

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

CISALHAMENTO TRANSVERSAL

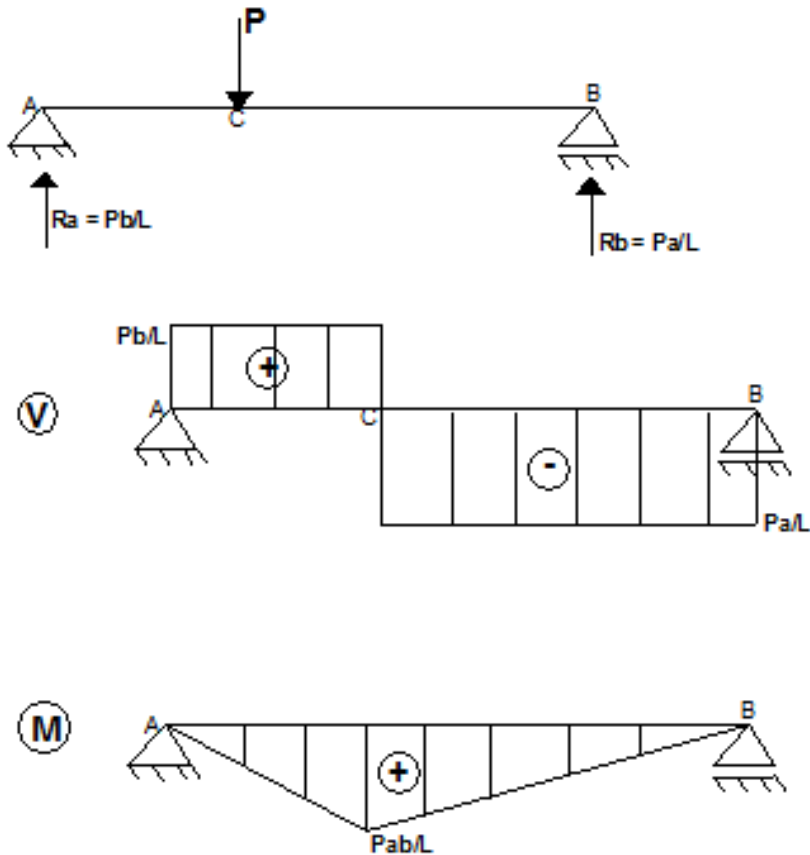
Valério S. Almeida
Novembro/2023

CISALHAMENTO TRANSVERSAL

M → Tensão Normal (σ)
(flexão pura)

V → Tensão Cisalhante (τ)

M e V → Flexão Simples



CISALHAMENTO TRANSVERSAL

$$\sum F_x = 0: \int \sigma_2 dA - \int \sigma_1 dA - \tau_h \cdot t \cdot dx = 0$$

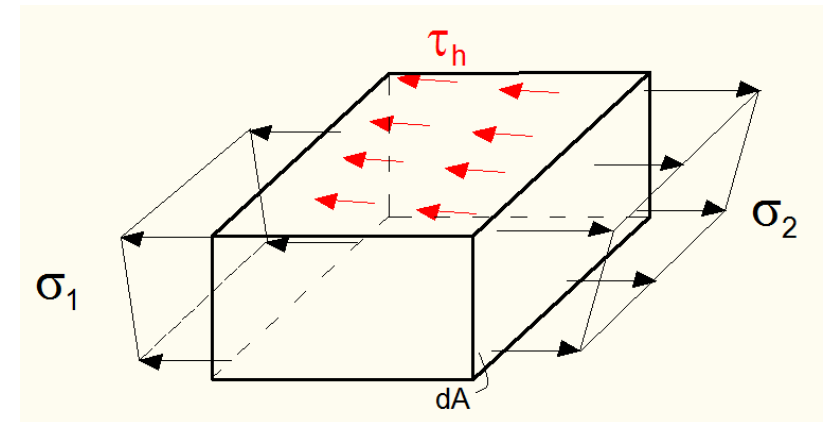
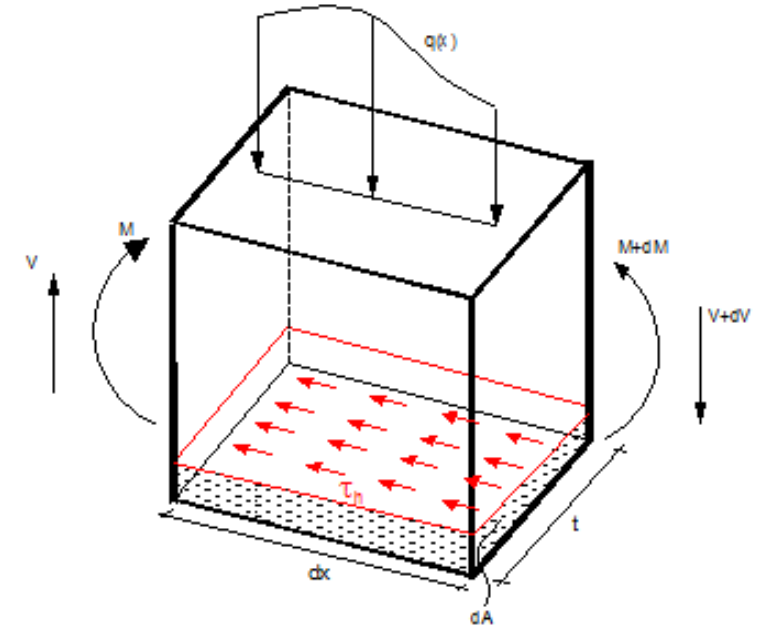
$$\int \frac{(M_z)_2}{I_z} \cdot y dA - \frac{(M_z)_1}{I_z} \cdot y dA = \tau_h \cdot t \cdot dx \rightarrow$$

