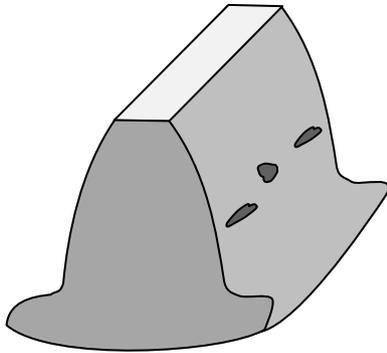
$$K_A = 1$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ AGMA – Falha por flexão associada a fadiga



$$\sigma = 1,6 \cdot 1 \cdot K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para flexão

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

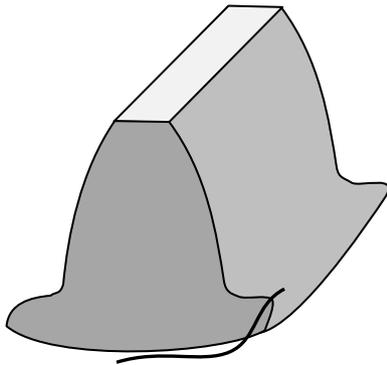
Fator dinâmico



## Equação AGMA

### Exercício

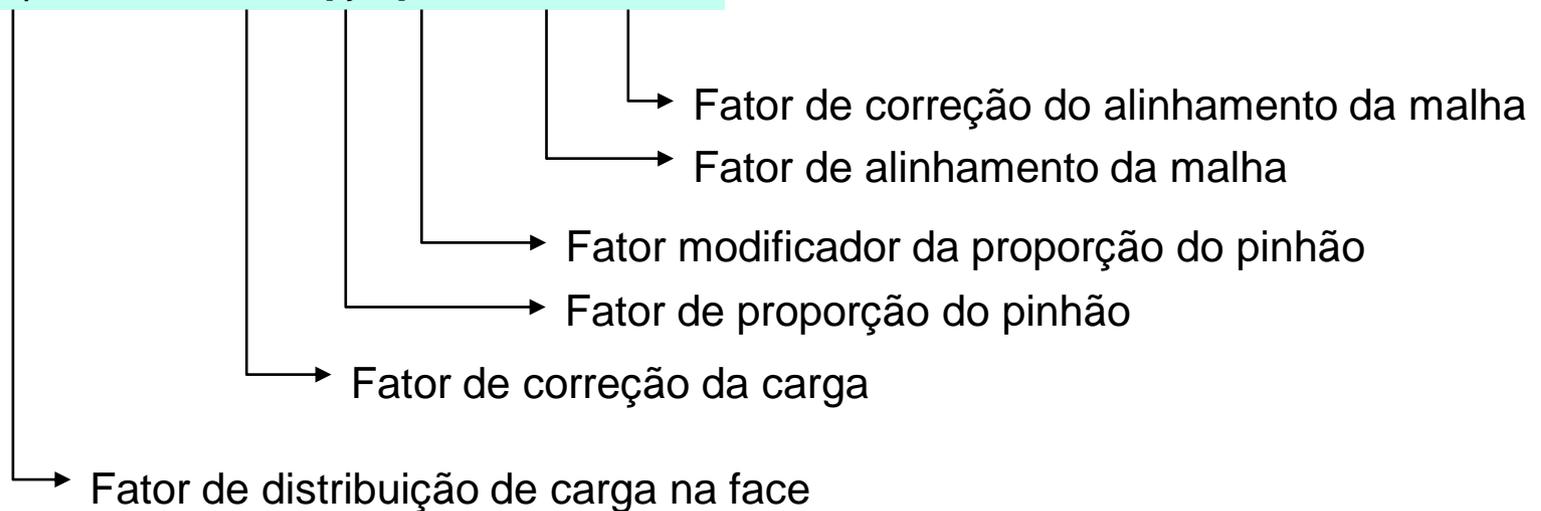
► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

→ Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

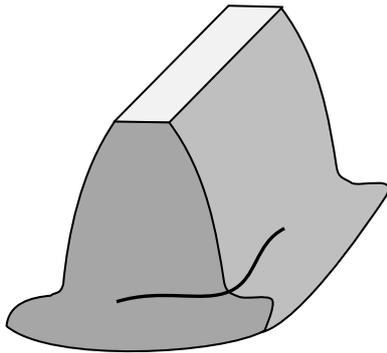




## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção da carga

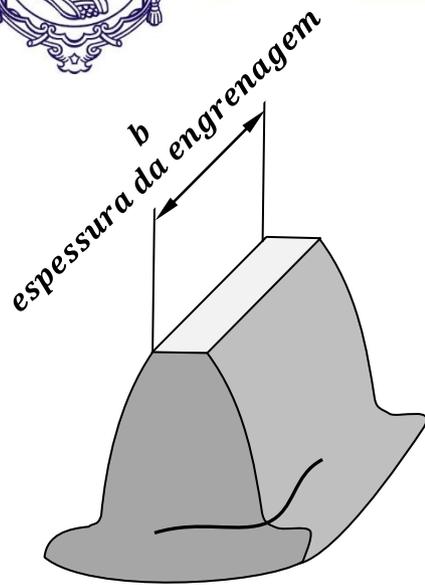
Definido no projeto

$$C_{mc} = \begin{cases} 1 \\ 0.8 \end{cases}$$

Dentes não coroados

Dentes coroados (geometria corrigida)

$$C_{mc} = 1$$



## Equação AGMA

### Exercício

#### ▶ falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

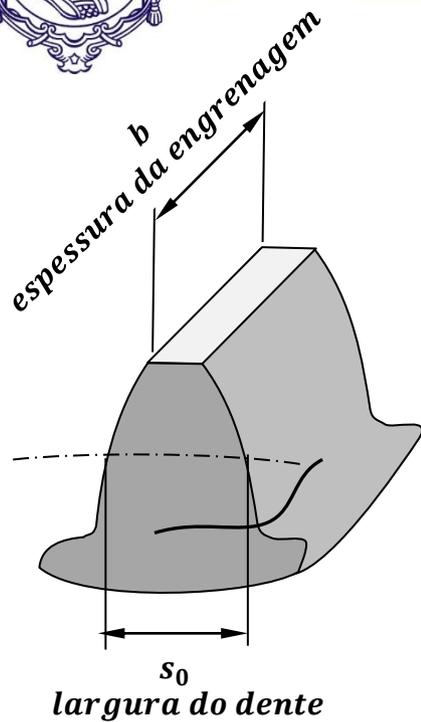
Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + 1(C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

Fator de proporção do pinhão

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{b}{10d} - 0,0025 & b \leq 25,4 \text{ mm (1 pol.)} \\ \frac{b}{10d} - 0,0375 + 0,0125b & 25,4 < b \leq 431,8 \text{ mm (17 pol.)} \\ \frac{b}{10d} - 0,1109 + 0,0207b - 0,000228 b^2 & 431,8 < b \leq 1.016 \text{ mm (40 pol.)} \end{cases}$$

onde:  $s_o$  = largura da face do dente  
 $b$  = espessura da engrenagem



## Equação AGMA

### Exercício

#### ▶ falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + 1(C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

Fator de proporção do pinhão

$$C_{pf} = \frac{b}{10d} - 0,0025$$

$$C_{pf} = \frac{12,7}{10 * 12,7} - 0,0025$$

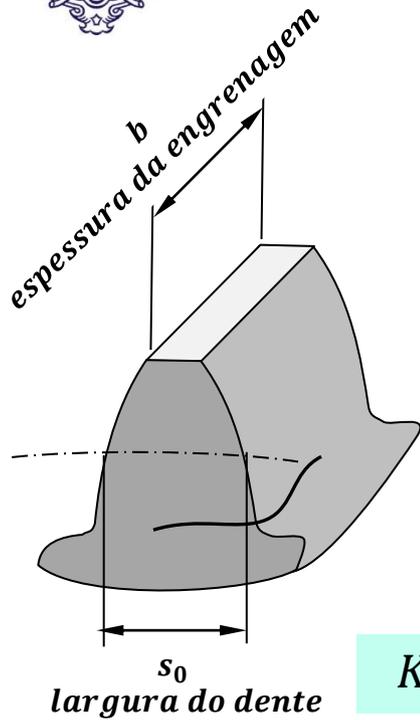
$$C_{pf} = 0,1 - 0,0025$$

$$C_{pf} = 0,0975$$

$$b = 12,7 \leq 25,4 \text{ mm (1 pol.)}$$

$$b = 12,7 \text{ mm (engrenagem de dentes retos)}$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 C_{pm} + C_{ma} C_e)$$



## Equação AGMA

### Exercício

▶ falha por flexão

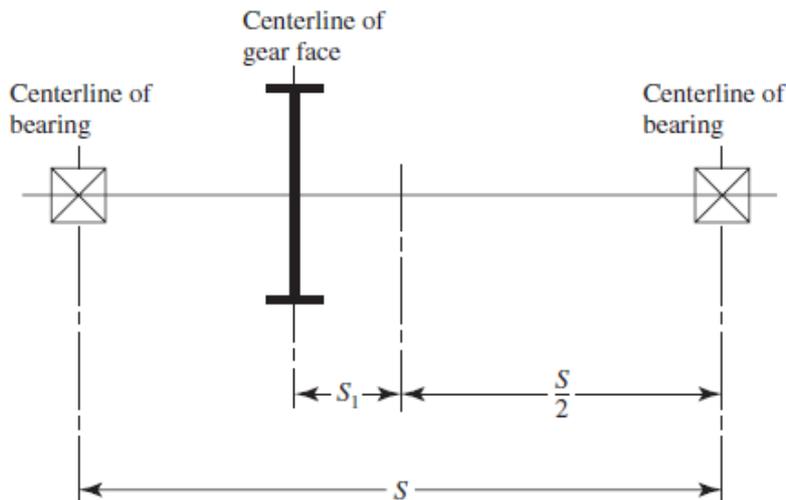
$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

Fator modificador da proporção do pinhão

Como a engrenagem está montada no eixo

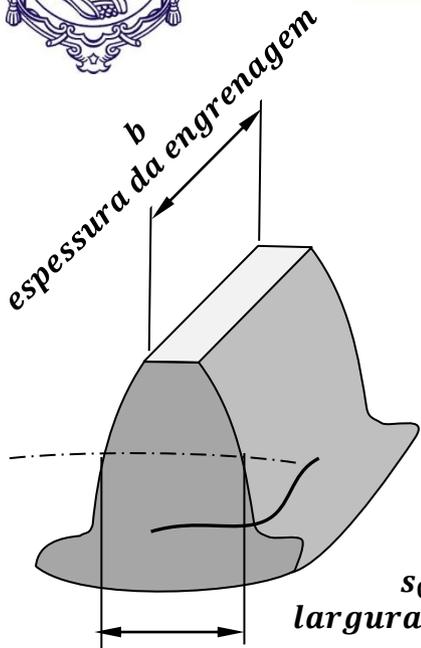


$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \Rightarrow \frac{s_1}{s} < 0,175 \\ 1,1 & \Rightarrow \frac{s_1}{s} \geq 0,175 \end{cases}$$



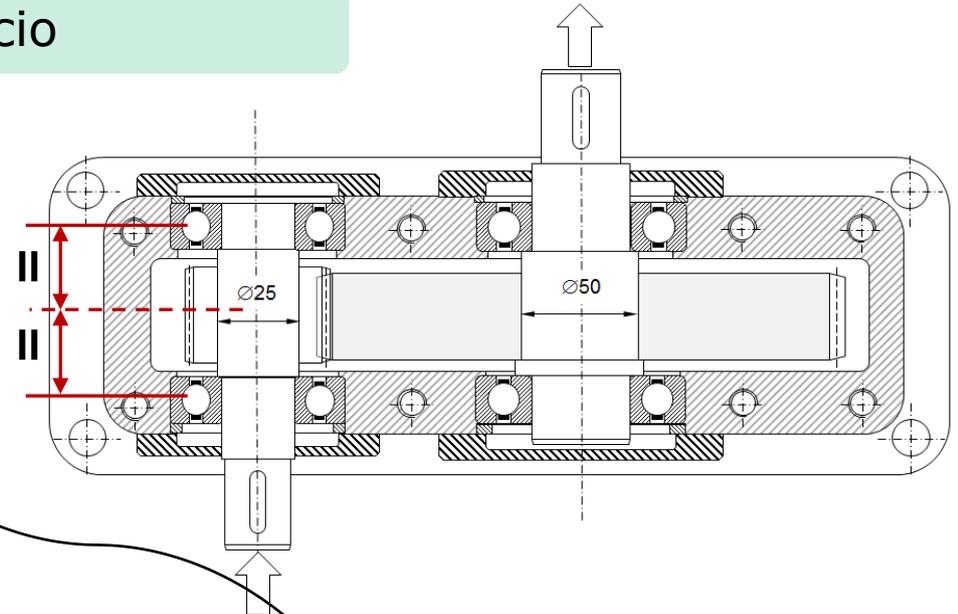
# Equação AGMA

## Exercício

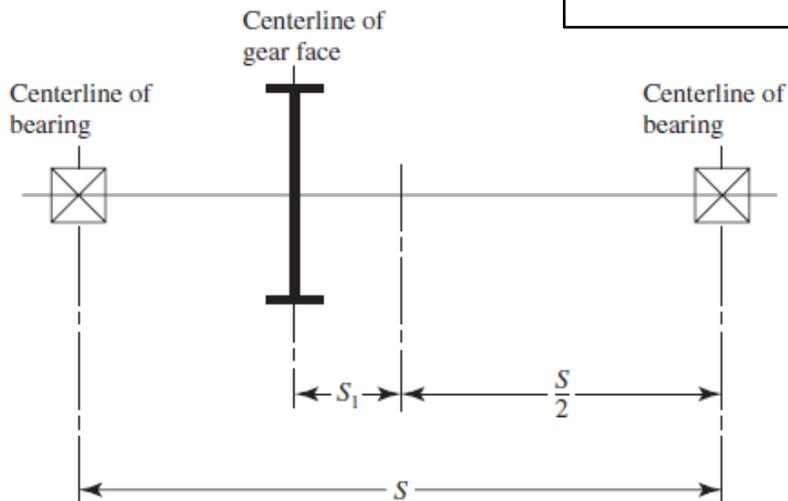


▶ falha por flexão

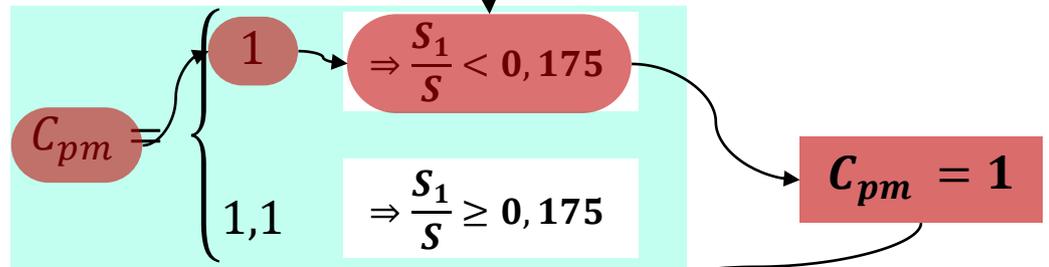
$$\frac{S_1}{S} = \frac{0}{S} = 0 \leftarrow$$



