

# Modelagem de placas em Elementos Finitos

Prof. Alfredo Gay Neto  
Prof. Miguel Bucalem

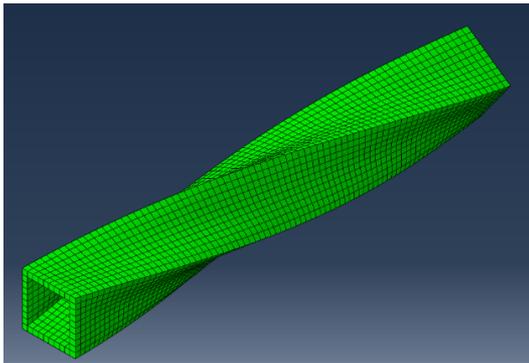


**PEFUSP**

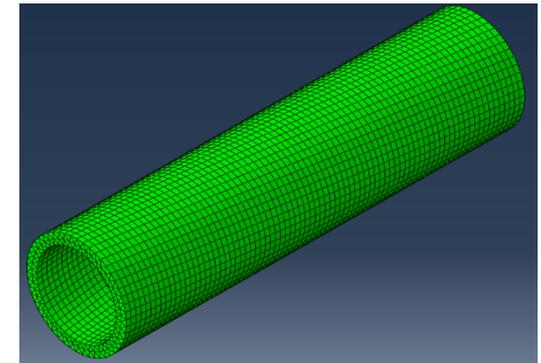
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
DE ESTRUTURAS E GEOTÉCNICA

**PEF 3302**

- ▶ Um modelo sólido 3D representa um problema físico da forma mais exata possível
  - Não são feitas simplificações na cinemática a priori
  - É possível representar um nível muito fiel de detalhamento geométrico



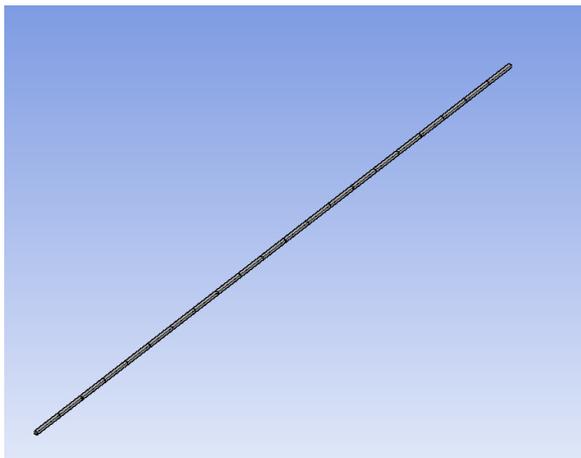
Exemplo: problema de torção modelado com elementos sólidos 3D - MEF  
O empenamento surge naturalmente!



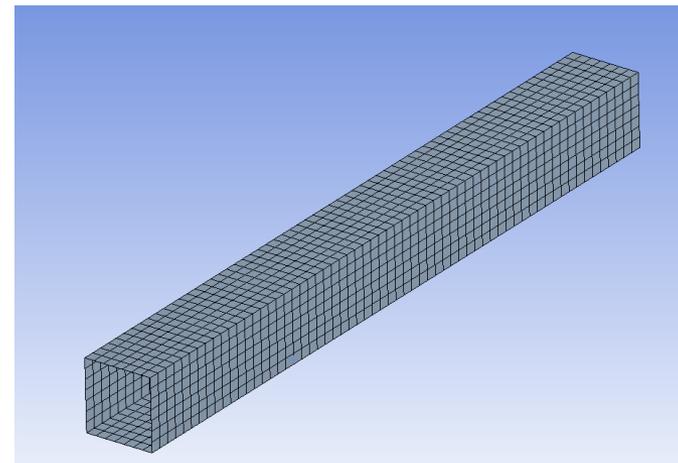
- ▶ É possível realizar algumas simplificações cinemáticas, levando aos chamados modelos sólidos 2D
  - Estado Plano de Tensão
  - Estado Plano de Deformação
  - Modelos axi-simétricos

- ▶ Um modelo estrutural é aquele que possui suas bases nas hipóteses cinemáticas de alguma teoria estrutural, tais como:
  - Barras (Euler–Bernoulli ou Timoshenko)
  - Placas (Kirchhoff–Love ou Mindlin–Reissner)
  - Membranas
  - Cascas