$$\frac{(M_z)_2 - (M_z)_1}{I_z} \int y dA = \tau_h \cdot t \cdot dx \rightarrow \frac{dM_z}{dx} \cdot \frac{1}{t \cdot I_z} \int y dA = \tau_h \xrightarrow{\frac{dM}{dx} = V} V \cdot \frac{1}{t \cdot I_z} \int y dA = \tau_h$$

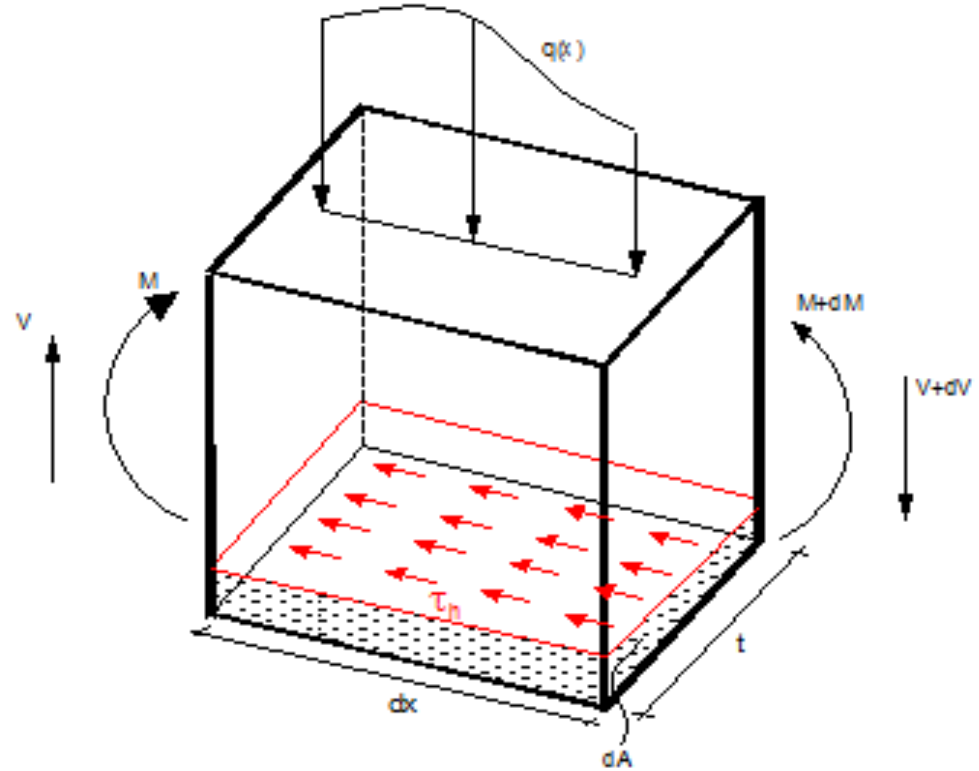
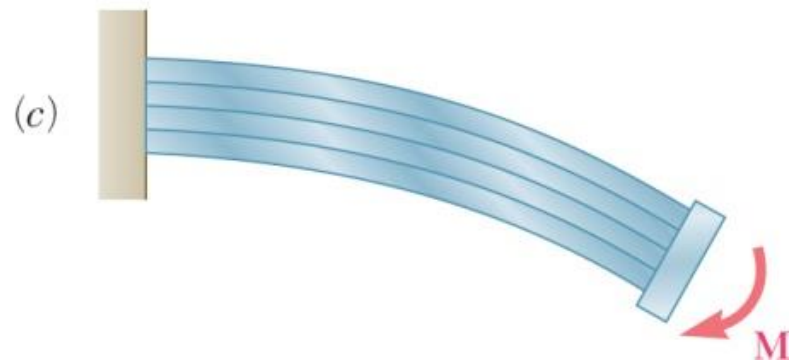
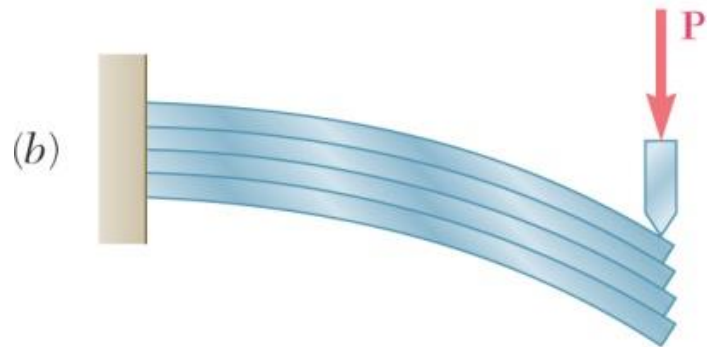
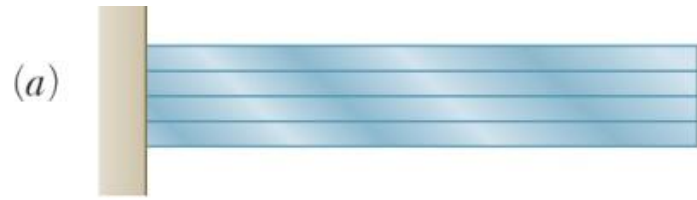
$$\tau_h = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z} \xrightarrow{\text{simetria}} \tau_v = \tau = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z}$$