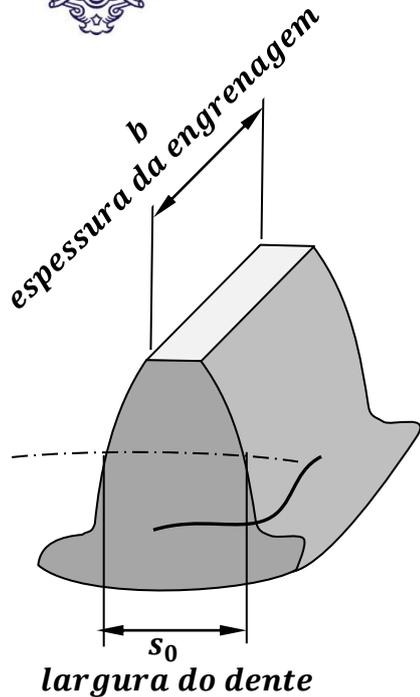
$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 C_{pm} + C_{ma}C_e)$$



Fator modificador da proporção do pinhão  
Como a engrenagem está montada no eixo



$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + C_{ma}C_e)$$



## Equação AGMA

### Exercício

▶ falha por flexão

Fator de distribuição de carga

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de alinhamento da mesh

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + C_{ma} C_e)$$

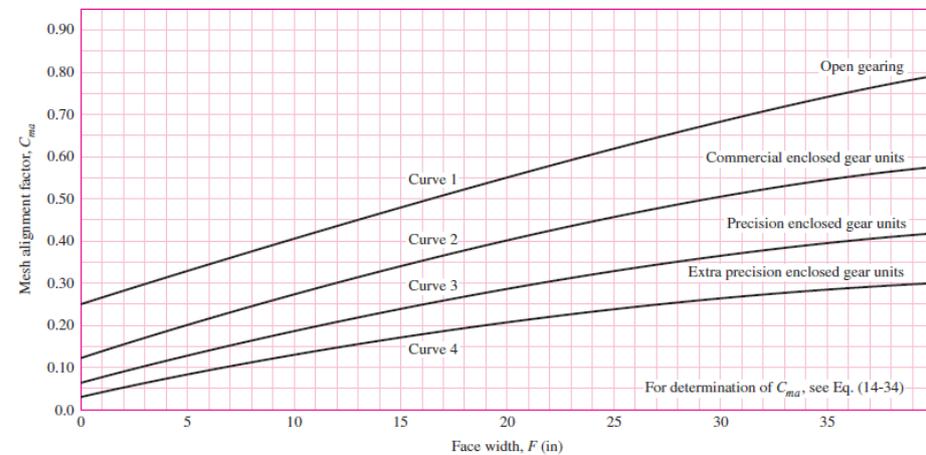
$$C_{ma} = A + B * b + C * b^2$$

Condition	A	B	C
Open gearing	0.247	0.0167	-0.765(10 <sup>-4</sup> )
Commercial, enclosed units	0.127	0.0158	-0.930(10 <sup>-4</sup> )
Precision, enclosed units	0.0675	0.0128	-0.926(10 <sup>-4</sup> )
Extraprecision enclosed gear units	0.00360	0.0102	-0.822(10 <sup>-4</sup> )

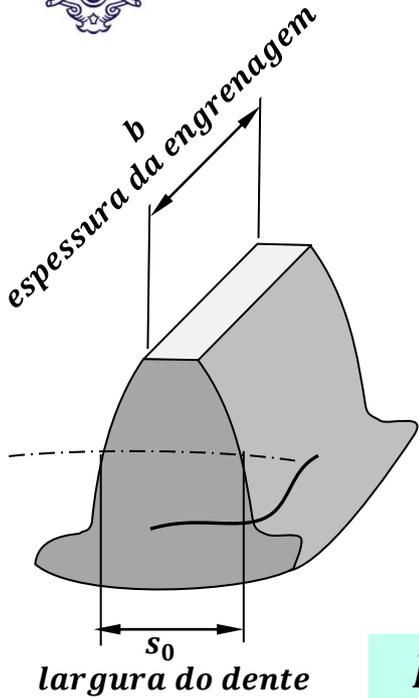
\*See ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20–22, for SI formulation.

$$C_{ma} = A + B * b + C * b^2$$

Onde **b** é a espessura da engrenagem (em mm)



1 polegadas = 25,4 mm



### Equação AGMA

### Exercício

▶ falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

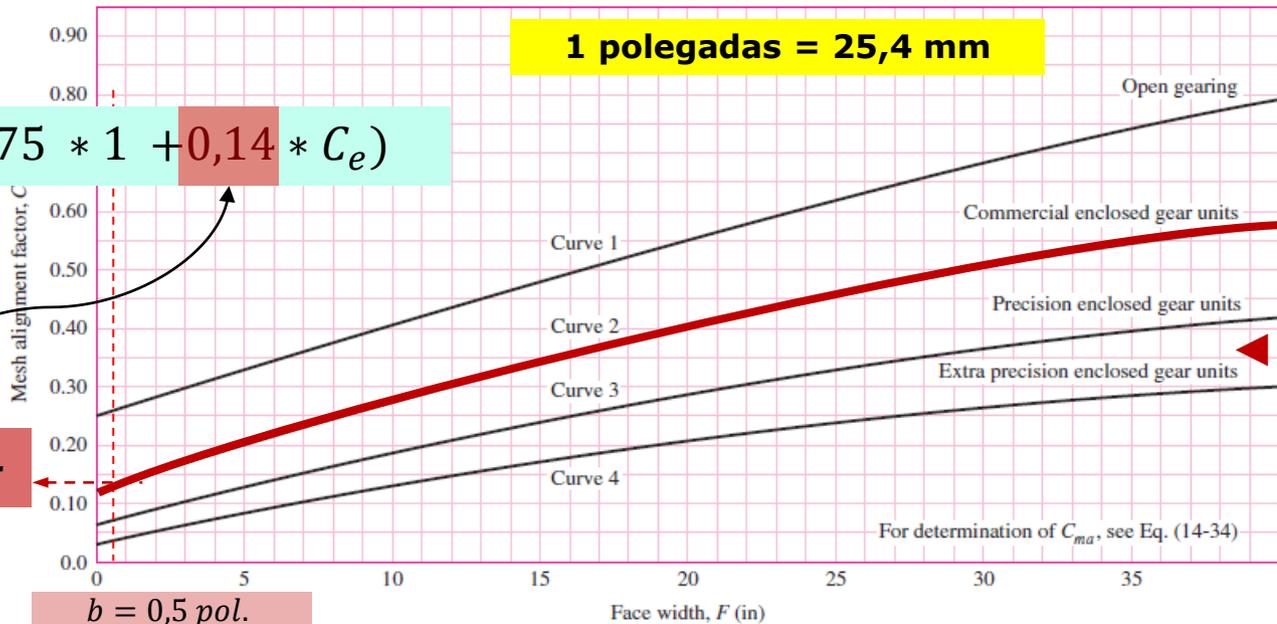
Fator de distribuição de carga

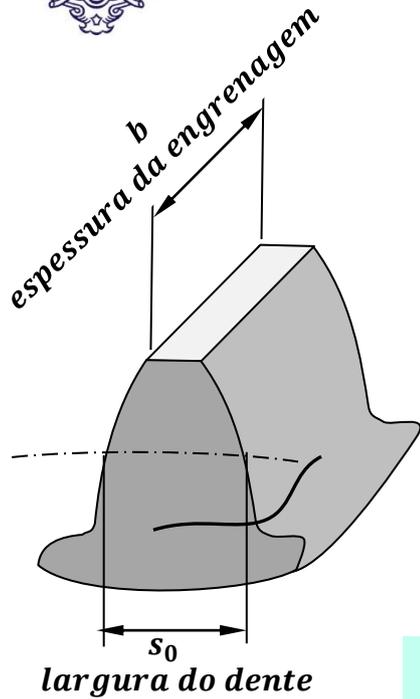
$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + C_{ma} C_e)$$

Fator de alinhamento da mesh

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + 0,14 * C_e)$$

$$C_{ma} \cong 0,14$$





## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de alinhamento da mesh

$$C_{ma} = A + B \left( \frac{b}{25,4} \right) + C \left( \frac{b}{25,4} \right)^2$$

$$C_{ma} = 0,127 + 0,0158 \left( \frac{12,7}{25,4} \right) - 0,930E^{-4} \left( \frac{12,7}{25,4} \right)^2$$

$$C_{ma} = 0,127 + 0,0158 (0,5) - 0,930E^{-4} (0,5)^2$$

$$C_{ma} = 0,127 + 0,0079 - 0,00002325$$

$$C_{ma} = 0,1349$$

$$C_{ma} = 0,14$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + 0,14 * C_e)$$

Condition	A	B	C
Open gearing	0.247	0.0167	-0.765(10 <sup>-4</sup> )
Commercial, enclosed units	0.127	0.0158	-0.930(10 <sup>-4</sup> )
Precision, enclosed units	0.0675	0.0128	-0.926(10 <sup>-4</sup> )
Extraprecision enclosed gear units	0.00360	0.0102	-0.822(10 <sup>-4</sup> )

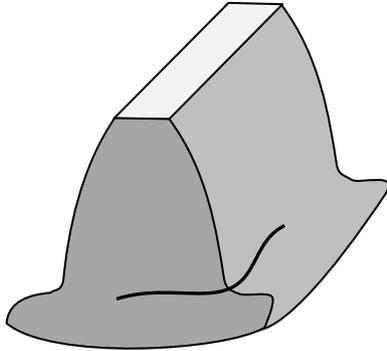
\*See ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20–22, for SI formulation.



## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção do alinhamento da *mesh*

$C_e = \begin{cases} 0,8 & \Rightarrow \text{para engrenagens ajustadas na montagem, ou ajustadas por lapidação ou ambas} \\ 1 & \Rightarrow \text{para qualquer outra condição} \end{cases}$

$$C_e = 1$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + 0,14 * 1)$$

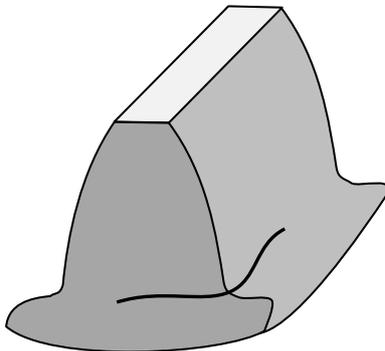


## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão

$$C_e = \begin{cases} 0.8 & \text{for gearing adjusted at assembly, or compatibility} \\ & \text{is improved by lapping, or both} \\ 1 & \text{for all other conditions} \end{cases}$$



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

$$C_e = 1$$

$$C_{ma} = 0,14$$

$$C_{pm} = 1$$

$$C_{pf} = 0,0975$$

$$C_{mc} = 1$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + 0,14 * 1)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 + 0,14)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,2375)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 0,2375$$

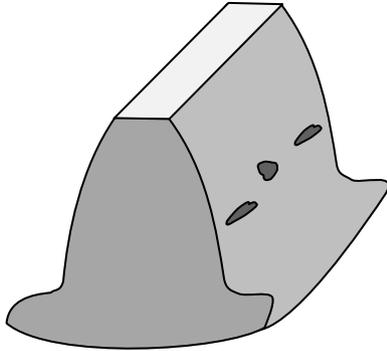
$$K_{H\beta} = 1,2375$$



## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = 1,6 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot Y_X \cdot K_B \cdot \frac{W_t}{b \cdot m \cdot Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para flexão

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

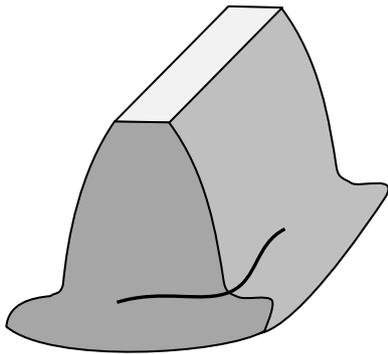
Fator dinâmico



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de resistência a flexão

$$K_S = Y_X = 1,192 \left( \frac{b\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

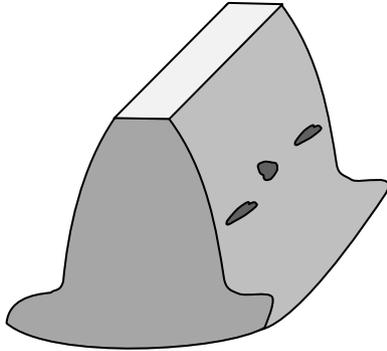
**$K_S = Y_X = 1$  por recomendação da norma AGMA**



## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = 1,6 \quad 1 \quad 1,24 \quad 1 \quad K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para flexão

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

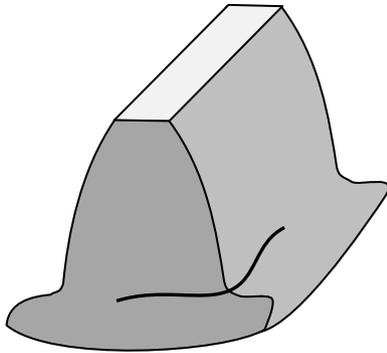
Fator dinâmico



## Equação AGMA

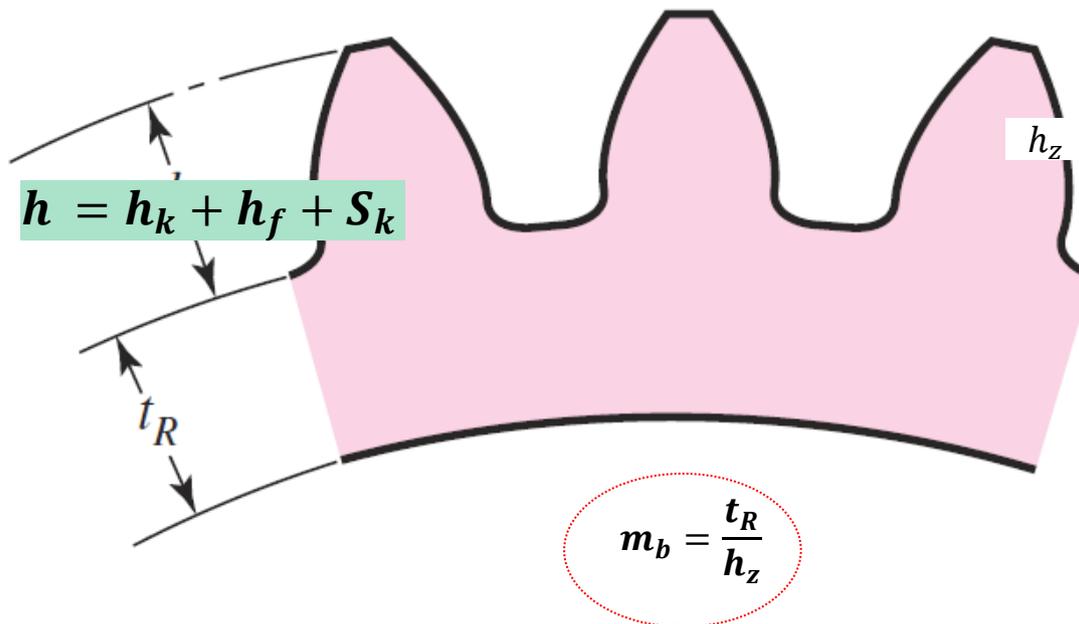
### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