Exemplo: o mesmo sólido do exemplo anterior modelado com elementos de barra e placa 3D – MEF



Barra: somente o eixo é representado na geometria do modelo



Placa: a superfície média de cada placa é representada no modelo

- ▶ Ao realizar um modelo estrutural, sempre alguma simplificação geométrica é inserida
  - Barras: somente a geometria do eixo é inserida
  - Placas/cascas: somente a superfície média ou equivalente é inserida
- ▶ Em programas de elementos finitos, o usuário deve inserir dados adicionais que permitam que o programa “entenda” o que se deseja modelar
  - Barras: é necessário introduzir a informação da seção transversal
  - Placas/cascas: é necessário introduzir a informação da espessura

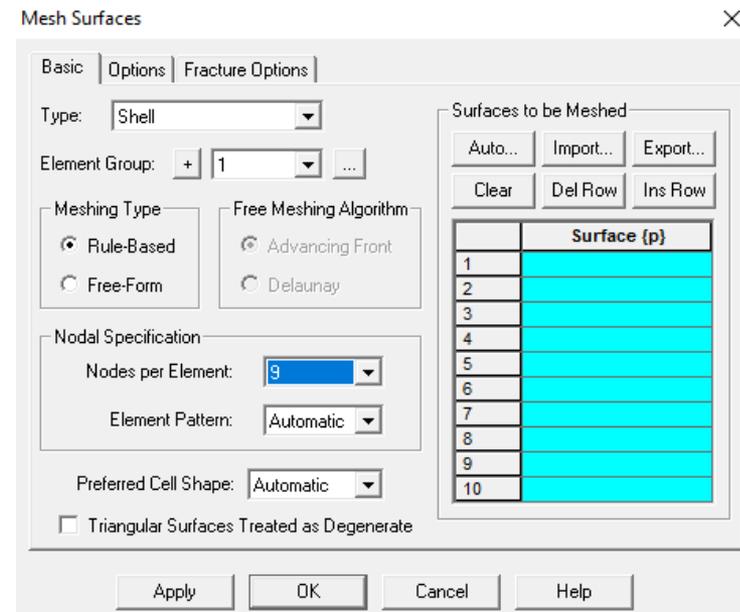
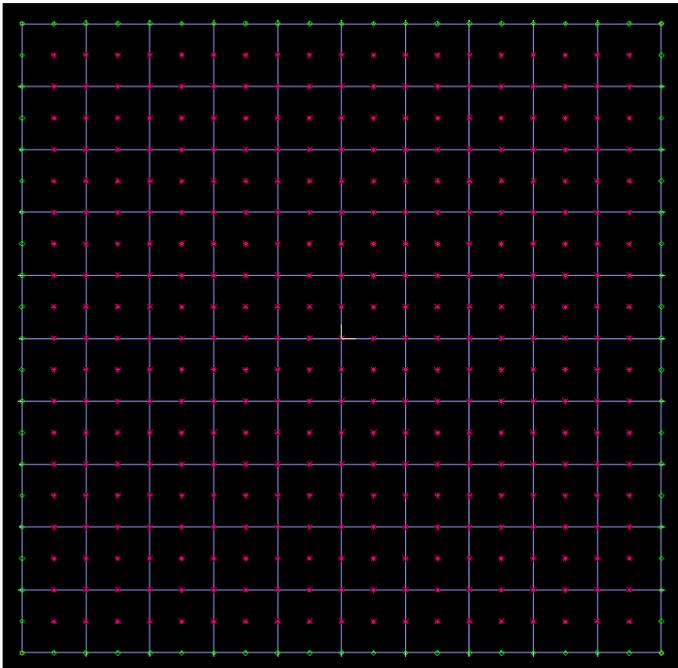
## ▶ Placas:

- elementos estruturais planos em sua configuração indeformada
- possuem uma das dimensões muito menor do que as outras (espessura)
- trabalham sob flexão

Obs.: frequentemente em programas de MEF utilizamos o modelo estrutural de **casca** para modelagem de placas (a casca é capaz de modelar os efeitos de placa e membrana, sendo um modelo estrutural mais elaborado que a placa)

