ERROS DE LINGUAGEM LÓGICA EM LIVROS DIDÁTICOS

ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA - 3º ano

A coleção apresenta utilização errônea do símbolo < que representa a ordem numérica. Assim escreve-se $a < b$ para indicar que o número representado por a é menor do que o número indicado por b. Ora, no volume do 3º há um uso abusivo e errôneo deste símbolo em situação em que não cabe o seu emprego. São apresentadas orientações para uma Atividade. Nessas orientações, se pede: *organizem as informações da quantidade de animais em dezenas na ordem crescente: cavalos < porcos < ovelhas < bois < galinhas*.

> Após explorar o gráfico, oriente os alunos a completar as frases propostas, dando as respostas ora em dezenas, ora em unidades. Sugira que representem o mesmo gráfico no caderno utilizando a régua e organizem as informações da quantidade de animais em dezenas na ordem crescente: cavalos < porcos < ovelhas < bois < galinhas.

.

O emprego do símbolo < para relacionar os animais cavalos, porcos, ovelhas, bois e galinhas é incorreta, pois animais não são números, não cabendo, portanto, compará-los diretamente com o uso do símbolo matemático de ordem. Tal tipo de imprecisão com a utilização da linguagem simbólica da Matemática é nociva, pois pode induzir ao erro de concepção (frequentemente encontrado entre estudantes de escolaridade mais avançada) sobre ser a utilização dos símbolos matemáticos uma mera forma econômica de expressar termos ou expressões da língua materna, destituídos de significado e regras gramaticais próprios.

MATEMÁTICA FUNDAMENTAL I – 4º ANO

Emprego do sinal de igualdade

Na coleção, apresentam-se várias ocorrências de erros relacionados ao uso indevido do sinal de igualdade no campo de Números e Operações. É fato conhecido que muitos estudantes, em níveis posteriores de escolaridade, costumam tratar o sinal de = de maneira equivocada em situações de encadeamento de raciocínios envolvendo uma sequência de igualdades. Frequentemente se constata que, em tais situações, o termo do qual se partiu não é igual ao último termo, obtido por meio das igualdades sucessivas. No entanto, o estudante não entende que esse fato indica um erro, seja no raciocínio, seja na representação utilizada para expressá-lo em linguagem simbólica. Esse é um problema muito grave de esvaziamento de significado da relação primeira e mais fundamental da Matemática e do emprego do sinal de = sem compromisso real com o seu significado na linguagem simbólica da Matemática. Sendo assim é extremamente grave que, já no início da escolaridade, o próprio livro didático adote formas de representar situações em linguagem simbólica que, por falta do devido cuidado com o uso do sinal de =, estimulem, induzam ou favoreçam o estabelecimento nos alunos da concepção errônea sobre o uso do sinal de = em situações em que, de fato, não se expressam verdadeiras igualdades. É justamente isso o que acontece nesta obra, como mostra a análise a seguir.

No Volume 4, apresentam-se os passos para se fazer a divisão de 79 por 3 com o algoritmo. Nela, a cada passo, descreve-se o que foi feito em uma conta armada:

7 ÷ 3 (7 dezenas e 9 unidades) "*Iniciamos a divisão pelas dezenas, procurando o número que multiplicado por 3 resulte em 7 ou chegue mais próximo dele* ***sem ultrapassá-lo.*** *Então: 7 ÷ 3 = 2 porque 2 x 3 = 6, 7 – 6 = 1 (resto)*."

A conclusão expressa no livro é um erro conceitual, pois 7 dividido por 3 não é igual a 2, Essa utilização errônea do sinal de igualdade continua por toda a explicação e também em um segundo exemplo, na divisão de 6210 por 6 mais adiante, apresenta-se os passos em que se utiliza erroneamente a igualdade, ao dividir "50 ÷ 6 = 8 porque 8 x 6 = 48 – acompanhado abaixo de 50 – 48 = 2 (resto); e "29 ÷ 6 = 4 porque 4 x 6 = 24, 29 – 24 = 5 (resto) ".