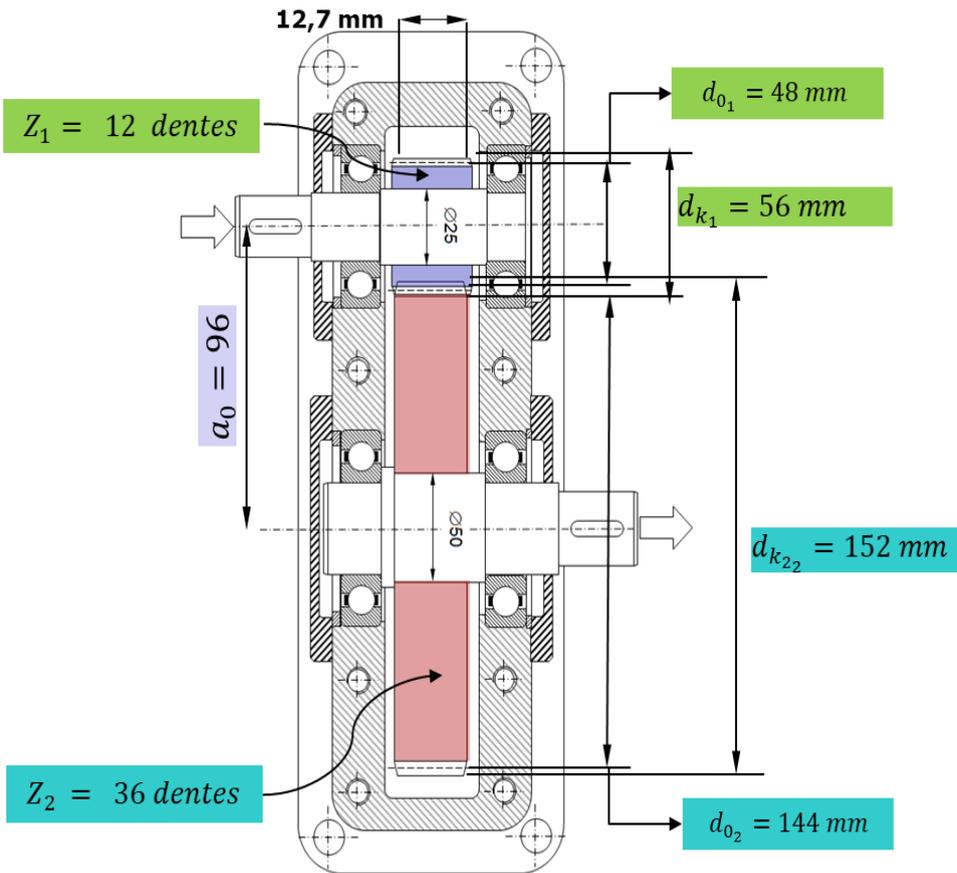
Fator ajuste da espessura





## Equação AGMA

### Exercício



- Número de dentes
- Módulo
- Passo
- Largura do dente
- Espaço entre dentes
- Diâmetro primitivo
- Distância entre centros
- Saliência - Altura da cabeça do dente
- Reentrância - altura do pé do dente
- Altura efetiva do dente
- Altura efetiva do dente
- Diâmetro externo
- Diâmetro de folga ou base
- Diâmetro do pé do dente
- folga
- Ângulo de pressão
- Relação de transmissão
- passo na linha de engrenamento

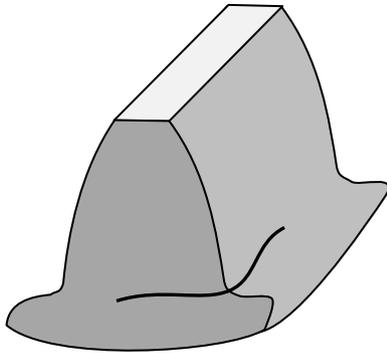
Norma ISO	p/ Pinhão
Z	$Z_1 = 12 \text{ dentes}$
m	$m = 4$
$t_0$	$t_0 = 12,57 \text{ mm}$
$s_0$	$s_{01} = 6,28 \text{ mm}$
$l_0$	$l_{01} = 6,28 \text{ mm}$
$d_0$	$d_{01} = 48 \text{ mm}$
$a_0$	$a_0 = 96$
$h_k$	$h_{k1} = 4 \text{ mm}$
$h_f$	$h_{f1} = 5 \text{ mm}$
$h$	$h_1 = 9 \text{ mm}$
$h_z$	$h_{z1} = 9 \text{ mm}$
$d_k$	$d_{k1} = 56 \text{ mm}$
$d_f$	$d_{f1} = 38 \text{ mm}$
$d_g$	
$S_k$	
$\alpha_0$	$\alpha_0 = 20^\circ$
i	$i = 3$
$t_e$	$t_e = 12,57 \text{ mm}$



## Equação AGMA

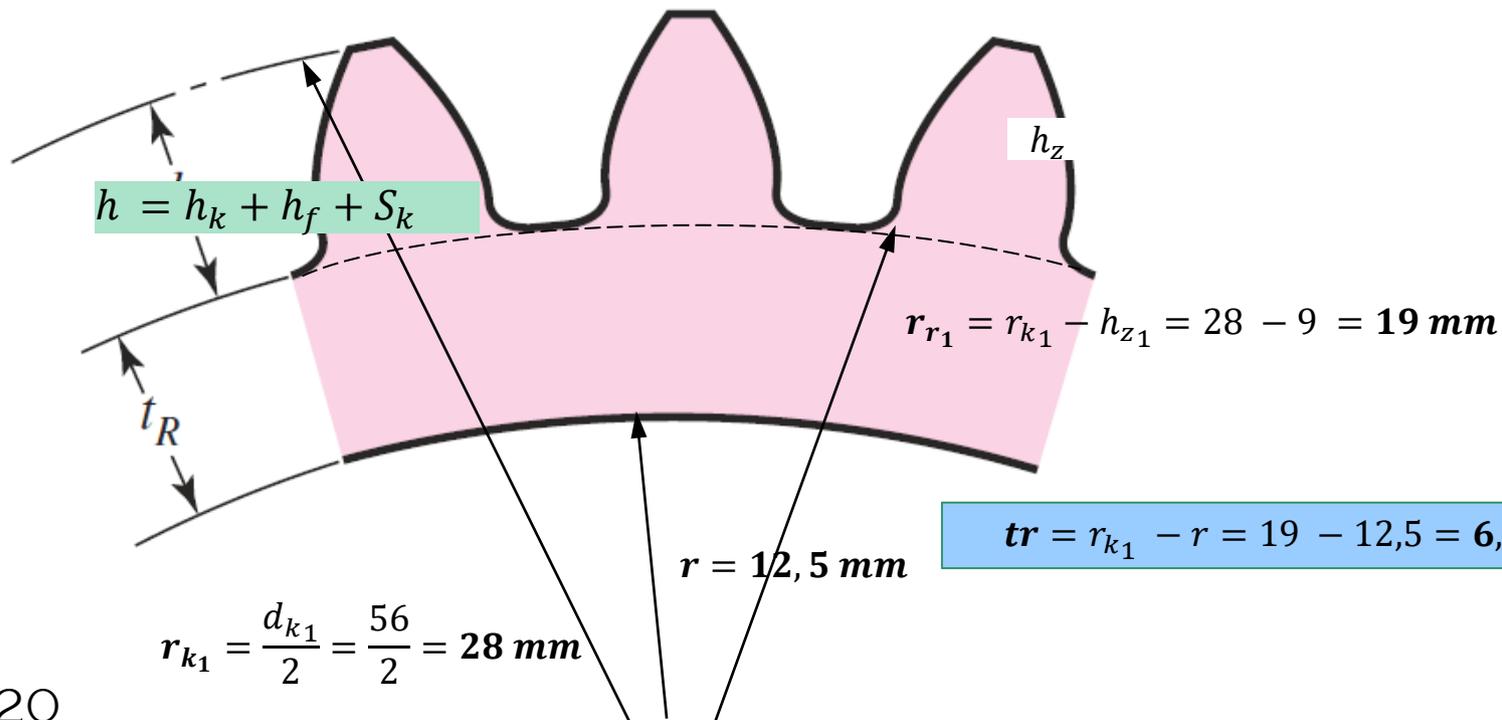
### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator ajuste da espessura



$$m_b = \frac{t_R}{h_z}$$

$$m_b = \frac{6,5}{9,5}$$

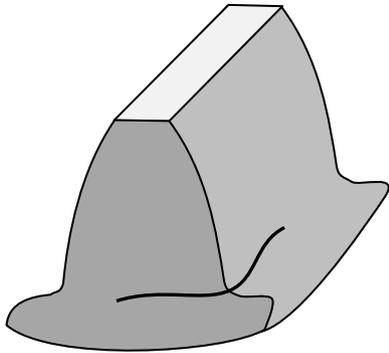
$$m_b = 0,68$$



### Equação AGMA

### Exercício

▶ falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

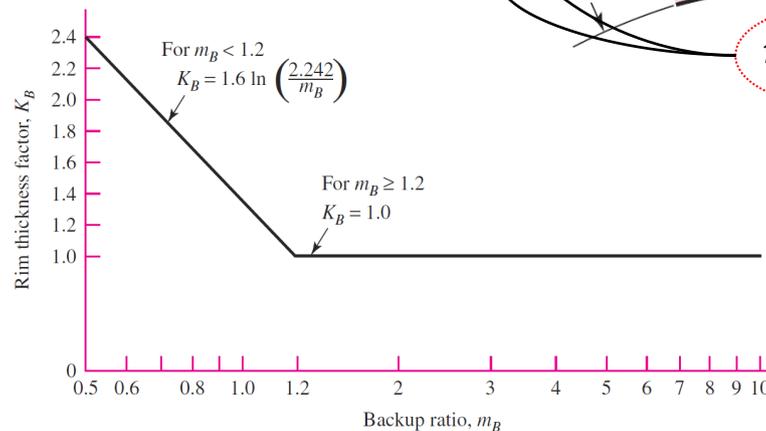
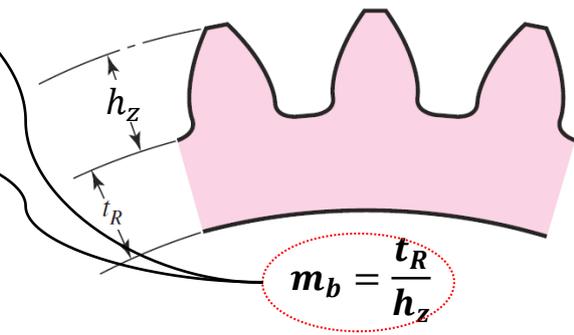
Fator ajuste da espessura

$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \left( \frac{2,242}{m_b} \right) \\ 1 \end{cases}$$

⇒  $m_b < 1,2$

⇒  $m_b \geq 1,2$

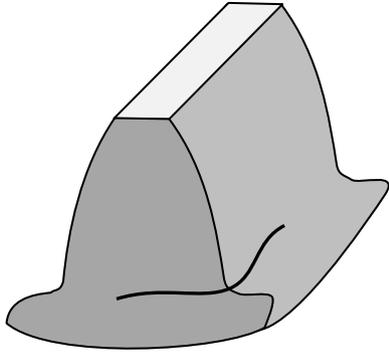
$m_b = 0,68$





**Equação AGMA**

Altura efetiva do dente

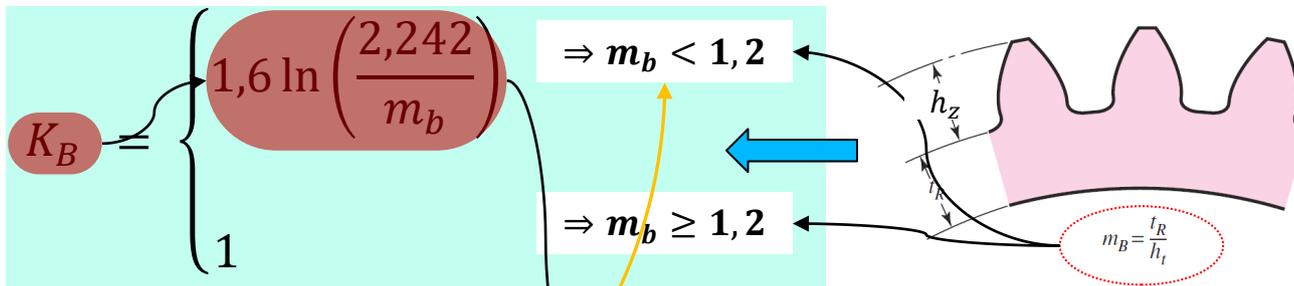


Exercício

▶ falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator ajuste da espessura



**$m_b = 0,68$**

$$K_B = 1,6 \ln \left( \frac{2,242}{m_b} \right)$$

$$K_B = 1,6 \ln \left( \frac{2,242}{0,72} \right)$$

$$K_B = 1,6 * 1,13$$

$$K_B = 1,81$$

$$\sigma = 1,6 \ 1 \ 1,24 \ 1 \ K_B \frac{W_t}{b \ m \ Y_J}$$

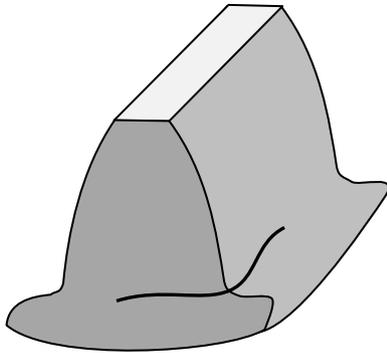
$$\sigma = 1,6 \ 1 \ 1,24 \ 1,81 \ \frac{W_t}{b \ m \ Y_J}$$



## Equação AGMA

### Exercício

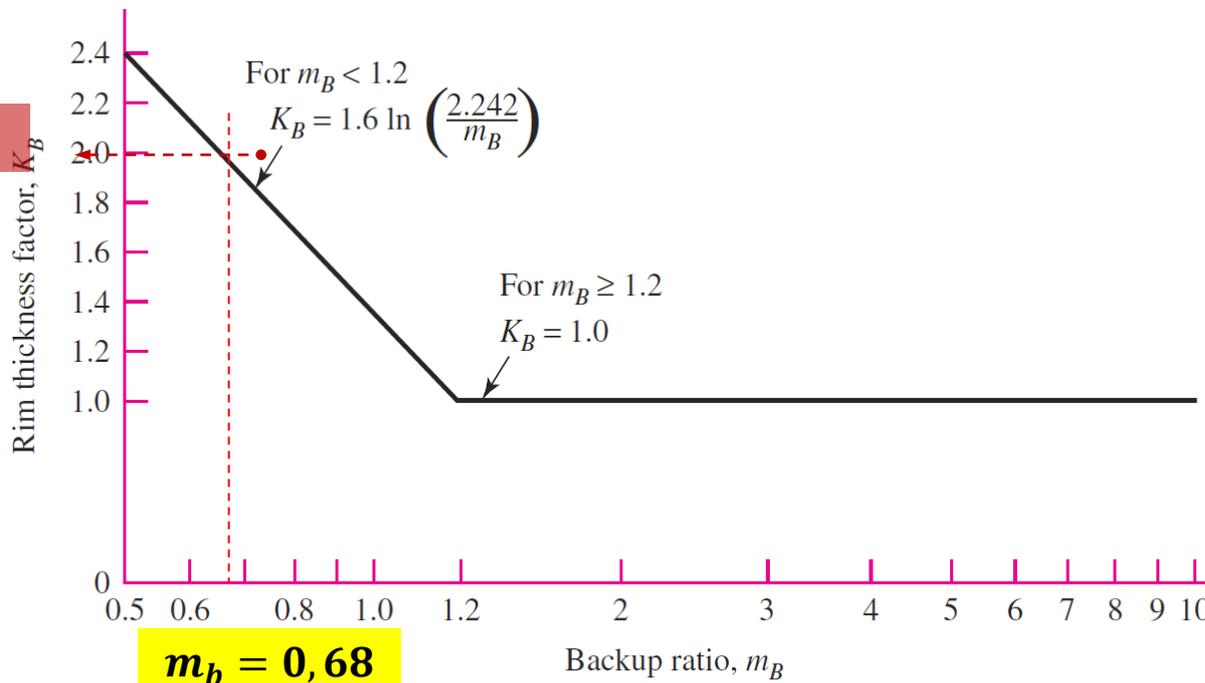
► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator ajuste da espessura

$$K_B \cong 2$$

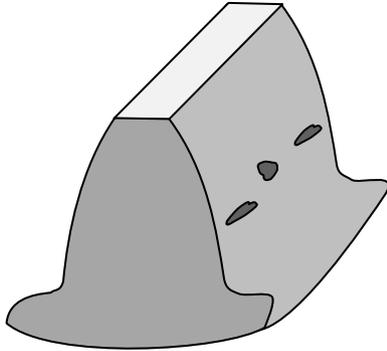




## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = 1,6 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot 1 \cdot 2,0 \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para flexão