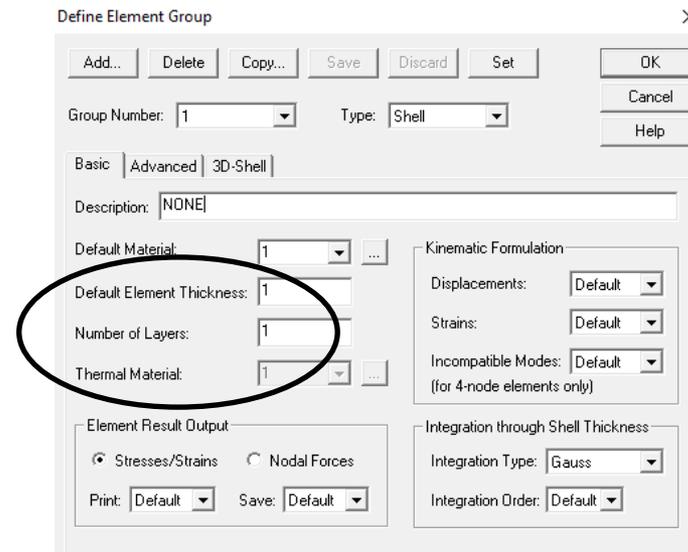
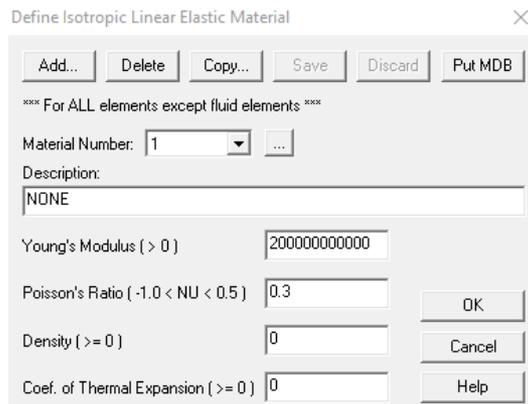
# Exemplo: modelagem de uma placa retangular no programa ADINA

- ▶ Informações da geometria-base: superfície média da placa
- ▶ Tipo de elemento (casca)
  - Note que esse tipo de elemento apresenta graus de liberdade de translação e rotação



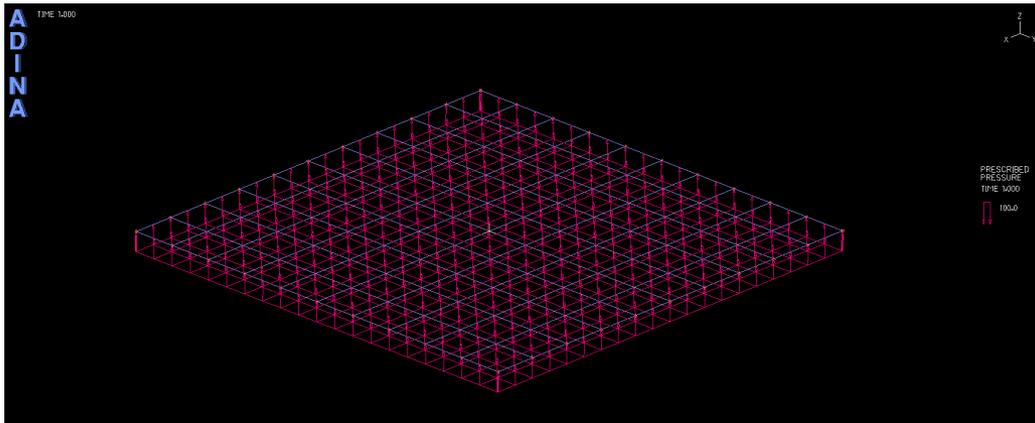
# Exemplo: modelagem de uma placa retangular no programa ADINA

- ▶ Informação da espessura e material
  - Obs.: aqui é possível desenvolver modelos mais elaborados, envolvendo inclusive materiais compósitos!