M_{S_z} momento estático na faixa hachurada

Essa expressão foi primeiramente deduzida por Dmitri Ivánovich Zhuravski e leva seu nome.

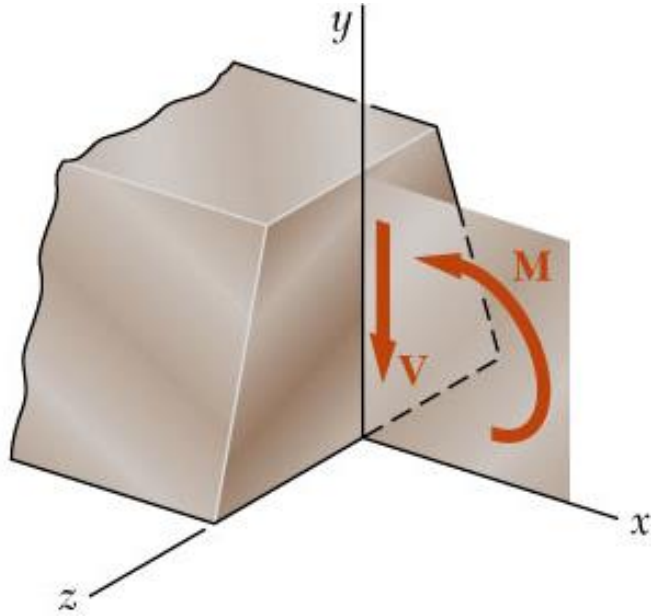


CISALHAMENTO TRANSVERSAL



$$\tau_h = V \cdot \frac{M S_z}{t \cdot I_z}$$

Flexão Simples



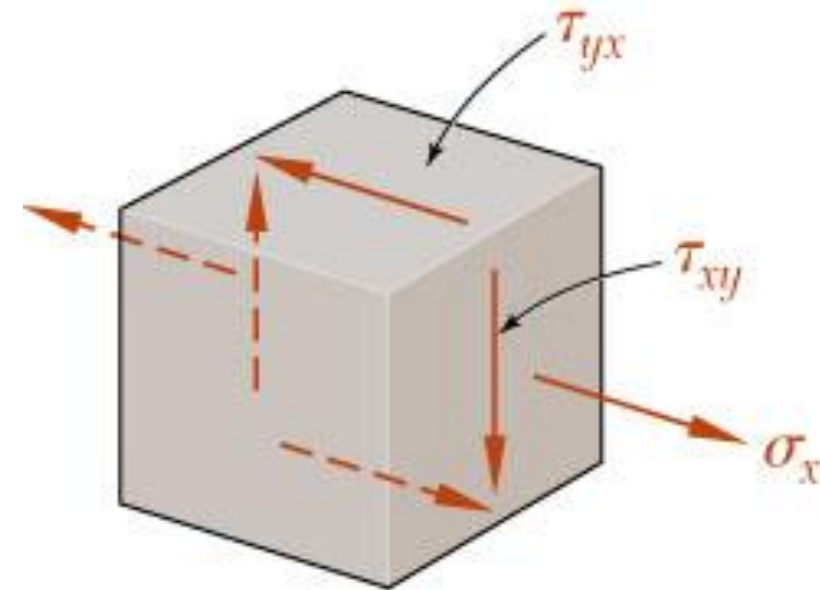
$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

Fórmula da flexão

Expressão de Zhuravskii [1]

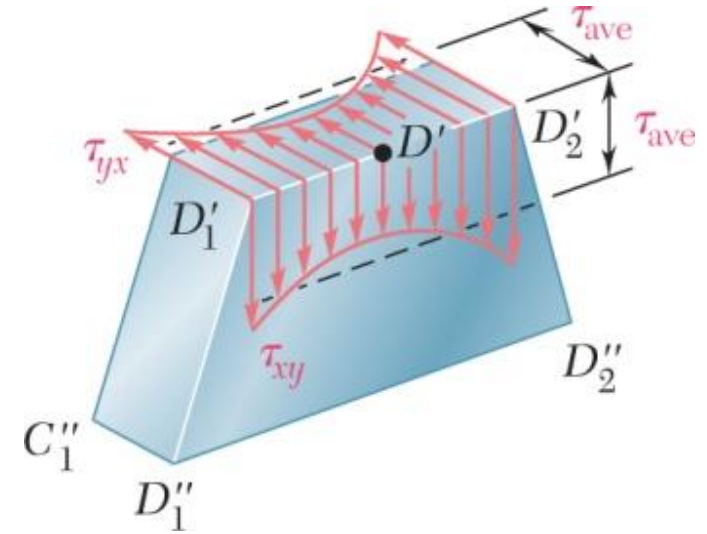
Fórmula do cisalhamento

$$\tau = V \cdot \frac{M S_z}{t \cdot I_z}$$



Validade do uso das tensões cisalhantes médias

$$\tau = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z}$$



$$b/h = 0,5 \rightarrow \frac{\tau_{real}^{m\acute{a}x}}{\tau_{m\acute{e}d}^{m\acute{a}x}} = 1,033 \quad (3,3\%)$$