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

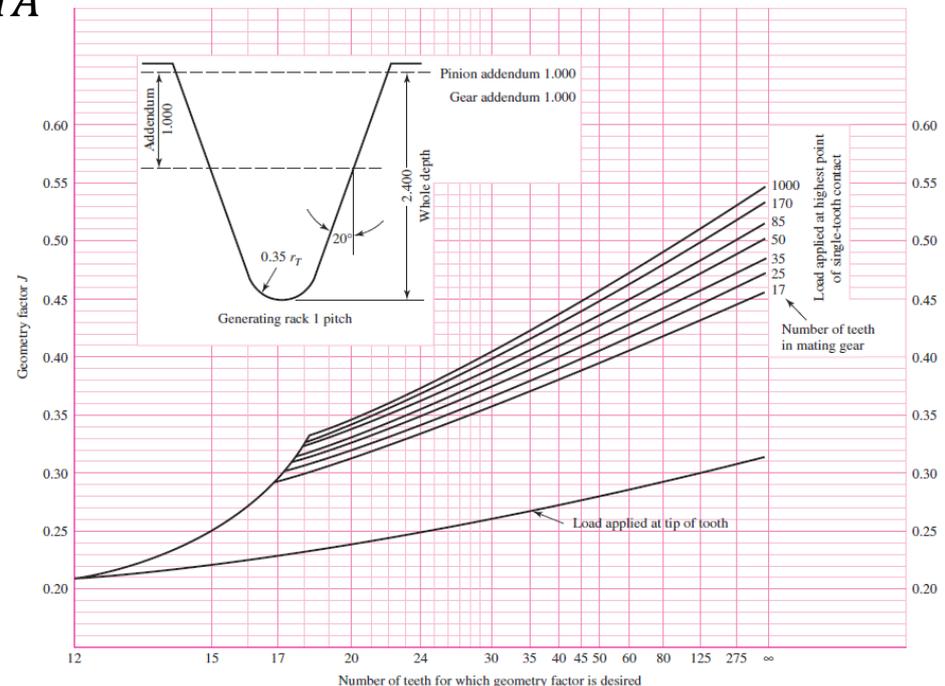
Fator geométrico para flexão

$Y =$  Fator de forma AGMA

$$Y_J = \frac{Y}{K_f m_N}$$

$$m_N = \frac{p_N}{0,95 Z}$$

$K_f =$  Fator de correção de tensão





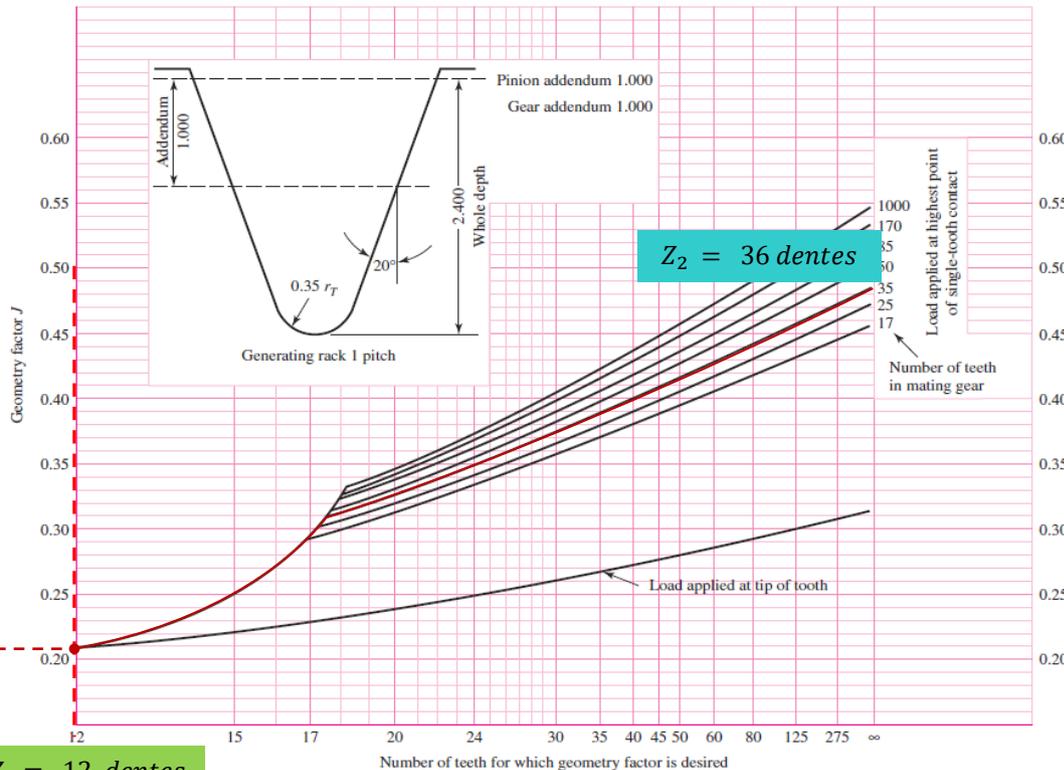
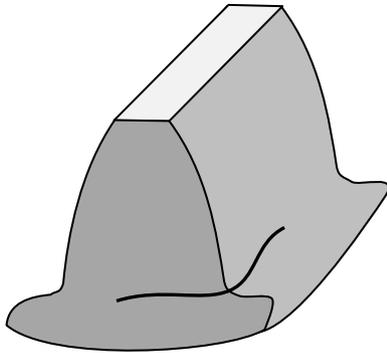
## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

↳ Fator geométrico para flexão



$Y_J = 0,2$

$Z_1 = 12$  dentes

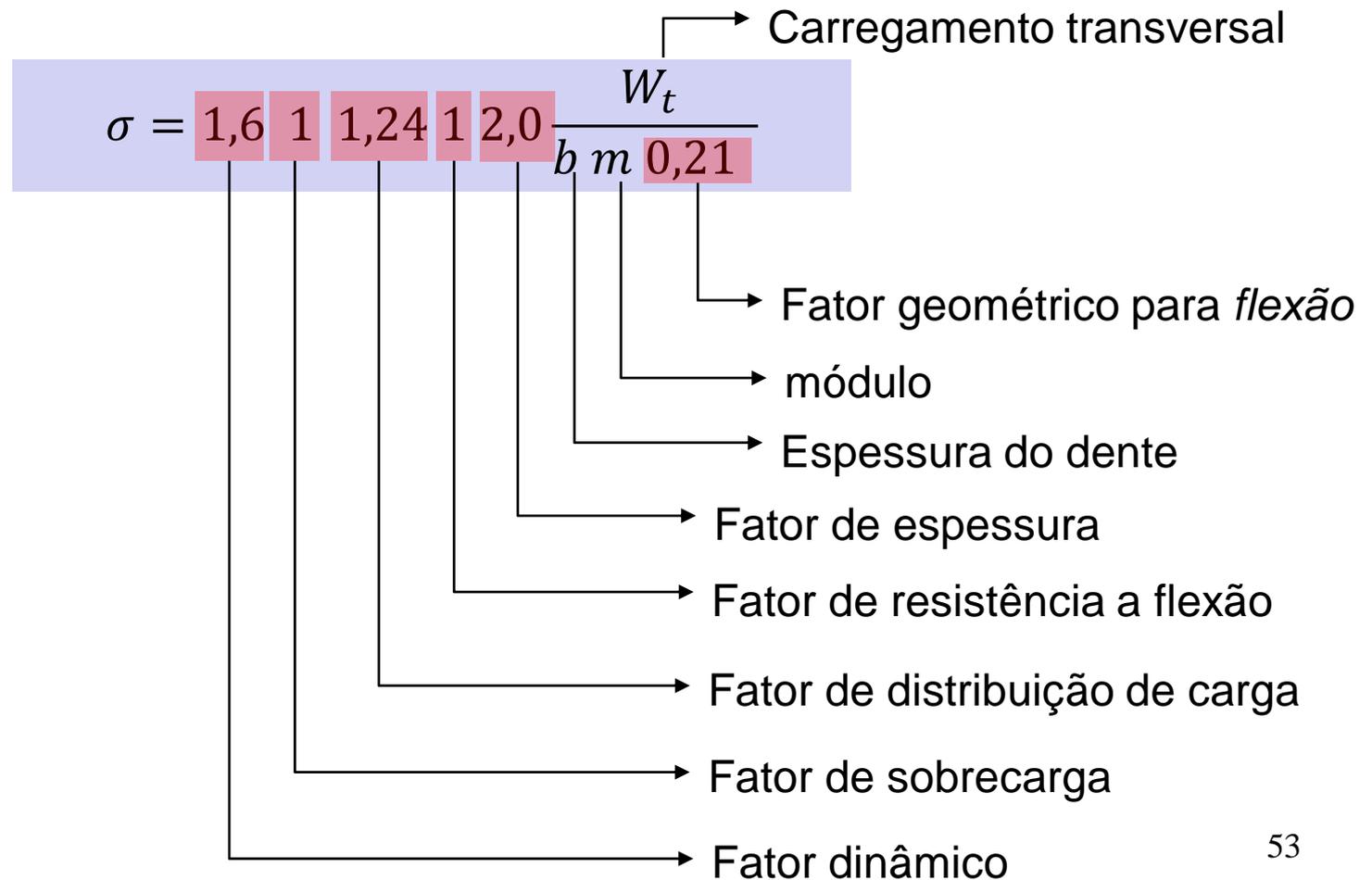
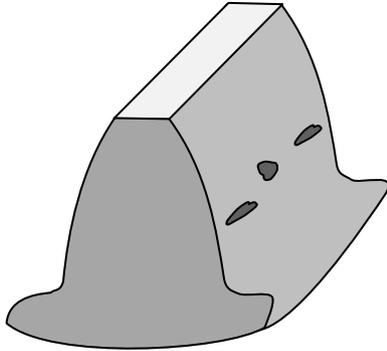
$Z_2 = 36$  dentes



## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão

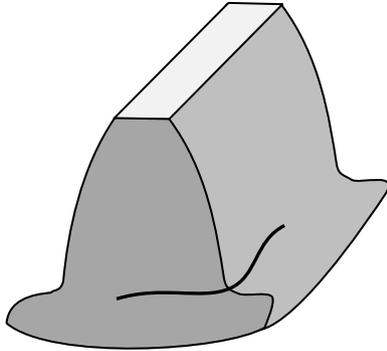




## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Módulo da engrenagem

Espessura do dente

### Dados do problema

⇒ Módulo 4

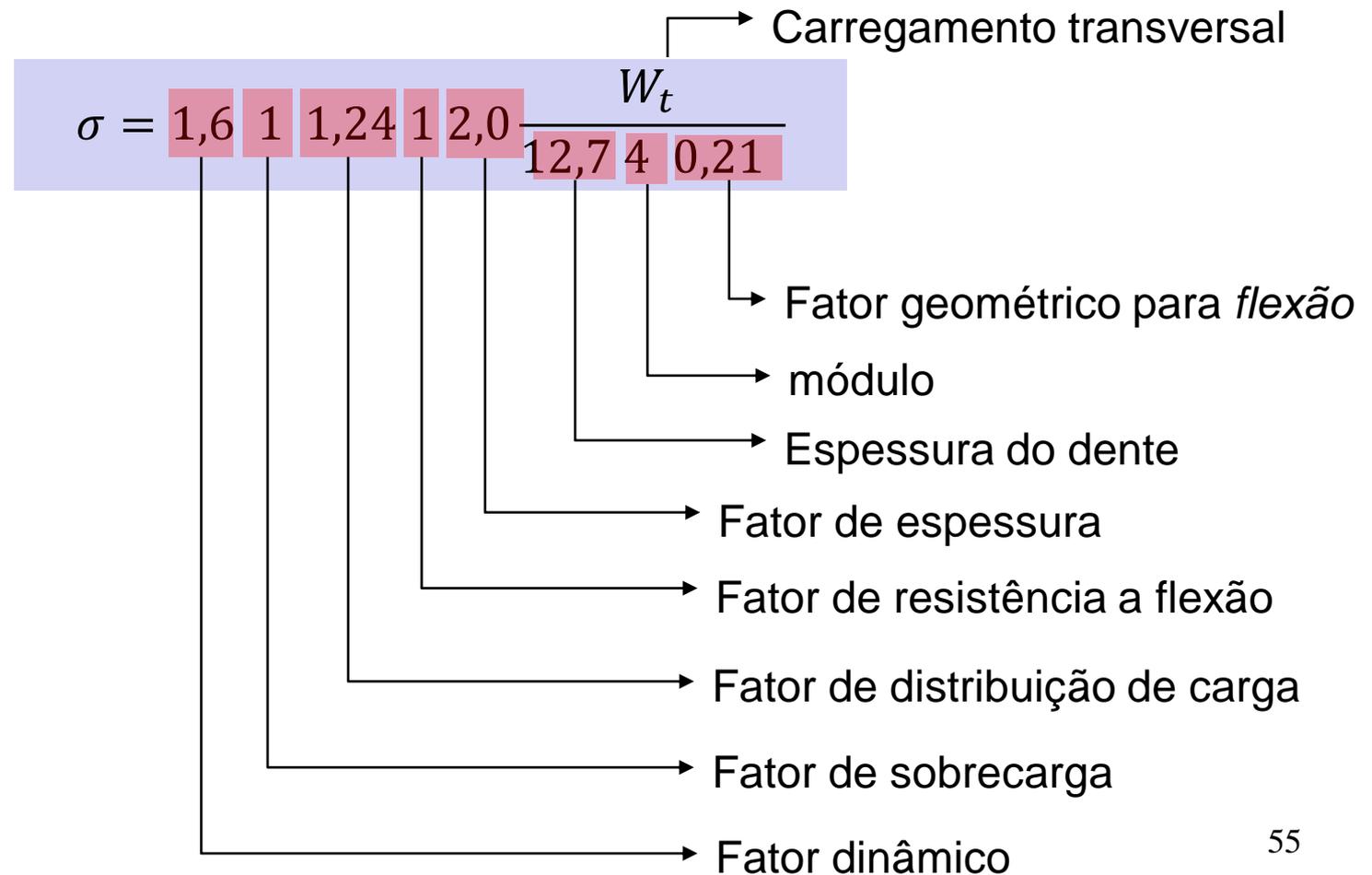
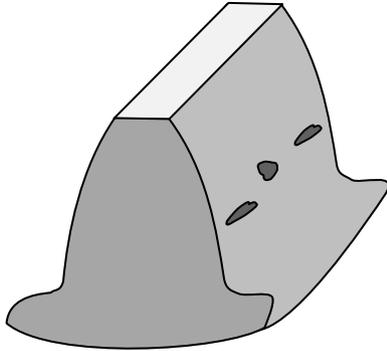
⇒ espessura do dente de 12,7 mm (0,5 pol.)