# Exemplo: modelagem de uma placa retangular no programa ADINA

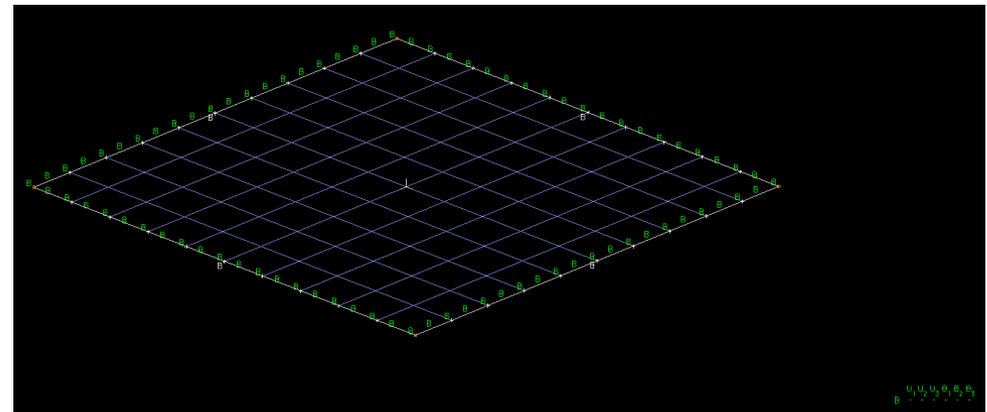
- ▶ Carregamentos e condições de contorno
  - Nesse exemplo: bordas engastadas e pressão uniforme aplicada em toda a placa, apontando para cima



Carregamento de pressão

Todos os graus de liberdade estão vinculados na borda da placa:

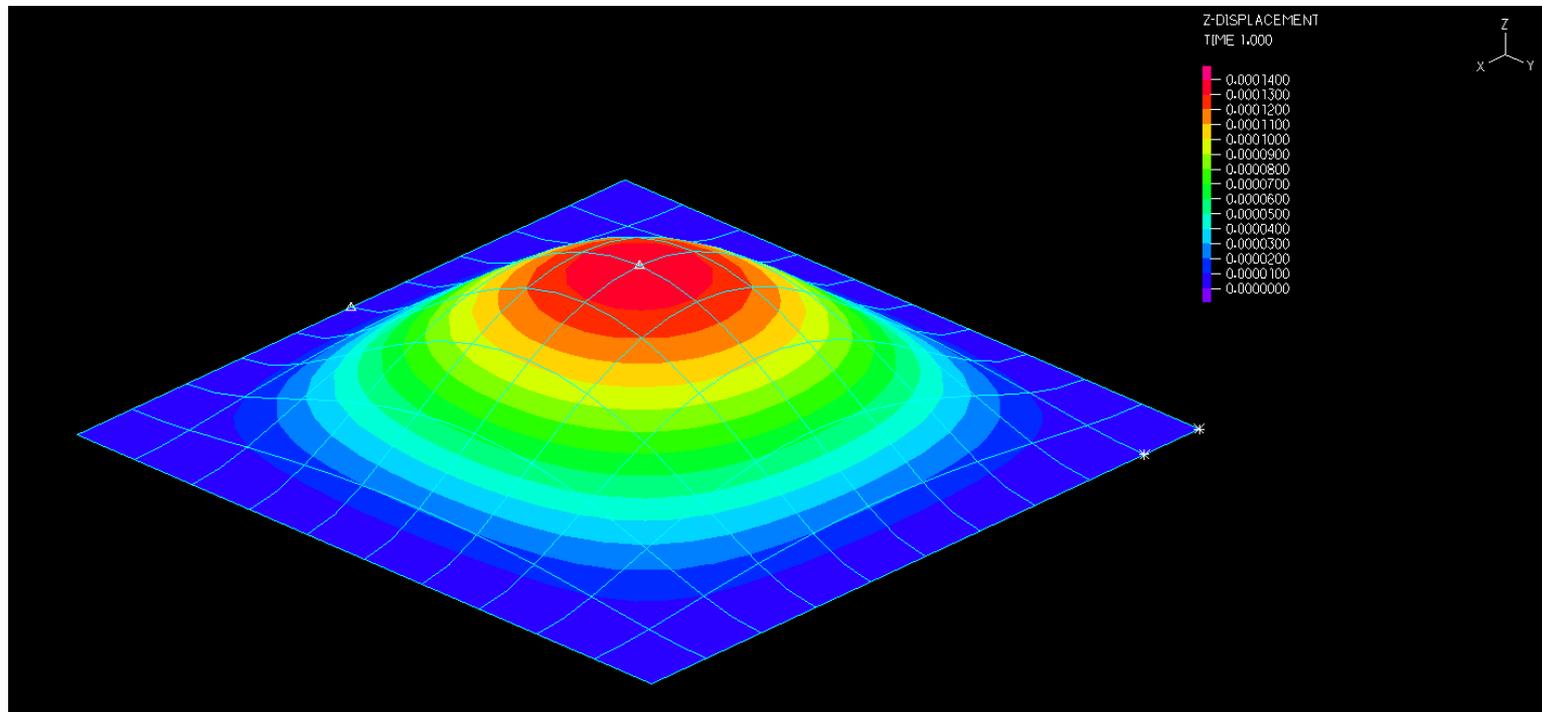
- Translação
- Rotação



# Exemplo: modelagem de uma placa retangular no programa ADINA

## ▶ Resultados

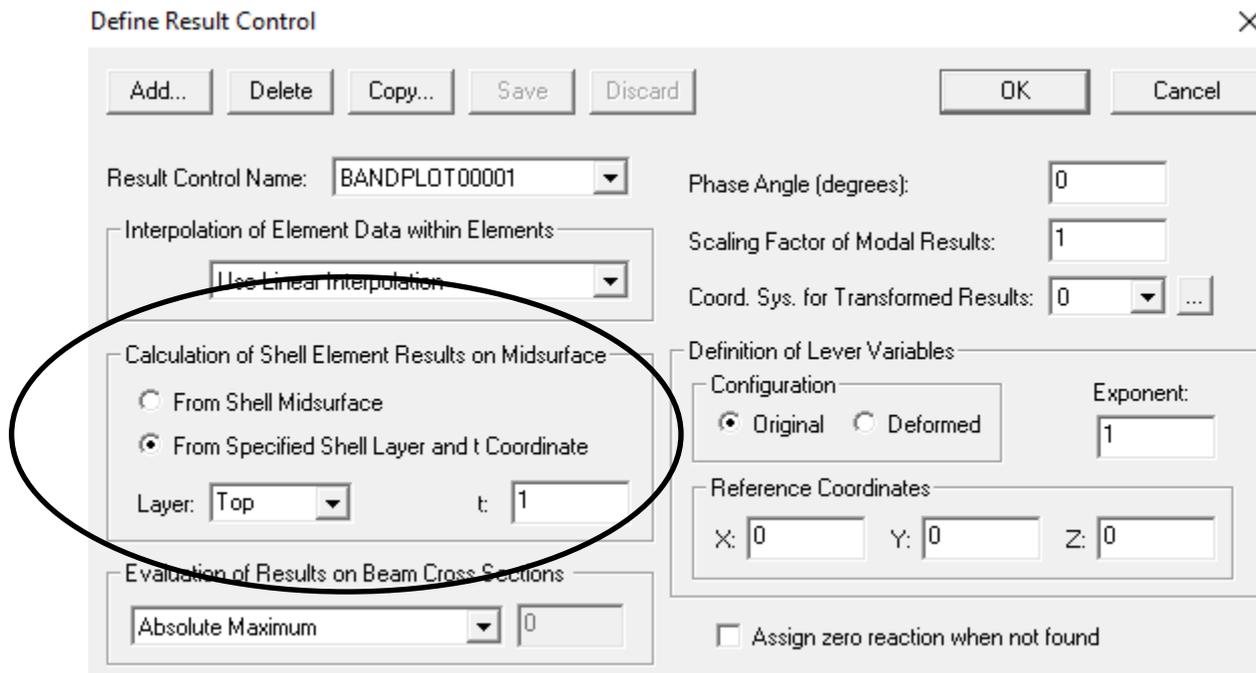
- Campo de deslocamentos – plotagem dos deslocamentos na direção z (magnificado para efeitos de visualização)



# Exemplo: modelagem de uma placa retangular no programa ADINA

## ▶ Resultados

- Tensões – é importante escolher em que posição queremos analisar as tensões: “top”, “mid surface” ou “bottom” – ou coordenada ao longo da espessura:



Define Result Control

Add... Delete Copy... Save Discard OK Cancel

Result Control Name: BANDPLOT00001

Interpolation of Element Data within Elements: Use Linear Interpolation

Phase Angle (degrees): 0

Scaling Factor of Modal Results: 1

Coord. Sys. for Transformed Results: 0 ...