$$b/h = 1,0 \rightarrow \frac{\tau_{real}^{m\acute{a}x}}{\tau_{m\acute{e}d}^{m\acute{a}x}} = 1,126 \quad (12,6\%)$$

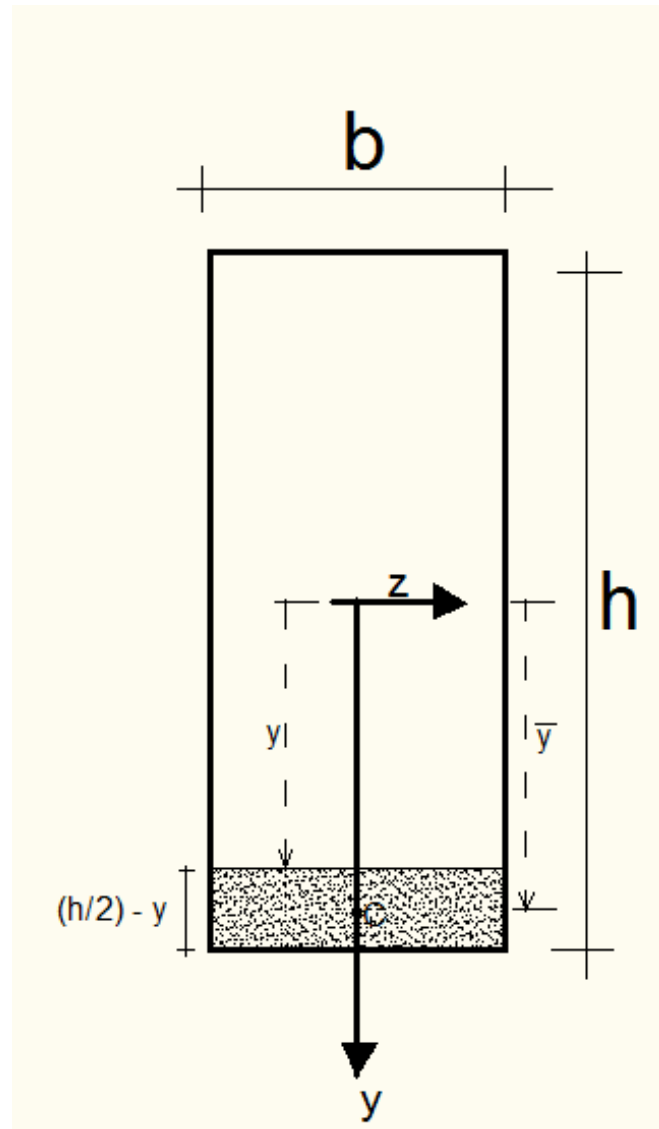
$$b/h = 2,0 \rightarrow \frac{\tau_{real}^{m\acute{a}x}}{\tau_{m\acute{e}d}^{m\acute{a}x}} = 1,396 \quad (39,6\%)$$

$$b/h = 4,0 \rightarrow \frac{\tau_{real}^{m\acute{a}x}}{\tau_{m\acute{e}d}^{m\acute{a}x}} = 1,988 \quad (98,8\%)$$

$$\tau_{D_1'} = \tau_{D_2'} = \tau_{D'} \quad \left(\frac{b}{h} < \frac{1}{4} \right)$$

Suficiente para seções finas

Distribuição de Tensões Cisalhantes em seções com trechos retangulares



$$\tau = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z}$$

$$M_{S_z} = \bar{y} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot b \right]$$

$$\bar{y} = y + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - y \right)$$

$$M_{S_z} = \frac{b}{2} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right]$$