## Equação AGMA

### Exercício

▶ falha por flexão

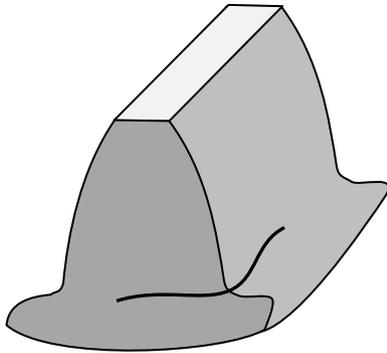




## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

$$W_t = \frac{60.000 H}{\pi d n}$$

Potência [kW]

Rotação [rpm]

Diâmetro da engrenagem [mm]

⇒ Rpm: 1850

⇒ Potência transmitida (H): 4,0 kW

$$d_{0_1} = 48 \text{ mm}$$

$$W_t = \frac{60.000 \cdot 4}{\pi \cdot 12,7 \cdot 1850}$$

$$W_t = \frac{240000}{\pi \cdot 12,7 \cdot 1850}$$

$$W_t = \frac{240000}{\pi \cdot 23495}$$

$$W_t = \frac{240000}{\pi \cdot 23495}$$

$$W_t = \frac{240000}{73811,71}$$

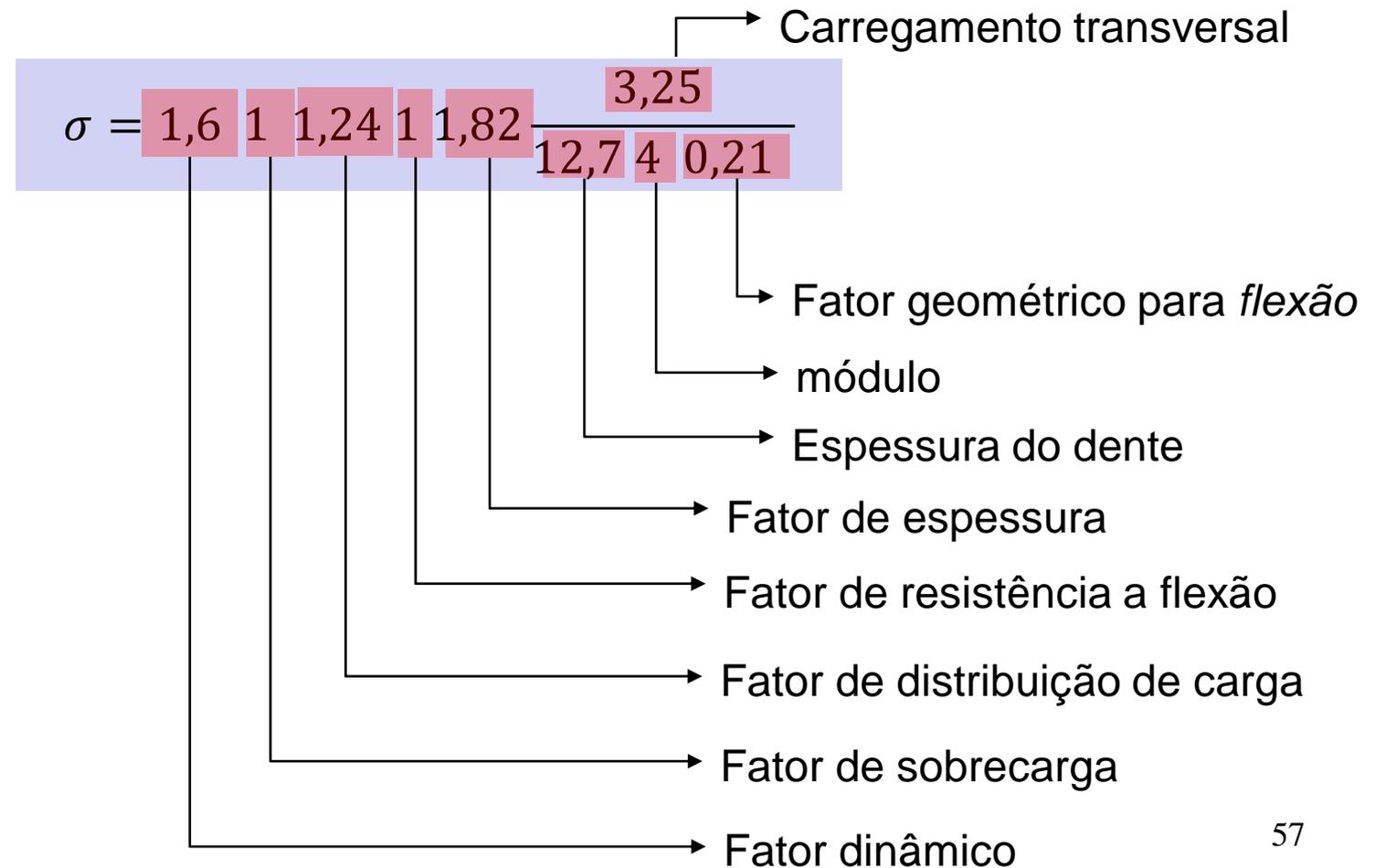
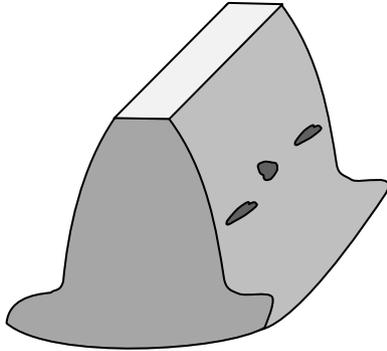
$$W_t = 3,25 \text{ kN}$$



## Equação AGMA

### Exercício

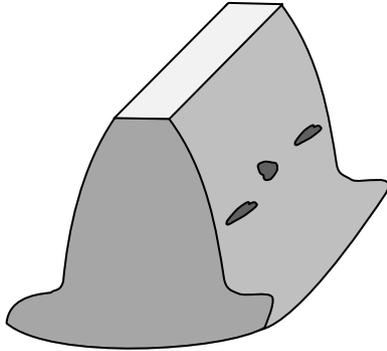
► falha por flexão





## Equação AGMA

### Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = 1,6 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot 1 \cdot 1,82 \cdot \frac{3,25}{12,74 \cdot 0,21}$$

$$\sigma = 1,6 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot 1 \cdot 1,82 \cdot \frac{3,25}{12,74 \cdot 0,21}$$

$$\sigma = 3,61 \cdot \frac{3,25}{12,74 \cdot 0,21}$$

$$\sigma = 3,61 \cdot \frac{3,25}{10,67}$$

$$\sigma = 3,61 \cdot 0,31$$

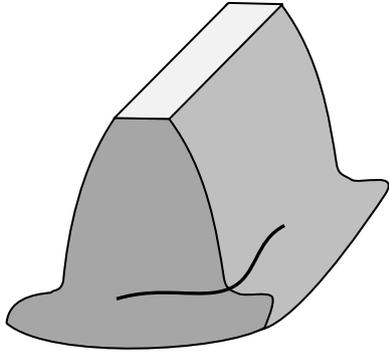
$$\sigma = 3,61 \cdot 0,31$$

$$\sigma_{flexão} = 1,10 \text{ MPa}$$



## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ falha por flexão

$$\sigma = k_v K_O K_H K_B K_S \frac{W_t}{b m Y_J}$$

$$\sigma = 1,10 \text{ MPa}$$

- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma_{flexão} < \sigma_{total}$$

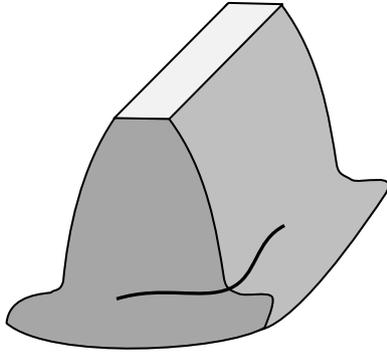
$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ Critério de falha por flexão



$$\sigma_{total} = \frac{S_t Y_N}{S_F (K_T K_R)}$$

Fator de confiabilidade

Tensão de ciclos de fadiga a flexão

Fator de temperatura

Fator de segurança a flexão

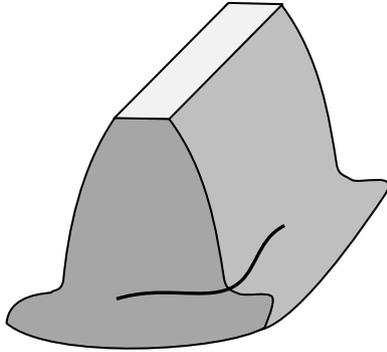
Máxima Tensão de flexão  
admissível pela AGMA



### Equação AGMA

### Exercício

### ► Critério de falha por flexão



$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

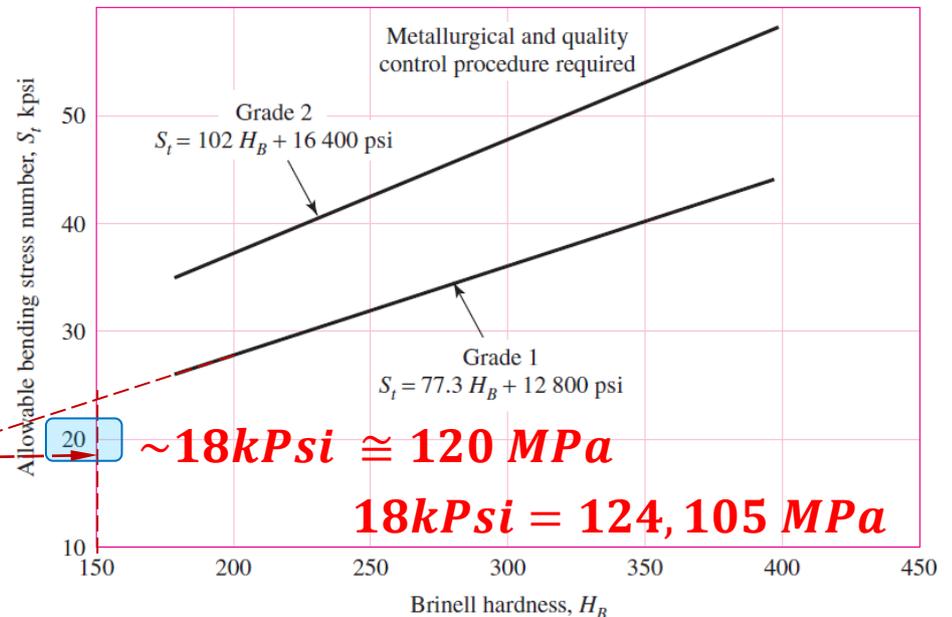
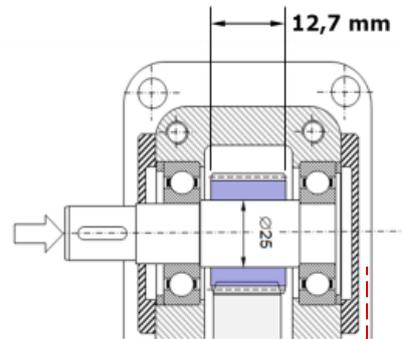
1Mpa = 145,04 Psi

1Mpa = 0,145 kPsi

Máxima Tensão AGMA admissível de flexão

#### Dados: Pinhão

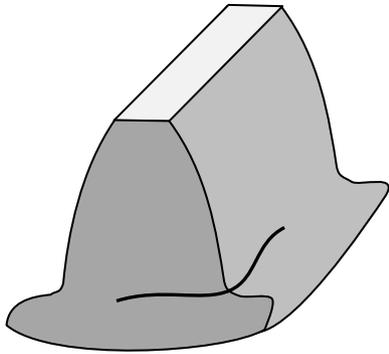
- ✓ cilíndrico de dentes retos
- ✓ comercial, fabricado por geração e acabamento convencional (não são retificados)
- ✓ **Módulo 4**
- ✓ **ângulo de pressão de 20°**
- ✓ **12 dentes**
- ✓ **espessura do dente de 12,7 mm**
- ✓ grau de qualidade (Qv) 8
- ✓ fabricado em  **aço grau 1**
- ✓ material: ANSI 1045
- ✓ dureza integral **de 84 HB**
- ✓ relação de Poisson é 0,29
- ✓ Módulo de Young: 206 Gpa
- ✓ O perfil dos dentes é sem coroa





### Equação AGMA

#### Exercício

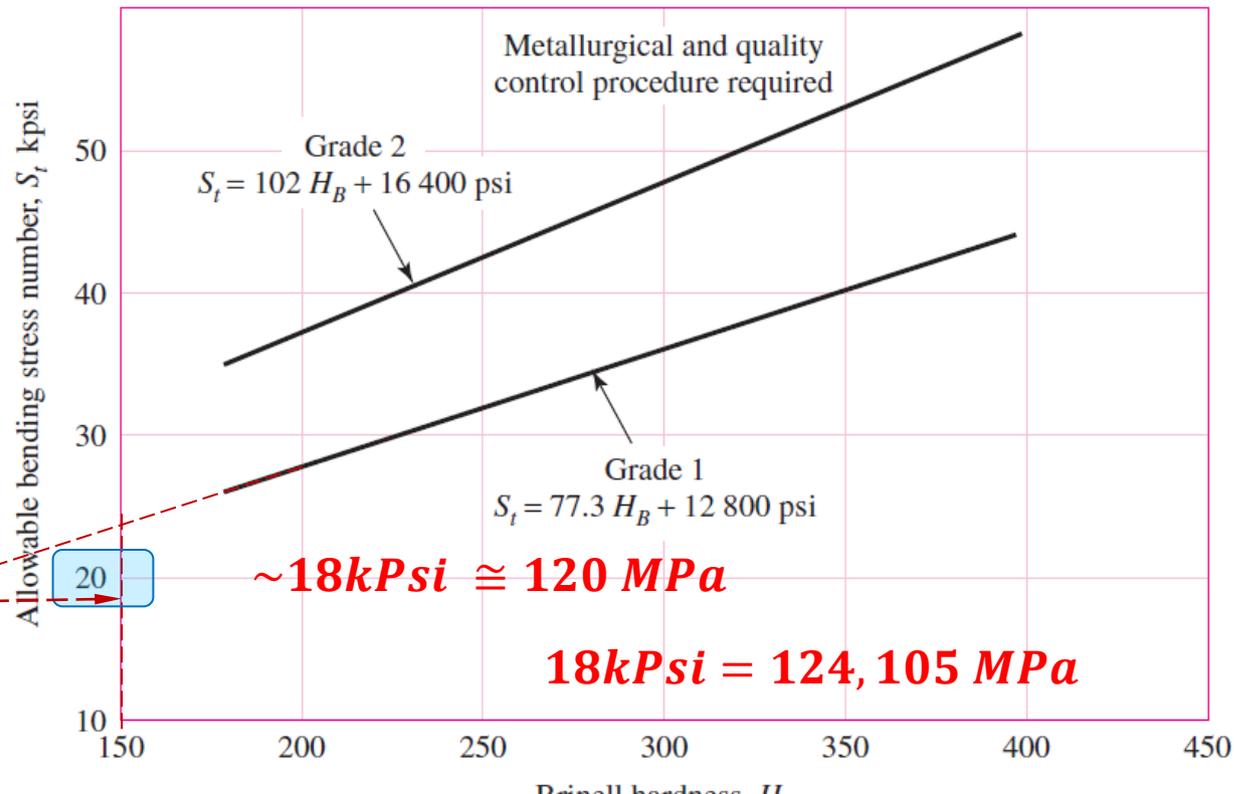


Máxima Tensão AGMA admissível de flexão

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

1Mpa = 145,04 Psi

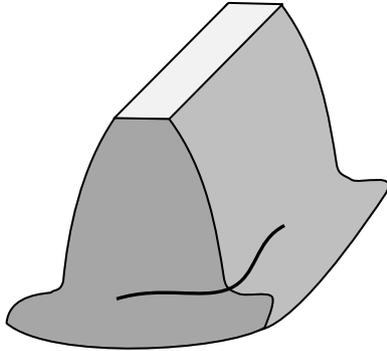
1Mpa = 0,145 kPsi





## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma_{total} = \frac{120}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