Calculation of Shell Element Results on Midsurface

From Shell Midsurface

From Specified Shell Layer and t Coordinate

Layer: Top t: 1

Definition of Lever Variables

Configuration:  Original  Deformed Exponent: 1

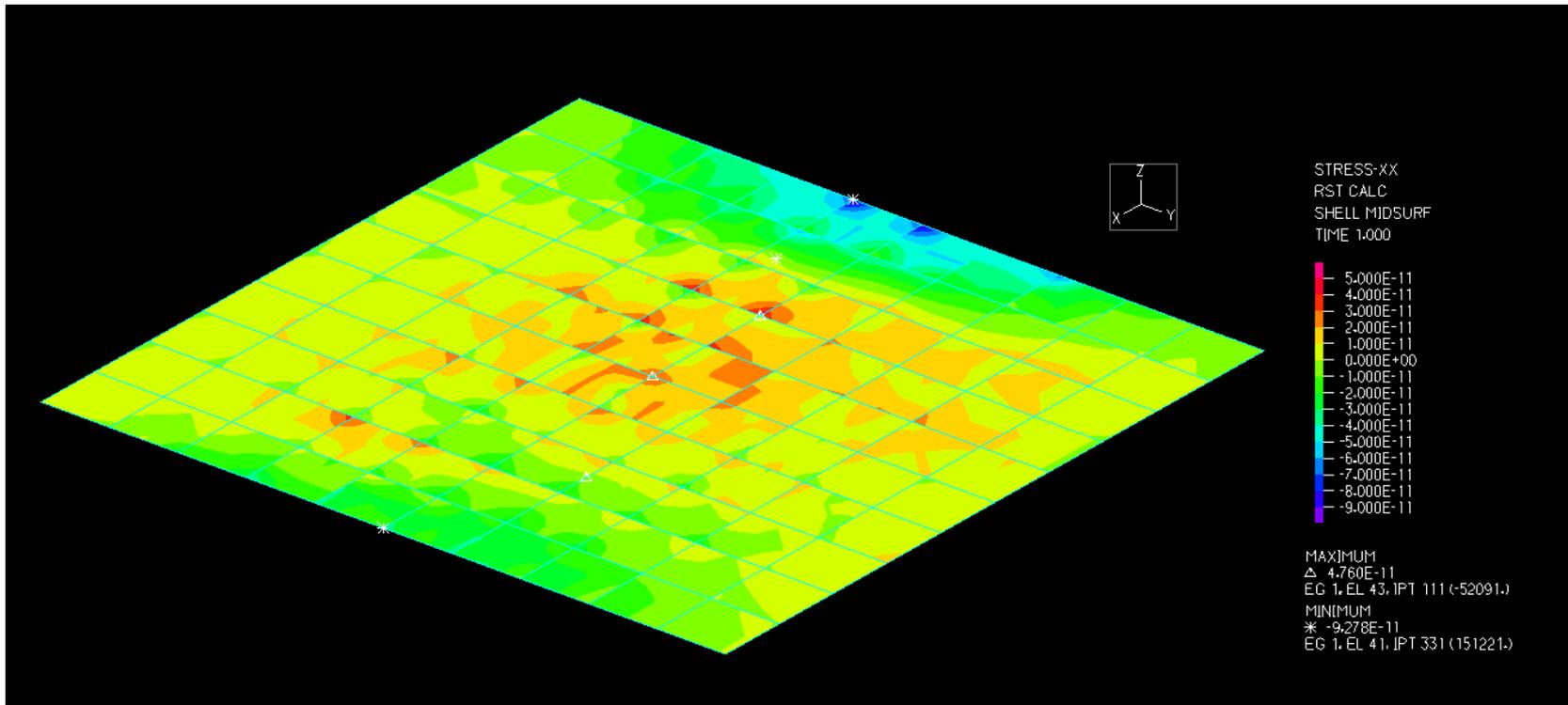
Reference Coordinates

X: 0 Y: 0 Z: 0

Assign zero reaction when not found