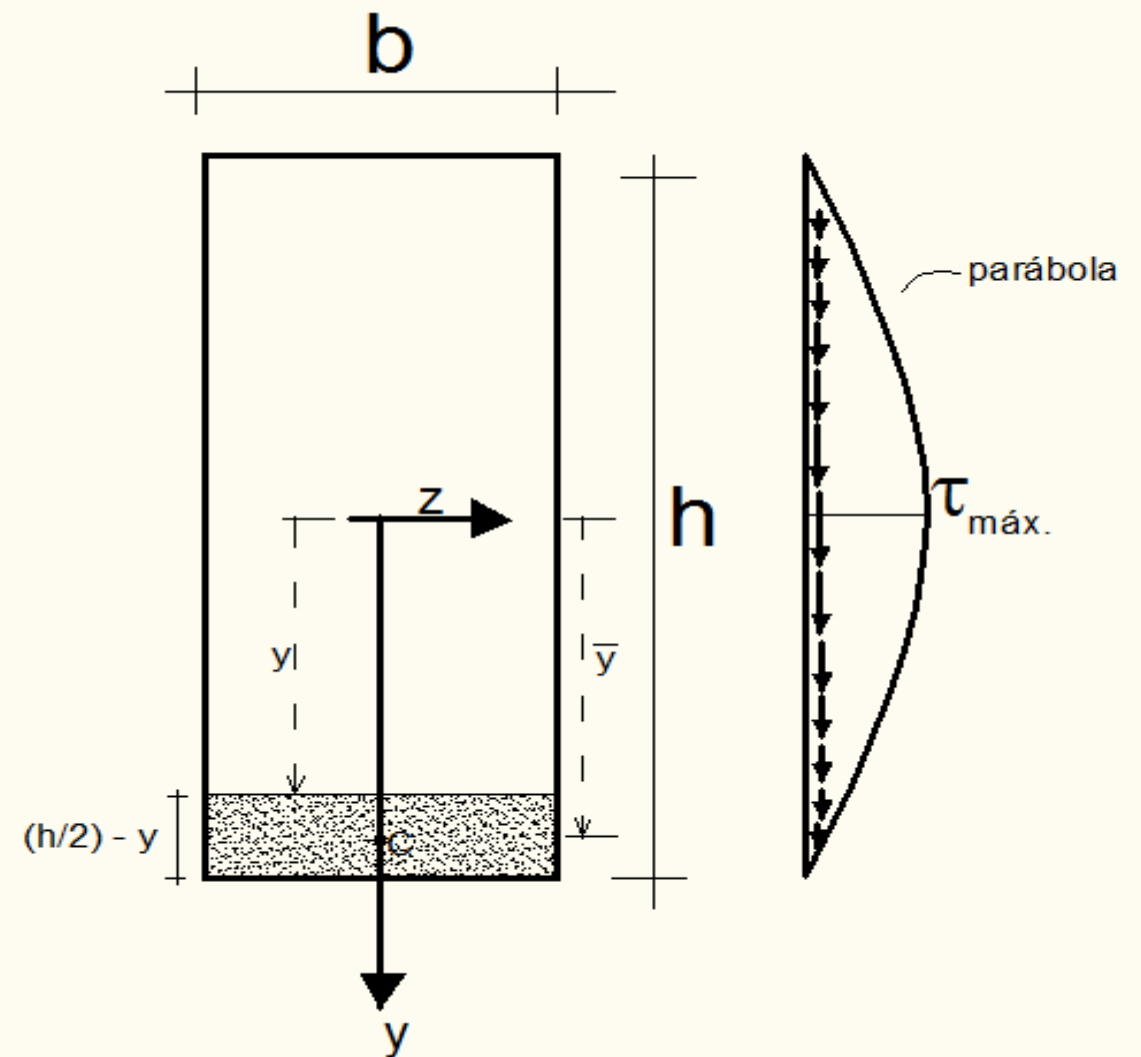
Distribuição de Tensões Cisalhantes em seções com trechos retangulares

$$\tau^c = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z} = \frac{V}{t \cdot b \cdot \frac{h^3}{12}} \cdot \frac{b}{2} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right]$$

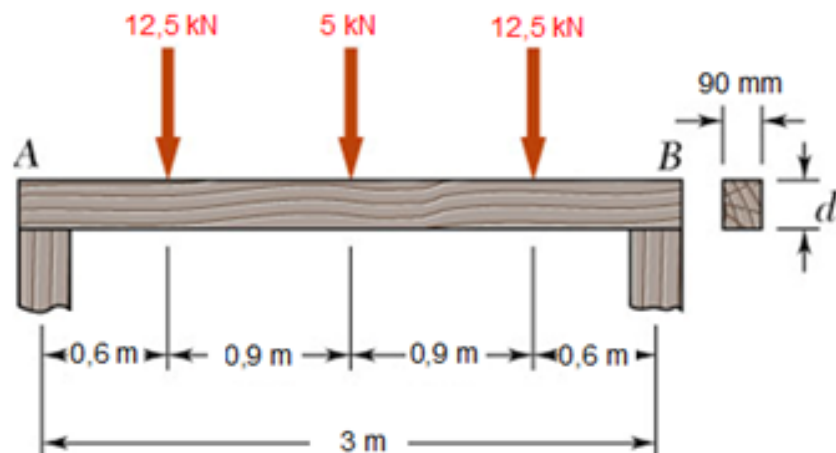
$$\tau(y) = \frac{3 \cdot V}{2 \cdot A} \cdot \left[1 - \left(\frac{2y}{h} \right)^2 \right]$$

$$\tau(y = 0) = \frac{3 \cdot V}{2 \cdot A} \quad (\text{máximo})$$

$$\tau(y = \pm h/2) = 0 \quad (\text{mínimo})$$



Problema Resolvido 13.2



Uma viga de madeira deve suportar três forças concentradas mostradas. Sabendo que para o tipo de madeira utilizada,

