Termo-Estatística

Prof. Thales Souza Freire

28 de novembro de 2023

Q 1. O centro local de controle ambiental quer saber mais sobre o monóxido de carbono (CO) e como ele se espalha em uma sala. Você deve

(a) calcular o livre caminho médio de uma molécula de CO

(b) estimar o tempo médio entre colisões e o número de colisões/s. A massa molar do CO é 28 g/mol. Suponha que a molécula de CO viaja no ar a 300K e a 1atm, e que o diâmetro é de 3,75Å tanto para o CO como para as outras moléculas do ar.

Q 2. Determine a energia cinética total de translação das moléculas de 1 L de gás de oxigênio (O2) a uma temperatura de 0°C e a uma pressão de 1atm.

Q 3. Os atuais equipamentos de vácuo podem atingir pressões tão baixas quanto 7×10^{-11} Pa. Seja uma câmara de vácuo contendo hélio (He) a esta pressão e à temperatura ambiente (300K). Estime o livre caminho médio e o número de colisões/s para o hélio nesta câmara.

Q1. a) $\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{2}\, \rho_N \pi d^2}$, $\rho_N = \dfrac{N}{V}$

$PV = N k_B T \Rightarrow \rho_N = \dfrac{N}{V} = \dfrac{P}{k_B T} \Rightarrow \lambda = \dfrac{k_B T}{\sqrt{2}\, P \pi d^2}$

$\Rightarrow \lambda = \dfrac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{\sqrt{2}\, 10^5 \cdot \pi \cdot (3{,}75 \cdot 10^{-10})^2} = 6{,}63 \cdot 10^{-8} = 66{,}3 \text{ nm}$

b) $\tau = \dfrac{\lambda}{v_{rms}}$

Usando a distribuição de Boltzmann ou Maxwell-Boltzmann vão levar ao mesmo resultado.

$v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \left(\int v^2 \dfrac{e^{-\beta m v^2/2}}{Z} d\Gamma \right)$

Isto equivale a fazer:

$v_{rms}^2 = \langle v^2 \rangle = \dfrac{2}{m} \left\langle \dfrac{m v^2}{2} \right\rangle = \dfrac{2}{m} \langle E \rangle$

Como o CO é uma molécula diatômica, temos mais 2 graus de liberdade rotacionais e 1 vibracional, totalizando 6 graus de liberdade. Logo:

$\langle E \rangle = 6 \cdot \dfrac{1}{2} k_B T = 3 k_B T \Rightarrow v_{rms} = \sqrt{\dfrac{m}{2} \cdot 3 k_B T} = \sqrt{\dfrac{3}{2} m k_B T}$

$\Rightarrow \tau = \dfrac{k_B T}{\sqrt{2}\, P \pi d^2 v_{rms}} = \dfrac{1}{P \pi d^2} \sqrt{\dfrac{k_B T}{3m}} = \dfrac{1}{10^5 \pi (3{,}75 \cdot 10^{-10})} \sqrt{\dfrac{1{,}38 \cdot \cancel{10^{-23}} \cdot \cancel{300}}{\cancel{3} \cdot \dfrac{28 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot \cancel{10^{23}}}}}$

Q2. a) O O_2 é diatômico, porém quando escrevemos o peso de um estado as contribuições se separam:

$$E_{tot} = E_{trans} + E_{rot} + E_{vib} \Rightarrow e^{-\beta E_{tot}} = e^{-\beta E_{trans}} e^{-\beta E_{rot}} e^{-\beta E}$$

Assim é possível calcular a energia média separadamente. O resultado será compatível com o teorema da equipartição:

$$\langle E_{trans} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

A energia cinética translacional total é:

$$\langle E^{tot}_{trans} \rangle = N \langle E_{trans} \rangle = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} PV = \frac{3}{2} \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 150 J$$

Q3. Resolução similar ao Q1, porém o He é monoatômico.