Evaluation of Results on Beam Cross Sections: Absolute Maximum 0

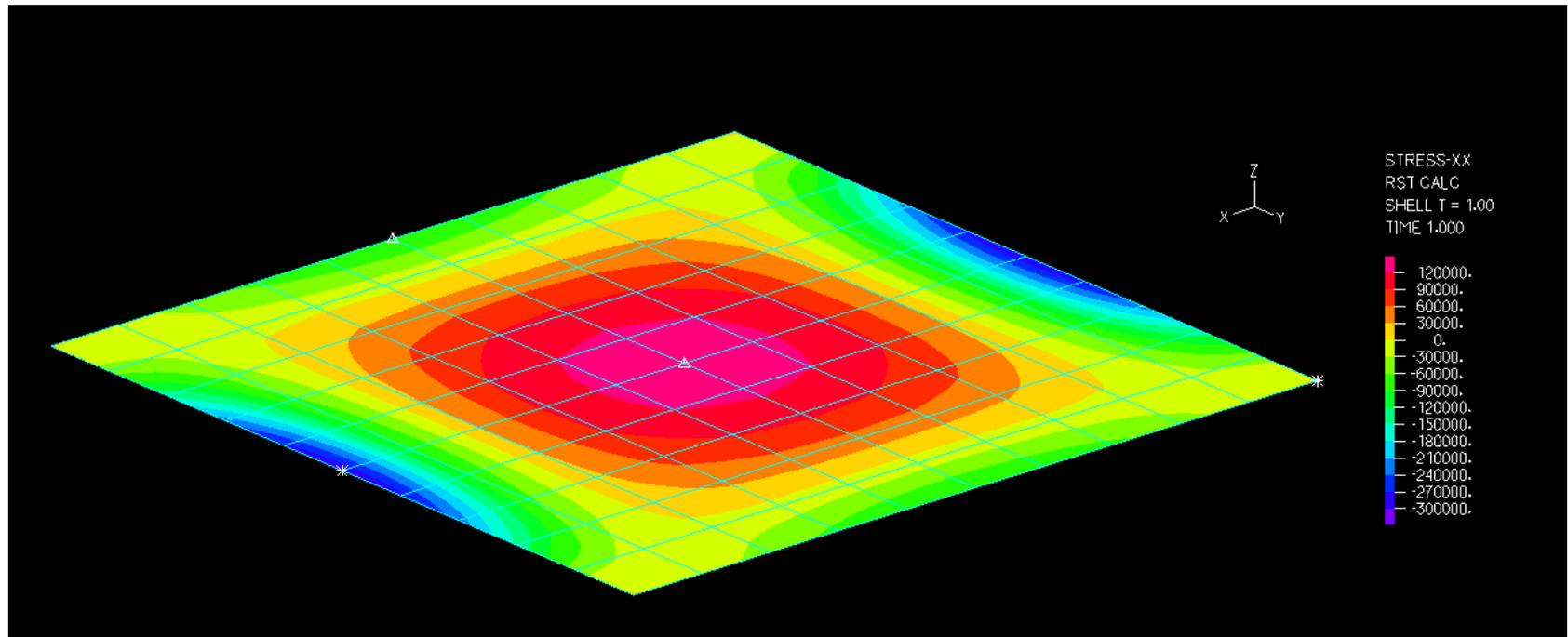
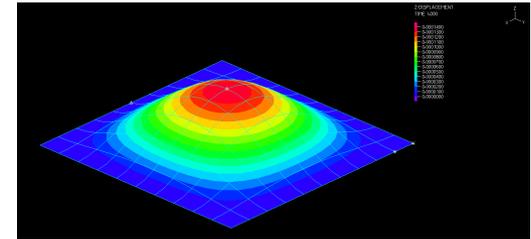
# Exemplo $\sigma_{xx}$ – “mid surface”



Esse resultado é só um resíduo numérico (ordem  $1e-11$ ).  
Estamos tentando visualizar uma tensão nula (linha neutra).