$$\sigma_{adm} = 12 \text{ MPa} \quad \tau_{adm} = 0,82 \text{ MPa}$$

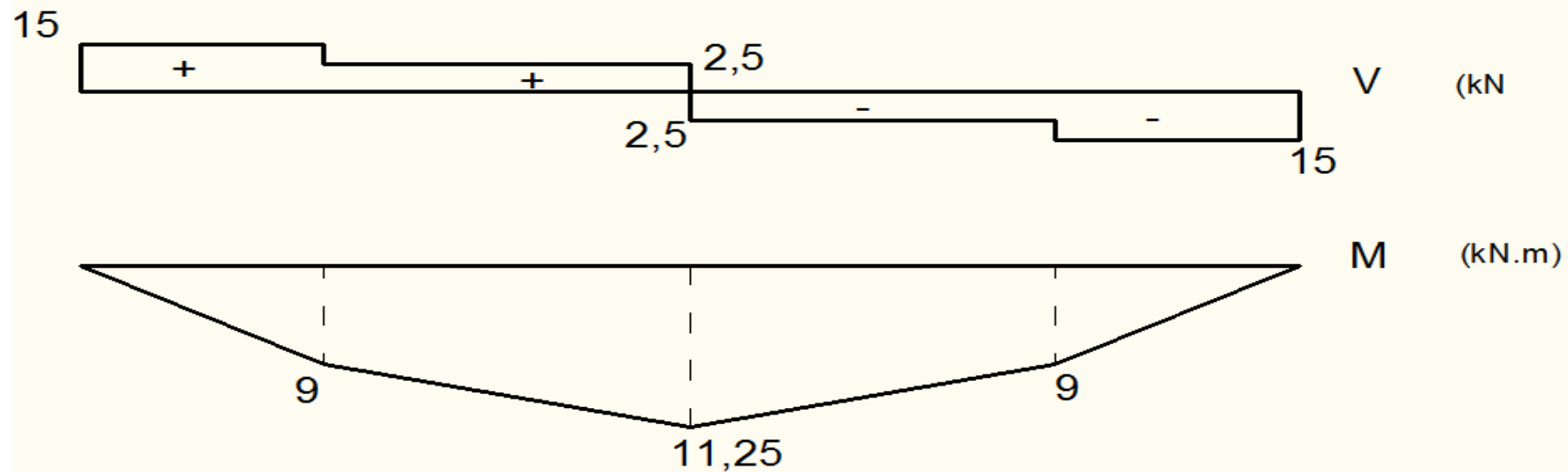
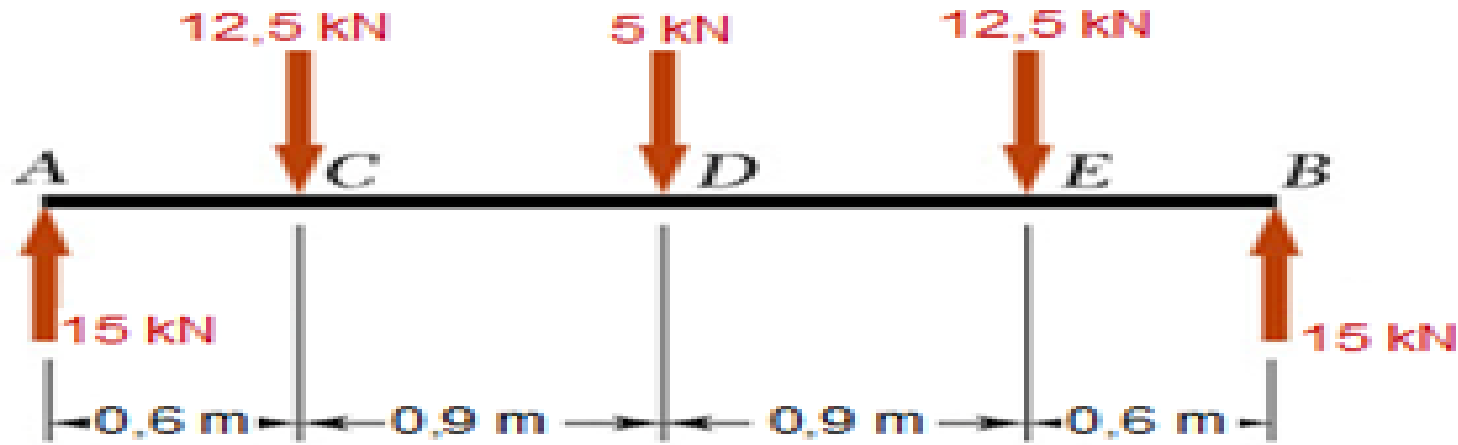
determinar a altura d mínima necessária para a viga.

SOLUÇÃO:

- Desenvolver diagramas de força cortante e momento fletor. Identificar os valores máximos.
- Determinar a altura da viga com base na tensão normal admissível.
- Determinar a altura da viga com base na tensão de cisalhamento admissível.
- Altura da viga exigida é igual à maior das duas alturas encontradas.