Já no Manual do Professor desse mesmo Volume, ao ser apresentado o processo de decomposição de números para a multiplicação de 36 por 30, apresentam-se as igualdades: "$(30+6)\times 3 = 30\times 3 = 90$" e "$(30+6)\times 20 = 30\times 20 = 600$", que não são válidas, pois a transitividade do sinal de igualdade levaria a conclusões falsas:

$$
\begin{array}{c}
36 \times 23 = \\
(30 + 6) \times 3 = 30 \times 3 = 90 \\
6 \times 3 = 18 \\
(30 + 6\ ) \times 20 = 30 \times 20 = 600 \\
6 \times 20 = 120
\end{array}
$$

OUTRO EXEMPLO, ainda do 4º ano

No volume do 4º ano é introduzida, erroneamente, a designação "frase numérica" para uma representação, em símbolos matemáticos, de uma sequência de operações entre números que seja sugerida por uma dada situação problema para obter o número que seja a resposta ao problema. Assim, por exemplo, a partir do enunciado *Dona Pérola comprou 5 embalagens com 4 canetas cada uma e ganhou mais 3 canetas de brinde*, é afirmado, que *Podemos representar o número de canetas comprada por dona Pérola com a frase numérica 5 × 4*. Mas a expressão numérica 5 × 4 não se constitue em uma frase, já que não se trata de uma afirmação matemática, mas apenas de uma outra representação matemática possível para o número 20. Em todos os problemas próximos, no livro, o mesmo erro se repete: expressões numéricas (ou, mais tecnicamente, termos da linguagem aritmética) são referidos como "frases numéricas", nomenclatura que só deve ser empregada, sobre a liguagem simbólica da Matemática, para efetivas afirmações, compostas de sujeito e predicado minimamente, como é o caso de uma igualdade ou uma desigualdade. Assim podemos dizer que "$5 \times 4 = 20$" ou "$5 \times 4 < 18$" são frases numéricas (a primeira verdadeira e a segunda falsa), pois essas são de fato afirmações feitas em linguagem simbólica. O sujeito ou o complemento nessas frases são números ou expressões numéricas (quando o termo é composto por números e operações).

O erro conceitual já presente na atividade reproduzida antes fica mais evidente ainda na página seguinte, onde é feita explicitamente a identificação indevida entre os conceitos de "frase numérica" e de "expressão numérica", depois ter sido apontado, mas a seguir desconsiderada, a pertinente analogia entre frases da lingua materna e frases matemáticas. Vejamos o que vem afirmado.

Quando queremos expressar uma ideia, geralmente usamos uma frase. Por exemplo: Ana gosta de ler.

Do mesmo modo, quando queremos descrever uma situação que envolve quantidade, podemos escrever uma frase composta apenas de símbolos matemáticos. Por exemplo: 12 x 2 – 5 . Essa frase recebe o nome de expressão numérica.

Como se pode observar, a frase do português colocada na analogia – *Ana gosta de ler* – é composta por sujeito predicado e complemento, caracterizando bem uma afirmação em língua materna. Já a expressão "$12 \times 2 - 5$" não possui predicado nem complemento e é incorreto dizer-se que se trata de uma *frase composta apenas de simbolos matemáticos*, como está afirmado no livro. Pior ainda, é um erro identificar os conceitos de "frase numérica" com o de "expressão numérica", como está explicitamente colocado logo após no livro.

Tal falta de cuidado com a caracterização da linguagem simbólica da Matemática, iniciando-se já no Ensino Fundamental I, é que pode explicar a grande dificuldade na incorporação das regras gramaticais próprias à linguagem formal da Matemática, que estão a serviço de bem expressar ideias matemáticas, com significado. É notória a dificuldade que estudantes de séries mais avançadas têm com a utilização significativa e correta da linguagem simbólica. Dessa maneira é importante que, desde a sua introdução, o tratamento dado à linguagem simbólica seja adequado e cuidadoso com abusos quanto às regras de uso dessa linguagem.

ENSINO FUNDAMENTAL II

Uso incorreto do sinal de igualdade

No volume 8 é escrita uma sequência errada de igualdades, na solução de um exercício cujo enunciado é: *A soma dos ângulos internos de um polígono é 900º. Qual é esse polígono?* E a solução dada é: *Nesse caso, temos* $S_i = (n - 2) \,.\, 180^o$, *temos:*

$(n - 2) \,.\, 180^o = 900^o$.

$$n \cdot 180^0 - 360^0 = 900^0 = n \cdot 180^0 = 900^0 + 360^0 = n \cdot 180^0 = 1260^0 = n = \frac{1260^0}{180^0} = 7$$

O polígono é o heptágono (7 lados).

(Onde estão os erros?)

Esse tipo de falha lógica é um erro que é cometido com frequência pelos alunos e, por isso, sua presença no livro didático é bastante prejudicial à aprendizagem matemática.