# Exemplo $\sigma_{xx}$ – “top”

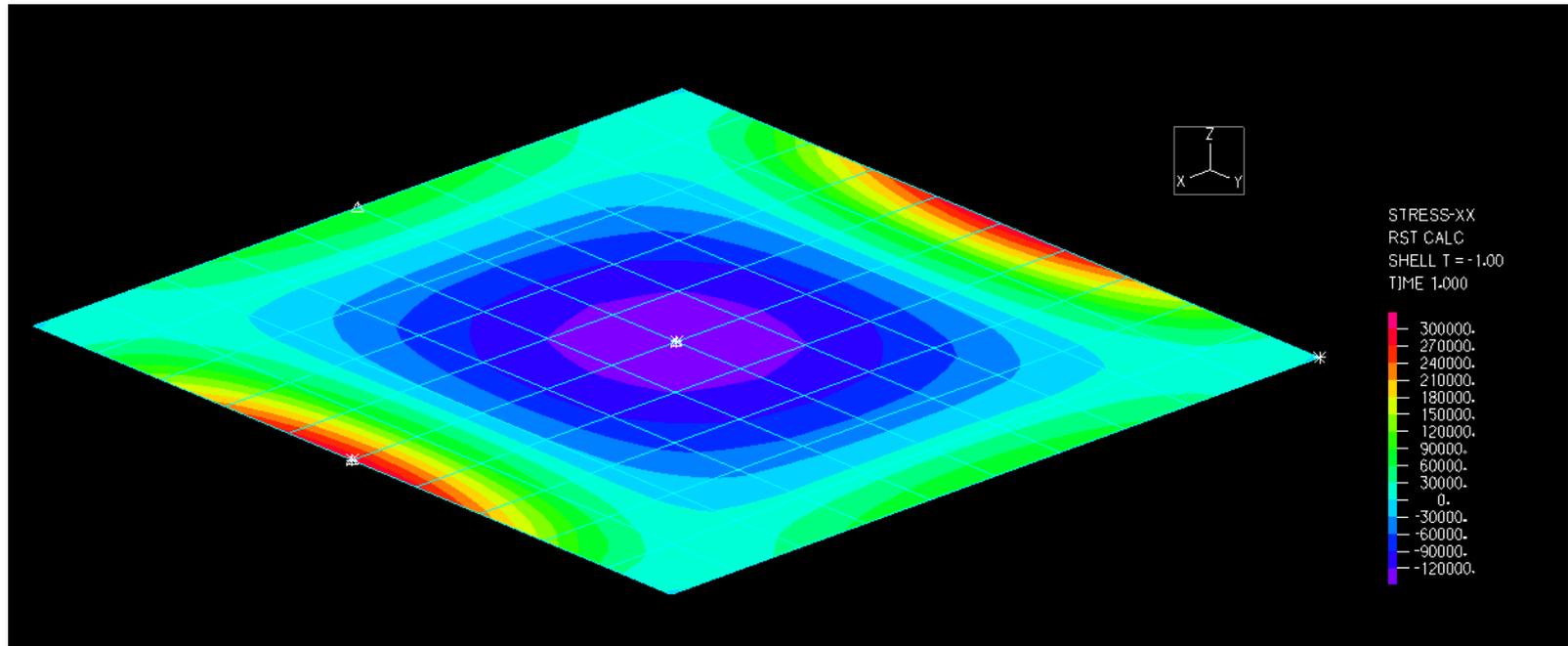
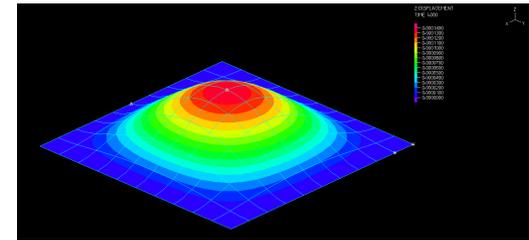
Configuração deformada:  
(a pressão é aplicada para cima)



Tensões de tração no centro e compressão nas bordas.

# Exemplo $\sigma_{xx}$ – “bottom”

Configuração deformada:  
(a pressão é aplicada para cima)



Tensões de compressão no centro e tração nas bordas (a pressão é aplicada para cima).

- ▶ Elementos finitos estruturais representam uma alternativa muito importante quando comparados a modelos sólidos 3D/2D
- ▶ Geralmente há economia significativa de graus de liberdade para representação de um modelo com boa representatividade
- ▶ É necessário que o sólido a ser analisado obedeça as hipóteses da teoria estrutural adotada, caso contrário a solução não é confiável