EXEMPLO 1

a) Calcular diagrama de esforço cortante e momento fletor



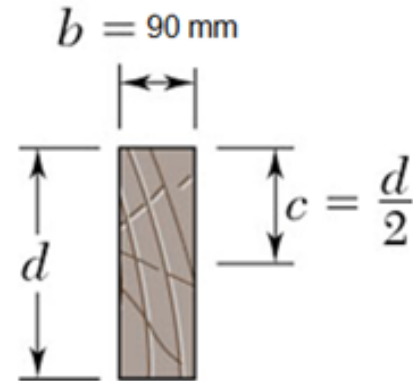
$$V_{\text{máx}} = 15 \text{ kN}$$

$$M_{\text{máx}} = 11,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

EXEMPLO 1

ESTÁTICA E MECÂNICA DOS MATERIAIS

Problema Resolvido 13.2



$$I = \frac{1}{12} b d^3$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{I}{c} = \frac{1}{6} b d^2 \\ &= \frac{1}{6} (0,090 \text{ m}) d^2 \\ &= (0,015) d^2 \end{aligned}$$

- Determinar a altura da viga com base na tensão normal admissível.

$$\sigma_{adm} = \frac{M_{\max}}{W}$$

$$12 \times 10^3 \text{ kPa} = \frac{11,25 \text{ kN} \cdot \text{m}}{(0,015) d^2}$$

$$d = 0,25 \text{ m}$$

- Determinar a altura da viga com base na tensão de cisalhamento admissível.

$$\tau_m = \frac{3}{2} \frac{V_{\max}}{A}$$

$$0,82 \times 10^3 \text{ kN/m}^2 = \frac{3}{2} \frac{15 \text{ kN}}{(0,090 \text{ m}) d}$$

$$d = 0,30 \text{ m}$$

- Altura da viga exigida é igual ao maior dos dois valores.

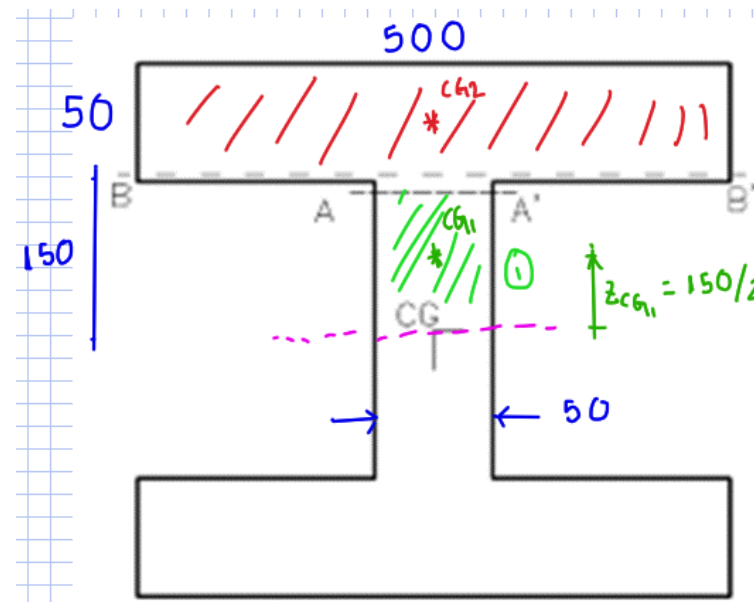
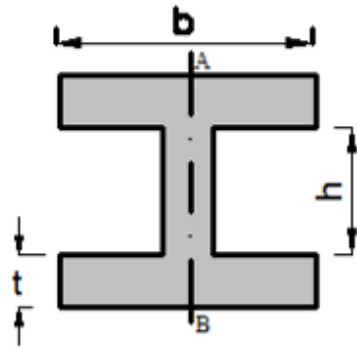
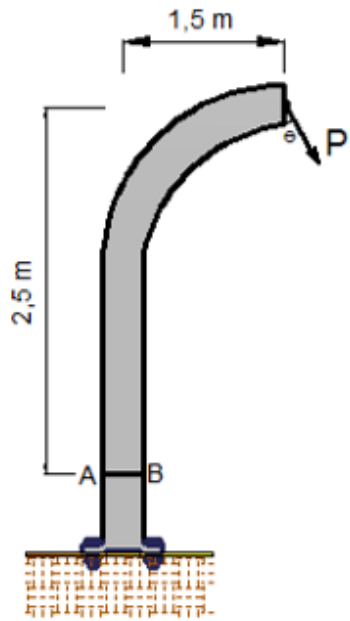
$$d = 300 \text{ mm}$$

$$\tau = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z}$$

b) Análise de tensões:

EXEMPLO 2

4.4.8) O poste da Figura 4.24 é engastado no solo e tem uma força concentrada devido ao peso dos cabos de energia elétrica de $P = 5 \text{ kN}$, de modo a estar atuando no seu plano médio, inclinado com a vertical em um ângulo de $\theta = 30^\circ$. A força P e as cotas das distâncias estão com referência ao centroide da ST. Adote, $b = 500 \text{ mm}$, $h = 300 \text{ mm}$, $t = 50 \text{ mm}$. Obtenha a distribuição da tensão cisalhante na ST de AB.



$$z_{CG2} = 150 + 50/2 = 175 \text{ mm}$$

$$M_{S_{CG}} = A_2 \cdot z_{CG2} + A_1 \cdot z_{CG1}$$

$$M_{S_{CG}} = 0,5 \cdot 0,05 \cdot 0,175 + 0,05 \cdot 0,15 \cdot 0,075 = 4,938 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

