Matriz de rigidez do elemento de 4 nós

Matriz de rigidez (kN/m^2) do elemento finito referida ao sistema local:

Estado Plano de Tensão

$E^* = E\,,\ \nu^* = \nu$

Estado Plano de Deformação

$E^* = \dfrac{E}{1-\nu^2}\,,\ \nu^* = \dfrac{\nu}{1-\nu}$

$$k := \frac{E^*}{12\left[1-(\nu^*)^2\right]}\begin{bmatrix}
2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b}+4\cdot\frac{b}{a} & \frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) & -4\cdot\frac{b}{a}+(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & -\left[\frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*)\right] & -2\cdot\frac{b}{a}-(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & -\left[\frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*)\right] & 2\cdot\frac{b}{a}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) \\
\frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) & 2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a}+4\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & 2\cdot\frac{a}{b}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & -\left[\frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*)\right] & -2\cdot\frac{a}{b}-(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{-3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & -4\cdot\frac{a}{b}+(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} \\
-4\cdot\frac{b}{a}+(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & 2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b}+4\cdot\frac{b}{a} & \frac{-3}{2}\cdot(1+\nu^*) & 2\cdot\frac{b}{a}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{-3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & -2\cdot\frac{b}{a}-(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) \\
-\left[\frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*)\right] & 2\cdot\frac{a}{b}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{-3}{2}\cdot(1+\nu^*) & 2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a}+4\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & -4\cdot\frac{a}{b}+(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) & -2\cdot\frac{a}{b}-(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} \\
-2\cdot\frac{b}{a}-(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & -\left[\frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*)\right] & 2\cdot\frac{b}{a}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & 2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b}+4\cdot\frac{b}{a} & \frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) & -4\cdot\frac{b}{a}+(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{-3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) \\
-\left[\frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*)\right] & -2\cdot\frac{a}{b}-(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{-3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & -4\cdot\frac{a}{b}+(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) & 2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a}+4\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & 2\cdot\frac{a}{b}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} \\
2\cdot\frac{b}{a}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{-3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & -2\cdot\frac{b}{a}-(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) & -4\cdot\frac{b}{a}+(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b} & \frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & 2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{a}{b}+4\cdot\frac{b}{a} & \frac{-3}{2}\cdot(1+\nu^*) \\
\frac{3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & -4\cdot\frac{a}{b}+(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{3}{2}\cdot(1+\nu^*) & -2\cdot\frac{a}{b}-(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{-3}{2}\cdot(1-3\cdot\nu^*) & 2\cdot\frac{a}{b}-2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a} & \frac{-3}{2}\cdot(1+\nu^*) & 2\cdot(1-\nu^*)\cdot\frac{b}{a}+4\cdot\frac{a}{b}
\end{bmatrix}$$