Fator de confiabilidade

Reliability	$K_R (Y_Z)$
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

Esse é um valor definido pelos requisitos do projeto ou por determinação de norma

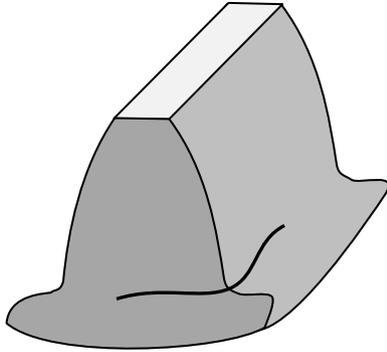
$$\sigma_{total} = \frac{120}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T 1)}$$



## Equação AGMA

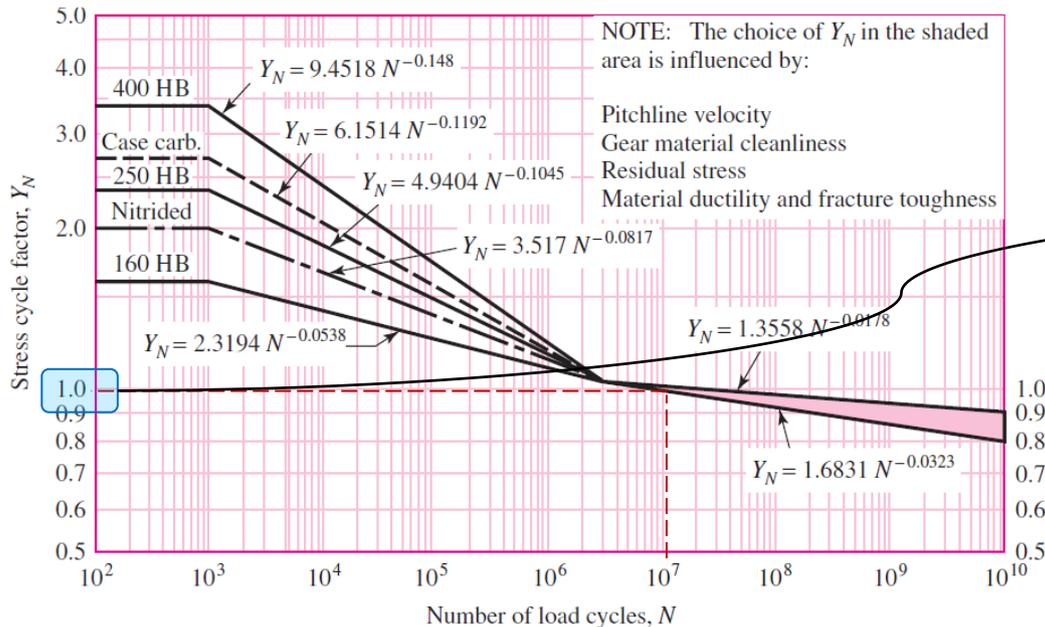
### Exercício

► Critério de falha por flexão



$$\sigma_{total} = \frac{120}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T 1)}$$

Tensão de ciclos de fadiga a flexão



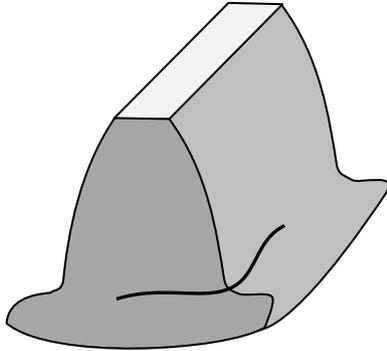
$$\sigma_{total} = \frac{\sigma_{flexão}}{S_F} \frac{1}{(K_T 1)}$$

Considerando vida infinita ( $N > 10^7$ )



## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma_{total} = \frac{120}{S_F} \frac{1}{(K_T \cdot 1)}$$

Fator de temperatura

$K_t = 1$ , para temperaturas de até  $120^\circ C$

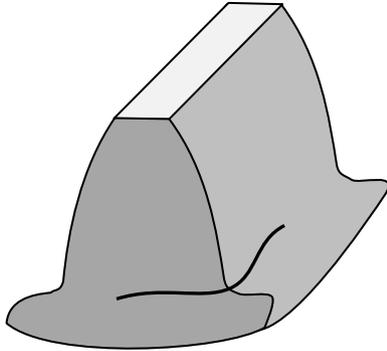
- ▶ Para óleo ou temperatura de contato de até  $120^\circ C$ ,
  - ▶  $K_T = Y_0 = 1$ .
- ▶ Para temperaturas superiores  $K_T = Y_0 \gg 1$  e deve-se providenciar alguma solução que permita troca de calor.

$$\sigma_{total} = \frac{120}{S_F} \frac{1}{(1 * 1)}$$



## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma_{total} = \frac{120}{S_F} \frac{1}{(K_T \cdot 1)}$$

Fator de segurança

**Aqui cabe uma observação:**  
Não havendo uma definição de norma para  $S_F$  então usa-se a equação de  $\sigma_{total}$  para determinar um.  
No caso desta problema vamos definir

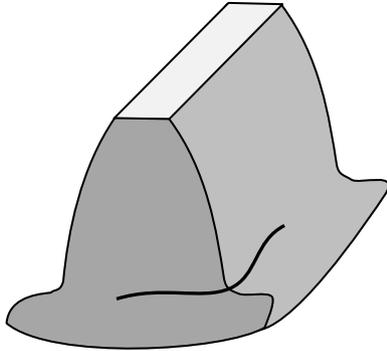
$$S_F = 2$$

$$\sigma_{total} = \frac{120}{2} \frac{1}{(1 * 1)}$$



## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma_{total} = \frac{120}{1} \frac{1}{(1 * 1)}$$

$$\sigma_{total} = \frac{120}{2} \frac{1}{(1 * 1)}$$

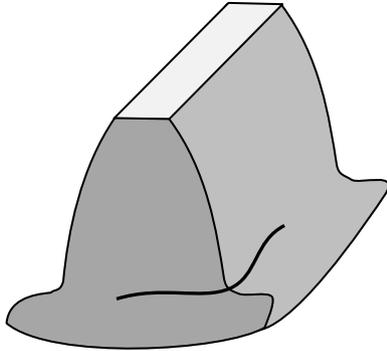
$$\sigma_{total} = \frac{120}{2}$$

$$\sigma_{total} = 60 \text{ MPa}$$



## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma_{total\ flexão} = 60\ MPa$$

$$\sigma_{flexão} < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{flexão} = 1,10\ MPa$$

$$1,10 < 120$$

*Não haverá falha por flexão*



## Equação AGMA

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

tensões de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_l}}$$

$$\sigma < \sigma_{c_{total}}$$

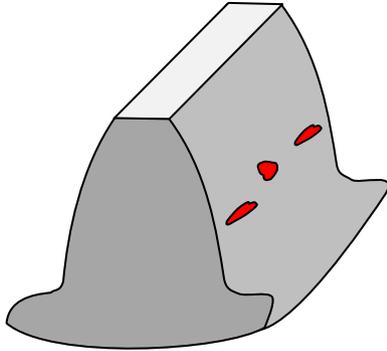
$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de superfície

Fator resistência para *pitting*

Espessura do dente

Diâmetro *pitch* do pinhão

Fator de distribuição de carga

Fator de resistência a flexão

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico

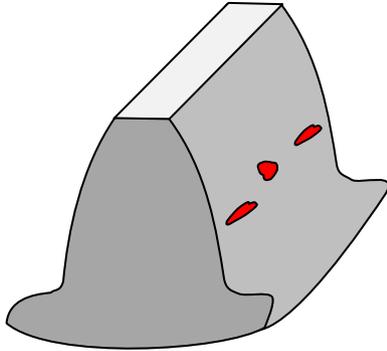
Coeficiente elástico



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Coeficiente elástico

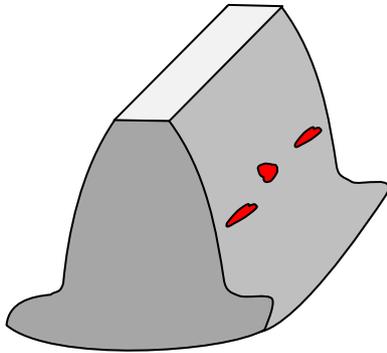
$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right)} \right]^{1/2}$$



**Equação AGMA**

**Exercício**

▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Coeficiente elástico

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right)} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - 0,29^2}{206} + \frac{1 - 0,29^2}{206} \right)} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi \left( 2 \frac{1 - 0,29^2}{206} \right)} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi \left( 2 \frac{0,92}{206} \right)} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi (2 * 0,0045)} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi (2 * 0,0045)} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = \left[ \frac{1}{\pi (0,0089)} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = \left[ \frac{1}{0,028} \right]^{1/2}$$

$$Z_E = [35,71]^{1/2}$$

$$Z_E = 5,98$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

**AISI 1045 Steel,**

Physical Properties	Metric
Density	7.87 g/cc

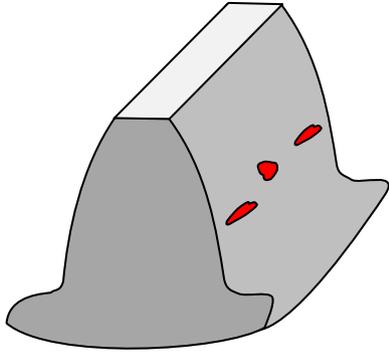
Mechanical Properties	Metric
Hardness, Brinell	163
Hardness, Knoop	184
Hardness, Rockwell B	84
Hardness, Vickers	170
Tensile Strength, Ultimate	585 MPa
Tensile Strength, Yield	450 MPa
Elongation at Break	12 %
Reduction of Area	35 %
Modulus of Elasticity	206 GPa
Bulk Modulus	163 GPa
Poissons Ratio	0.29
Shear Modulus	80.0 GPa



## Equação AGMA

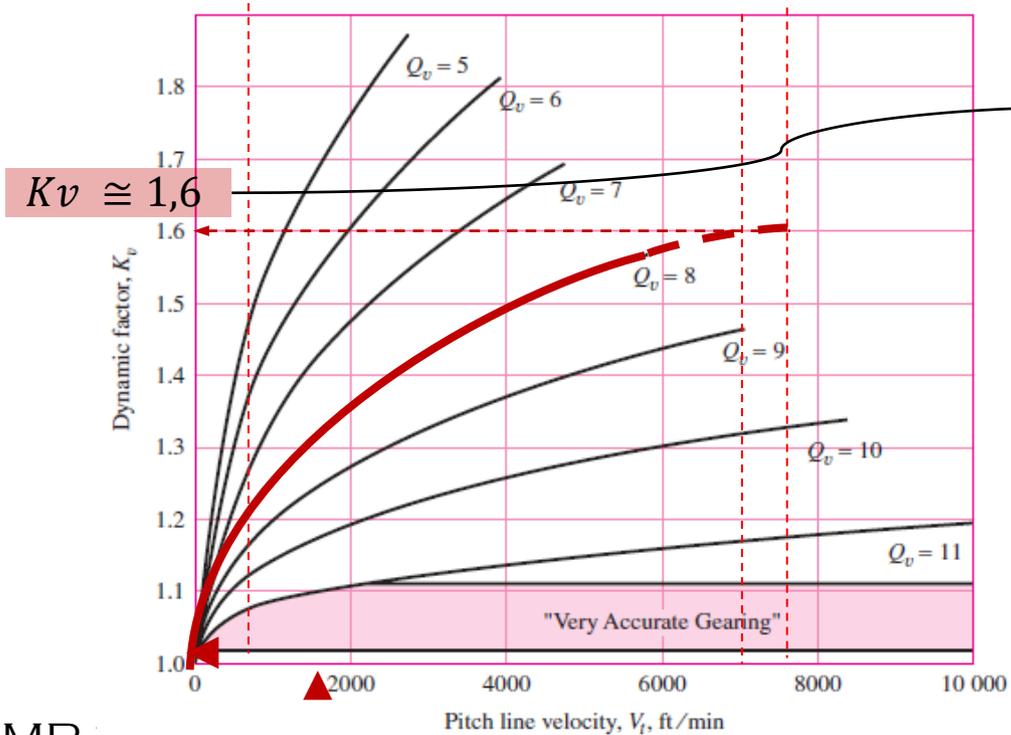
### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

→ Fator dinâmico



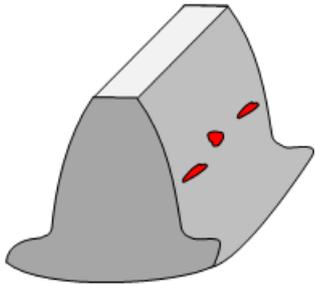
$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 K_A Y_X K_{H\beta} \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator de sobrecarga

Table of Overload Factors,  $K_A = K_o$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,61 Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

#### Driven Machine

Power source	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25

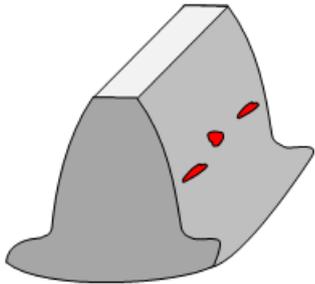
$K_A = 1$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_S = Y_X = 1,192 \left( \frac{b\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

**$K_S = 1$  por recomendação da norma AGMA**

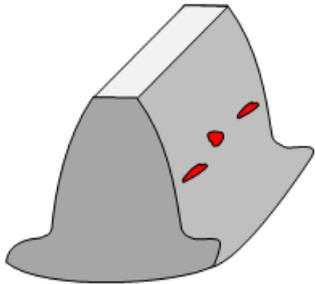
$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 K_{H\beta} \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_m = K_{H\beta} = C_{mf} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção do alinhamento da malha

Fator de alinhamento da malha

Fator modificador da proporção do pinhão

Fator de proporção do pinhão

Fator de correção da carga

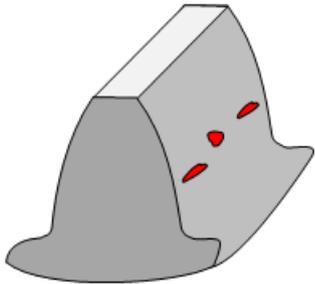
Fator de distribuição de carga na face



## Equação AGMA

### Exercício

► falha por flexão



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

$$C_e = 1$$

$$C_{ma} = 0,14$$

$$C_{pm} = 1$$

$$C_{pf} = 0,0975$$

$$C_{mc} = 1$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + 0,14 * 1)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 + 0,14)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,2375)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 0,2375$$

$$K_{H\beta} = 1,2375$$

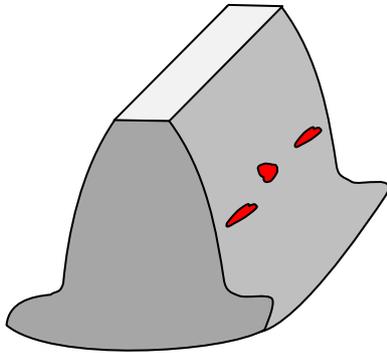
$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \ 1 \ 1 \ 1,24 \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

► falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

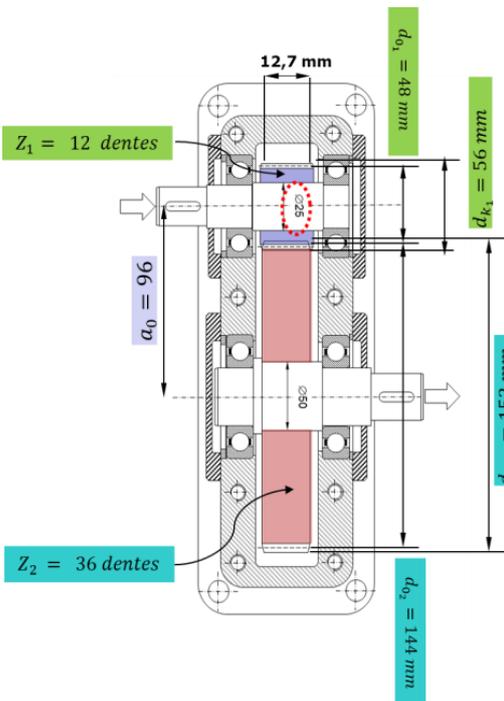
Espeçura do dente

$$b = 12,7 \text{ mm}$$

Diâmetro *pitch* do pinhão

$$d_{k1} = 56 \text{ mm}$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \ 1 \ 1 \ 1,24 \left( \frac{W_t}{56 \ 12,7} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$



Número de dentes  
Módulo  
Passo  
Largura do dente  
Espaço entre dentes  
Diâmetro primitivo  
Distância entre centros  
Saliência - Altura da cabeça do dente  
Reentrância - altura do pé do dente  
Altura efetiva do dente  
Altura efetiva do dente  
Diâmetro externo  
Diâmetro de folga ou base  
Diâmetro do pé do dente  
folga  
Ângulo de pressão  
Relação de transmissão  
passo na linha de engrenamento

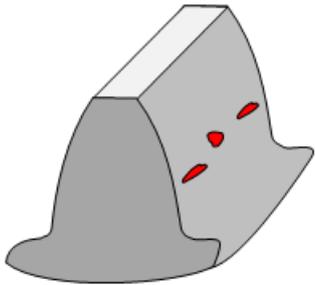
Norma ISO	p/ Pinhão
Z	Z <sub>1</sub> = 12 dentes
m	m = 4
t <sub>0</sub>	t <sub>0</sub> = 12,57 mm
s <sub>0</sub>	s <sub>0</sub> = 6,28 mm
l <sub>0</sub>	l <sub>0</sub> = 6,28 mm
d <sub>0</sub>	d <sub>0</sub> = 48 mm
a <sub>0</sub>	a <sub>0</sub> = 96
h <sub>k1</sub>	h <sub>k1</sub> = 4 mm
h <sub>f1</sub>	h <sub>f1</sub> = 5 mm
h	h <sub>1</sub> = 9 mm
h <sub>z</sub>	h <sub>z1</sub> = 9 mm
d <sub>k</sub>	d <sub>k1</sub> = 56 mm
d <sub>f</sub>	d <sub>f1</sub> = 38 mm
S <sub>k</sub>	
α <sub>0</sub>	α <sub>0</sub> = 20°
i	i = 3
t <sub>e</sub>	t <sub>e</sub> = 12,57 mm



### Equação AGMA

#### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator de resistência ao *pitting*

$$Z_I = I = \begin{cases} \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} & \text{external gears} \\ \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} & \text{internal gears} \end{cases}$$

$m_N = 1$

$$m_G = \frac{Z_g}{Z_p} = \frac{d_{0_2}}{d_{0_1}}$$

Diâmetro *pitch* da engrenagem  $d_{0_2} = 144 \text{ mm}$

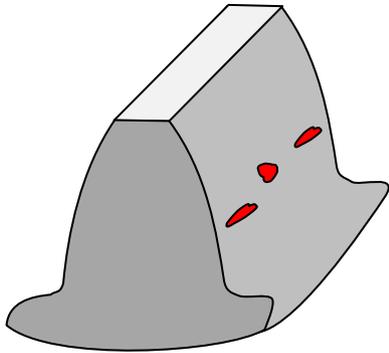
Diâmetro *pitch* do pinhão  $d_{0_1} = 48 \text{ mm}$



### Equação AGMA

#### Exercício

▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Carregamento transversal

$$W_t = \frac{60.000 H}{\pi d n}$$

Potência [kW]  
Rotação [rpm]  
Diâmetro da engrenagem [mm]

⇒ Rpm: 1850

⇒ Potência transmitida (H): 4,0 kW

$$d_{0_1} = 48 \text{ mm}$$

$$W_t = \frac{60.000 \cdot 4}{\pi \cdot 12,7 \cdot 1850}$$

$$W_t = \frac{240000}{73811,71}$$

$$W_t = \frac{240000}{\pi \cdot 12,7 \cdot 1850}$$

$$W_t = 3,25$$

$$W_t = \frac{240000}{\pi \cdot 23495}$$

$$W_t = \frac{240000}{\pi \cdot 23495}$$

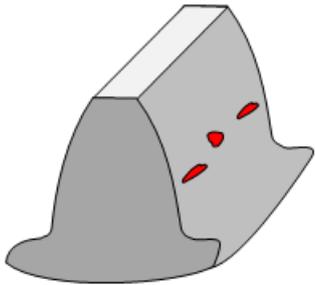
$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 \left( \frac{3,25}{56 \cdot 12,7} \right) \left( \frac{Z_r}{0,12} \right)}$$



### Equação AGMA

#### Exercício

▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator de resistência ao *pitting*

$$Z_I = \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1}$$

$m_N = 1$

$$m_G = \frac{d_{02}}{d_{01}} = \frac{144}{48} = 3$$

$$\phi = 20^\circ$$

$$Z_I = \frac{\cos 20 \sin 20}{2 \cdot 1} \frac{3}{3 + 1}$$

$$Z_I = \frac{\cos 20 \sin 20}{2} \frac{3}{4}$$

$$Z_I = \frac{0,9397 * 0,3420}{2} \frac{3}{4}$$

$$Z_I = \frac{0,3214}{2} \frac{3}{4}$$

$$Z_I = 0,16 * 0,75$$

$$Z_I = 0,12$$

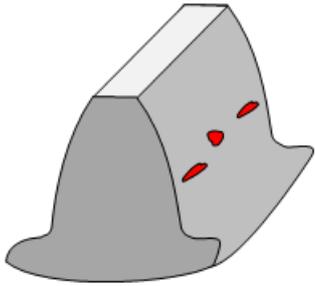
$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 \left(\frac{W_t}{56 \cdot 12,7}\right) \left(\frac{Z_r}{0,12}\right)}$$



## Equação AGMA

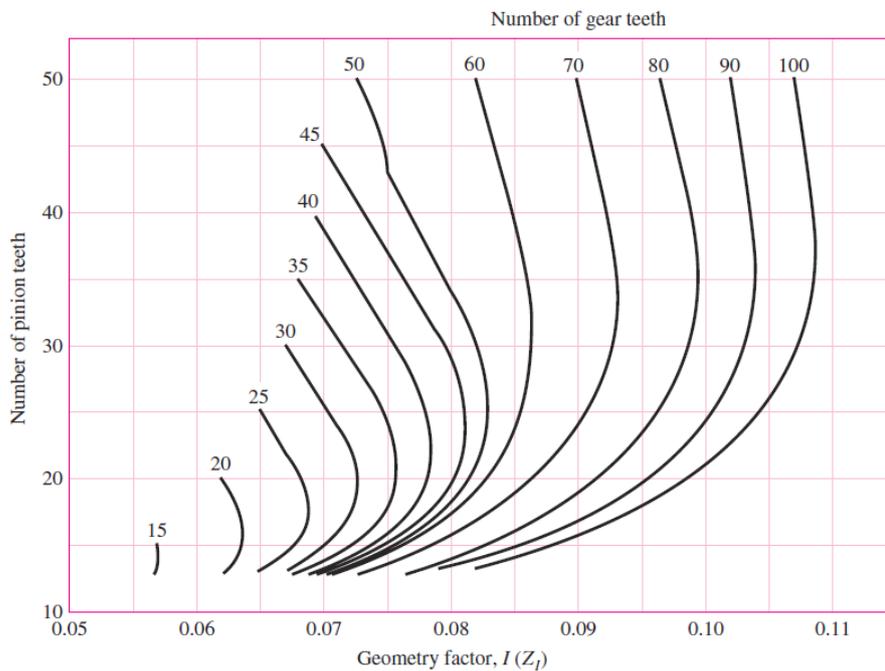
### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

→ Fator de resistência ao *pitting*

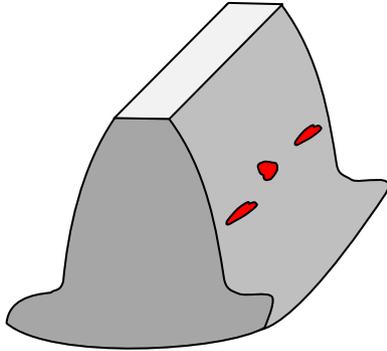




## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de superfície

**$Z_r = 1$**  por recomendação da norma AGMA

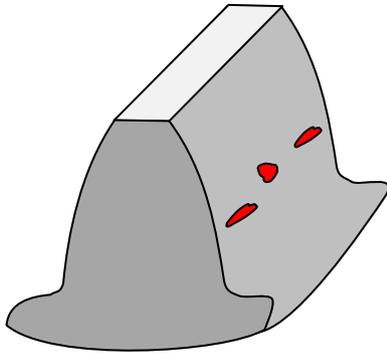
$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 \left( \frac{3,25}{56 \cdot 12,7} \right) \left( \frac{1}{0,12} \right)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left( \frac{W_t}{d_w b} \right) \left( \frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 \left( \frac{3,25}{56 \cdot 12,7} \right) \left( \frac{1}{0,12} \right)}$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 (0,0046) (8,33)}$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 \left( \frac{3,25}{56 \cdot 12,7} \right) (8,33)}$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,98 (0,0046) (8,33)}$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 \left( \frac{3,25}{711,2} \right) (8,33)}$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{0,076}$$

$$\sigma_c = 5,98 \cdot 0,2757$$

$$\sigma_c = 5,98 \sqrt{1,6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,24 \left( \frac{3,25}{711,2} \right) (8,33)}$$

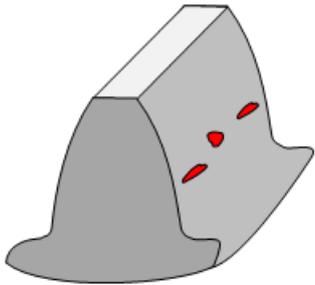
$$\sigma_c = 1,64 \text{ Mpa}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

Fator de confiabilidade

Fator de relação de durezas

Fator de resistência a fadiga por pitting

Fator de temperatura

Fator de segurança para pitting

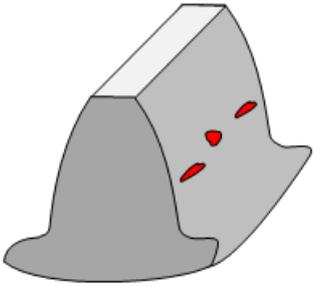
**Máxima Tensão de contato  
admissível pela AGMA**



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

Fator de confiabilidade

Reliability	$K_R (Y_Z)$
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

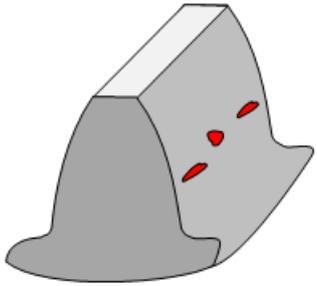
Esse é um valor definido pelos requisitos do projeto ou por determinação de norma

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T 1)}$$



## Equação AGMA

### Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

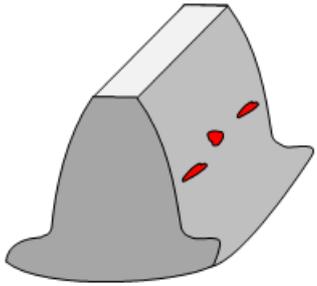
Fator de relação de durezas

- ▶ Os valores para o fator de razão de dureza  $C_H$  são obtidos através da equação:  $C_H = 1 + A'(m_g - 1)$

- ▶ Onde:  $A' = 8,98 \times 10^{-3} \left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29 \times 10^{-3}$

- ▶ Se  $\left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) < 1,2$  então  $A' = 0$

- ▶ Se  $\left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) > 1,7$  então  $A' = 0,00698$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de relação de durezas

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

#### AISI 1045 Steel,

Physical Properties	Metric
Density	7.87 g/cc

Mechanical Properties	Metric
Hardness, Brinell	163
Hardness, Knoop	184
Hardness, Rockwell B	84
Hardness, Vickers	170

Tensile Strength, Ultimate	585 MPa
Tensile Strength, Yield	450 MPa
Elongation at Break	12 %
Reduction of Area	35 %
Modulus of Elasticity	206 GPa
Bulk Modulus	163 GPa
Poissons Ratio	0.29
Shear Modulus	80.0 GPa

$$H_{BP} = H_{BG} = 84 \text{ HB}$$

$$\left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}}\right) = \left(\frac{84}{84}\right) = 1 < 1,2 \text{ então } A' = 0$$

$$C_H = 1 + 0(m_g - 1)$$

$$C_H = 1$$

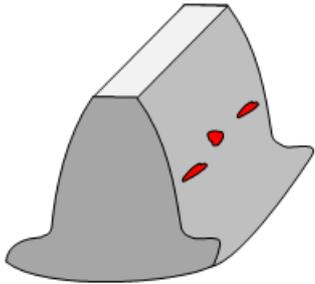
$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N 1}{(K_T 1)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

→ Fator de temperatura

$K_t = 1$ , para temperaturas de até  $120^\circ\text{C}$

- ▶ Para óleo ou temperatura de contato de até  $120^\circ\text{C}$ ,
  - ▶  $K_T = Y_0 = 1$ .
- ▶ Para temperaturas superiores  $K_T = Y_0 \gg 1$  e deve-se providenciar alguma solução que permita troca de calor.