Sobre Variável e incógnita

Os conceitos de incógnita em uma equação e de variável em uma função são importantes na matemática escolar. Por isso, é prejudicial à aprendizagem que haja ambiguidade no emprego desses dois conceitos. No volume 9, o símbolo *x* é chamado de **incógnita**, o que é apropriado, mas também de **variável**, o que não é adequado:

> *Nas equações do 2º grau com uma incógnita, os números reais a, b e c são chamados **coeficientes** da equação. Assim. Se a equação for na incógnita x:*
> - *a será sempre o coeficiente do termo x^2;*
> - *b será sempre o coeficiente do termo em x;*
> - *c será o coeficiente sem variável ou o **termo independente** de x.*
>
> (Grifos do original)

A cópia do original permite confirmar o que se analisa aqui.

Mais adiante, ainda no volume 9, emprega-se adequadamente o termo ‘variável’, ao se tratar do conceito de função:

> *O preço y a pagar é dado em função da quantidade x de petecas adquiridas e sentença y = 3x é chamada **lei de formação** dessa função.*
>
> *Neste caso, a variável x é chamada **variável independente**, e a variável y é **dependente da variável x**.*
>
> (Grifos no original)

As incorreções indicadas no campo da álgebra, que envolvem conceitos básicos, comprometem a aprendizagem desse campo da matemática.

ENSINO MÉDIO

No volume do terceiro ano encontram-se erros graves em duas sequências de igualdades, reproduzidas abaixo, na resolução de um exercício. Cada uma das sequências contém erros conceituais envolvendo igualdades que não são verdadeiras. Apontamos e analisamos a seguir os erros da primeira delas, pois os da segunda são absolutamente análogos.

As sequências de igualdades referidas são:

$$\cos\theta = \frac{a}{\rho} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \frac{5\pi}{6} = 150^{o}$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{b}{\rho} = \frac{1}{2} = \frac{5\pi}{6} = 150^{o}$$

Como a igualdade é uma relação binária que satisfaz a propriedade transitiva, na realidade essa sequência indica dez igualdades entre objetos matemáticos, das quais apenas são verdadeiras as que relacionam os três primeiros termos. Nesta sequência, analisamos a seguir a ocorrência de cinco erros conceituais envolvendo a relação de igualdade, a mais básica da Matemática. Constituem-se em erros graves as igualdades destacadas a seguir:

$$\frac{-\sqrt{3}}{2} = \frac{5\pi}{6}\ ,\quad \frac{-\sqrt{3}}{2} = 150^{o}\ ,\quad \frac{5\pi}{6} = 150^{o},\quad \cos\theta = 150^{o}\ \text{ e }\ \cos\theta = \frac{5\pi}{6}$$

(a) $\frac{-\sqrt{3}}{2} = \frac{5\pi}{6}$ é uma igualdade falsa, pois nenhum número negativo pode ser igual a um número positivo.

(b) Escrever $\frac{-\sqrt{3}}{2} = 150^o$ ou $\frac{5\pi}{6} = 150^o$ não faz sentido matematicamente pois os primeiros membro dessas "igualdades" são números reais e o segundo membro, comum às duas "igualdades", corresponde à medida de um ângulo em graus. Ora, a relação de igualdade, na Matemática, só faz sentido entre objetos matemáticos de mesma natureza, o que não é o caso.

(c) Também não tem sentido escrever $\cos\theta = 150^o$ ou $\cos\theta = \frac{5\pi}{6}$, pela mesma razão explicada no item (b) acima, já que cosseno é uma função que associa um número real a cada ângulo, portanto $\cos\theta$ é um número real, que, para o θ do exercício, vale $\frac{-\sqrt{3}}{2}$, que é diferente de $\frac{5\pi}{6}$, como visto no item (a). Nesse caso, o que vale é que a medida do ângulo θ, em graus, é 150^o e, em radianos, é $\frac{5\pi}{6}$ rad. Essas duas "igualdades" envolvem uma confusão que pode induzir os alunos a identificar como idênticas três noções distintos: a de ângulo, sua medida e o valor do seu cosseno.

Esse tipo de erro em uma obra, sobre a noção matemática de igualdade, é especialmente grave, pois é fato observado que muitos alunos egressos do Ensino Médio cometem frequentemente erro análogo, a saber, encadear uma sequência de igualdades que, como essas constantes do livro, iniciam com um objeto matemático e terminam com outro diferente do inicial. Ou seja, essa falta de atenção com o significado exato e com as regras sintáticas da linguagem formal da Matemática acaba por esvaziar de sentido a linguagem específica dessa ciência, induzindo usos errôneos da mesma por parte dos alunos.