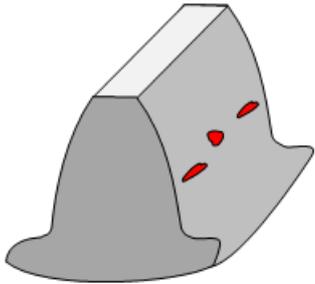
$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N 1}{(1 * 1)}$$



## Equação AGMA

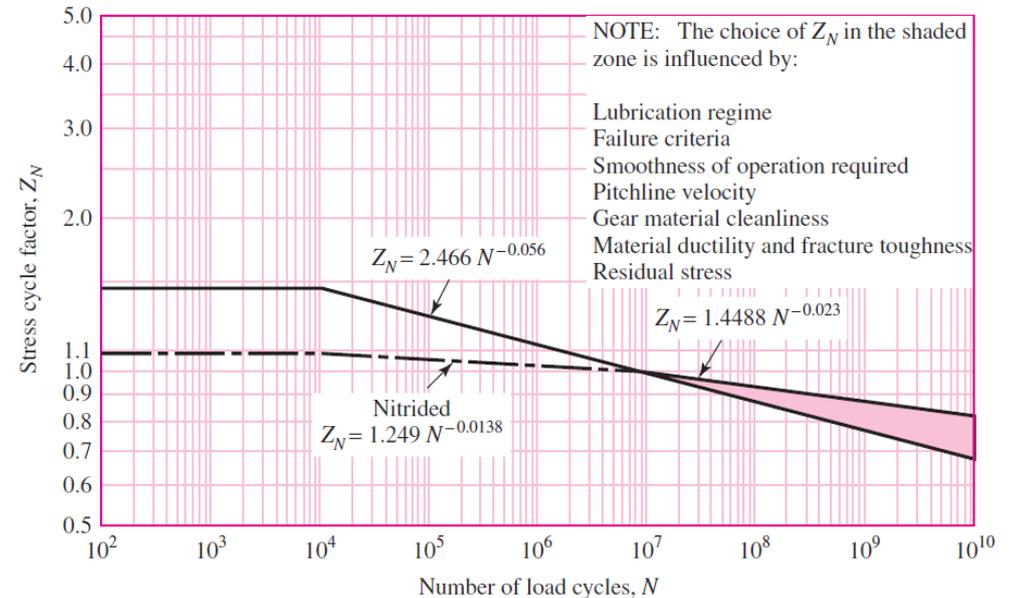
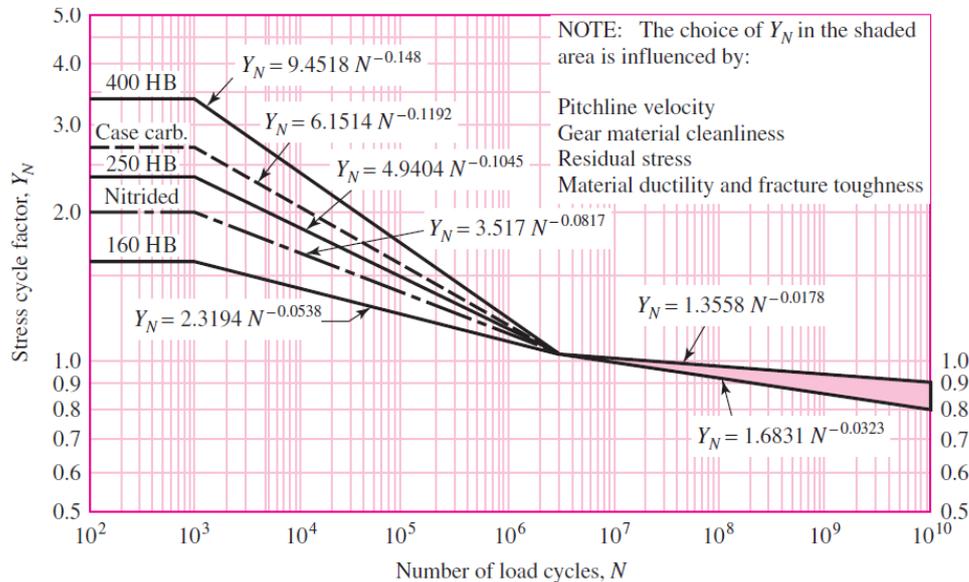
### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

Fator de resistência a fadiga por *pitting*

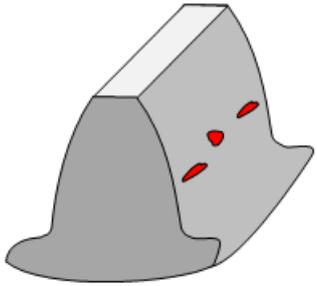




## Equação AGMA

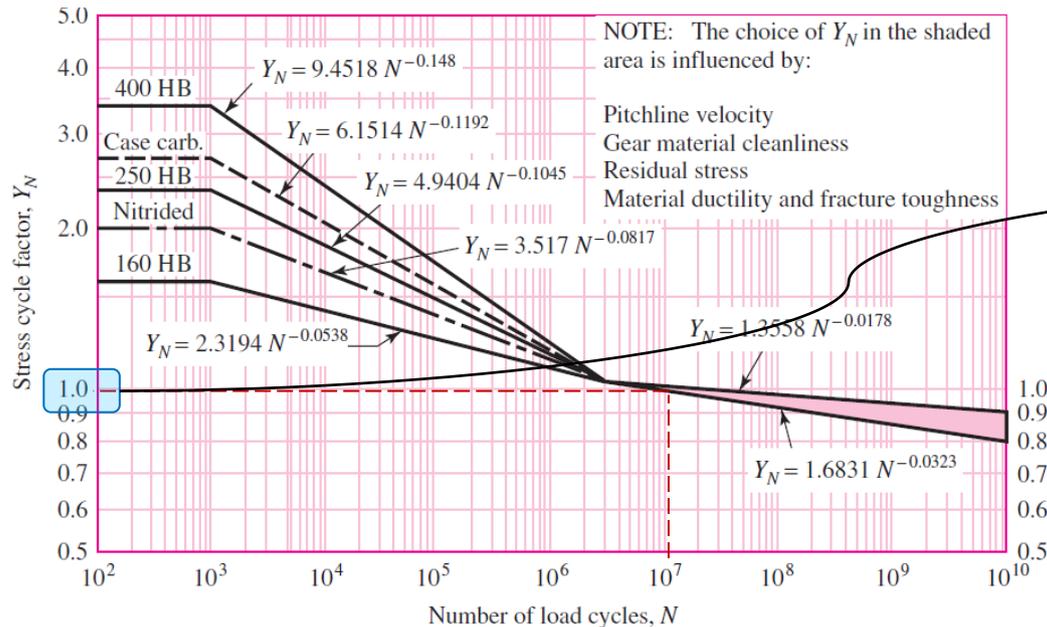
### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

Fator de resistência a fadiga por *pitting*



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{1 * 1}{(1 * 1)}$$

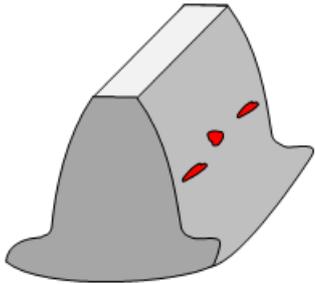
Considerando vida infinita ( $N > 10^7$ )



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

→ Fator de segurança para pitting

**Aqui cabe uma observação:**

**Não havendo uma definição de norma para  $S_H$  então usa-se a equação de  $\sigma_{total}$  para determinar um.**

**No caso desta problema vamos definir  $S_H=2$**

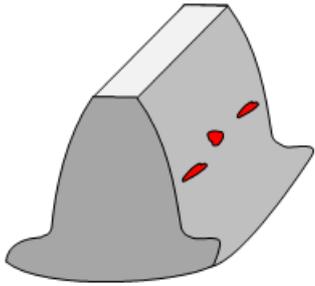
$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{2} \frac{1 * 1}{(1 * 1)}$$



## Equação AGMA

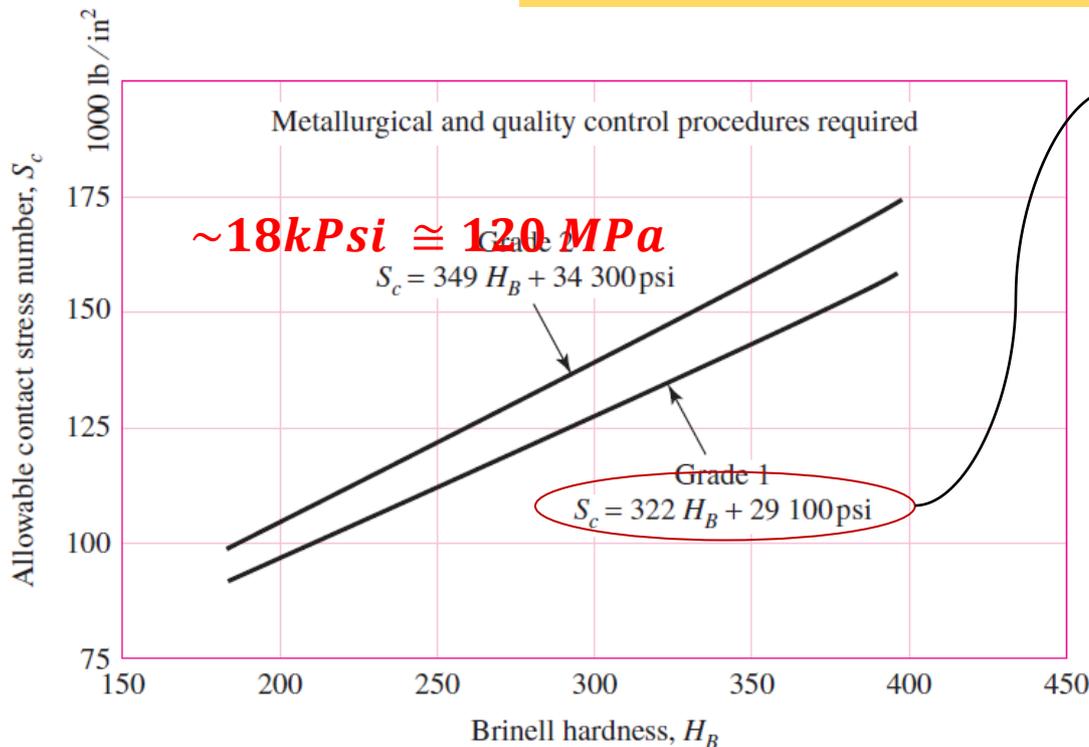
### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



Máxima Tensão de contato admissível pela AGMA

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



$$s_c = 322 H_B + 29100 \text{ psi}$$

$$s_c = 322 \cdot 84 + 29100 \text{ psi}$$

$$s_c = 322 \cdot 84 + 29100 \text{ psi}$$

$$s_c = 56148 \text{ psi}$$

$$s_c = 387,12 \text{ MPa}$$

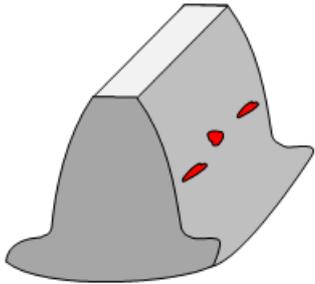
$$\sigma_{c_{total}} = \frac{387,12}{2} \frac{1 * 1}{(1 * 1)}$$



## Equação AGMA

### Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_C}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{387,12}{2} \frac{1 * 1}{(1 * 1)}$$

$$\sigma_{c_{total}} = 193,12 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = 1,64 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_c < \sigma_{c_{total}}$$

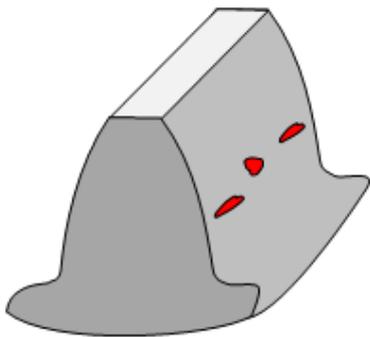
Não haverá falha por fadiga de contato



## Equação AGMA

Considerações sobre a durabilidade da superfície

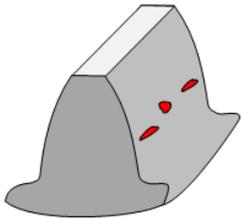
- ▶ falha por fadiga de contato
- ▶ Um dos modos de falha de engrenagens está relacionado a fadiga superficial dos dentes, pitting.
- ▶ Este é formado pela ação cíclica das tensões de





## Equação AGMA

Considerações sobre a durabilidade da superfície



- ▶ falha por fadiga de contato

### Durabilidade da superfície

- ▶ Empregando a teoria de contato de Hertz para dois cilindros

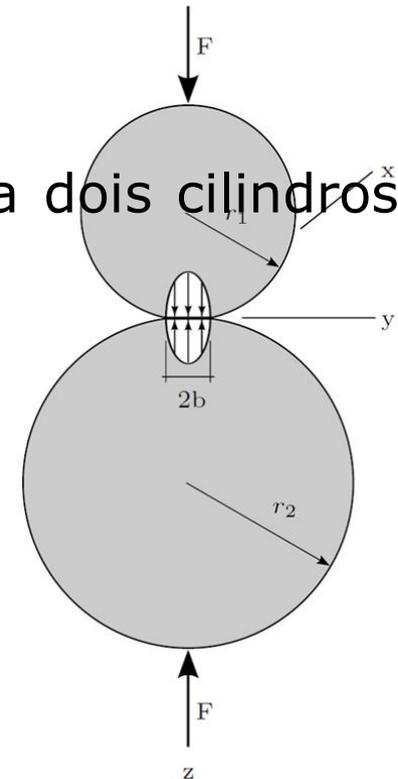
temos:

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi b l}$$

- ▶ Onde:

- $p_{max}$  = maior pressão de contato
- $F$  = força aplicada nos cilindros
- $l$  = comprimento dos cilindros

- $$b = \left\{ \frac{2F}{\pi l} \frac{[(1 - \nu_1^2) / E_1] + [(1 - \nu_2^2) / E_2]}{(1/d_1) + (1/d_2)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$





## Equação AGMA

Considerações sobre a durabilidade da superfície

- ▶ falha por fadiga de contato

### Durabilidade da superfície

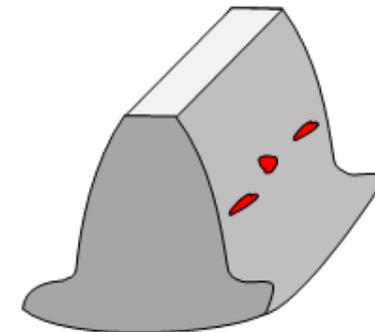
- ▶ Considerando  $P_{max}$  como  $\sigma_c$  (tensão compressiva de Hertz),

temos:

$$\sigma_c^2 = \frac{W_t}{\pi F \cos\phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{[(1 - \nu_1^2) / E_1] + [(1 - \nu_2^2) / E_2]}$$

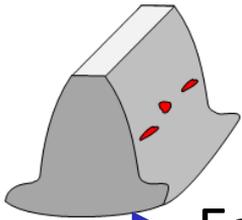
- ▶ Onde:

- $r_1, r_2$  = são os raios das engrenagens no ponto de contato
- $\nu$  = coeficiente de Poisson
- $\phi$  o ângulo de pressão





Considerações sobre a durabilidade da superfície



$$\sigma_c^2 = \frac{W_t}{\pi F \cos\phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{[(1 - \nu_1^2) / E_1] + [(1 - \nu_2^2) / E_2]}$$

- ▶ Esta equação pode ser resolvida para todos os pontos de contato durante o engrenamento
- ▶ Apesar do contato apresentar rolamento e escorregamento, será considerado que este será somente de rolamento

$$r_1 = \frac{d_p \sin\phi}{2}$$

$$r_2 = \frac{d_G \sin\phi}{2}$$

▶ Onde:

- $d_p$  = diâmetro pitch do pinhão
- $d_G$  = diâmetro pitch da engrenagem



Considerações sobre a durabilidade da superfície

**Durabilidade da superfície**

▶ A equação 
$$\sigma_c^2 = \frac{W_t}{\pi F \cos \phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{[(1 - \nu_1^2) / E_1] + [(1 - \nu_2^2) / E_2]}$$

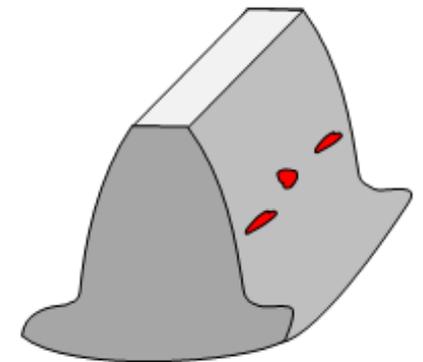
▶ apresenta quatro termos elásticos, dois para a engrenagem e dois para o pinhão

▶ O que permite a AGMA definir um coeficiente elástico  $C_p$

$$C_p = \left[ \frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

▶ Substituindo temos:

$$\sigma_c = -C_p \left[ \frac{K_v W_t}{F \cos \phi} \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2}$$





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

---

**FIM**