EXEMPLO 2

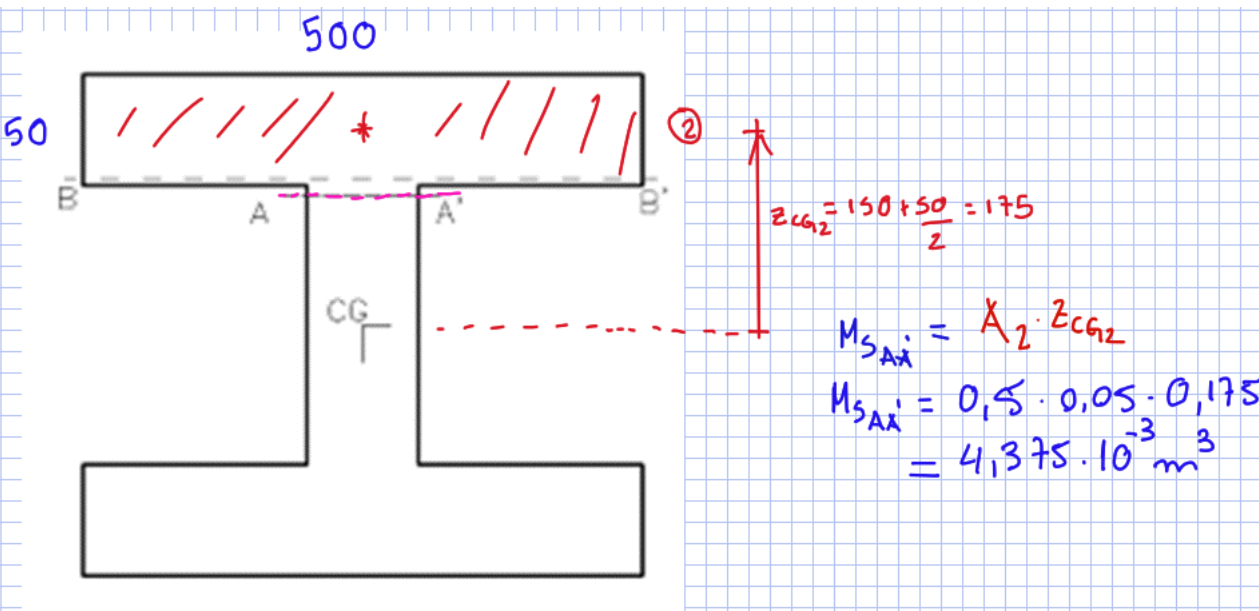
Fazendo a decomposição da força, na seção AB o cortante é dado por $V = 2,5$ kN.

$$\tau = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z}$$

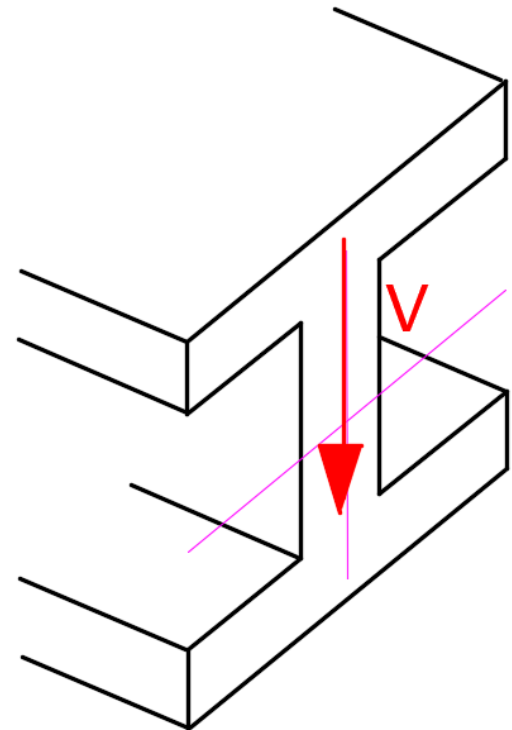
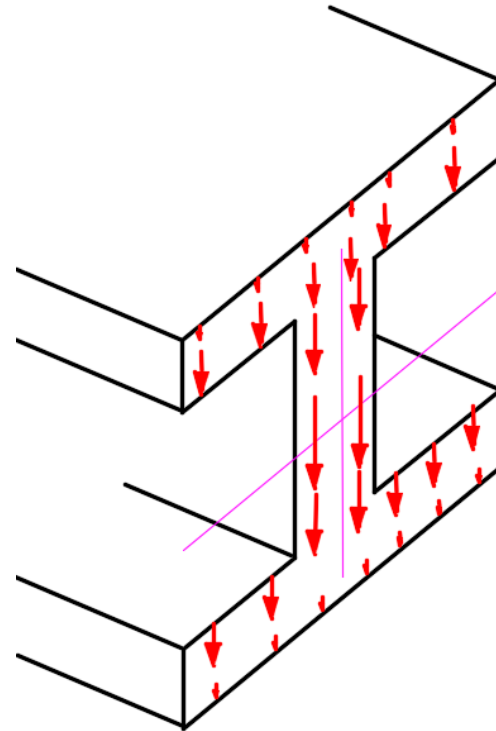
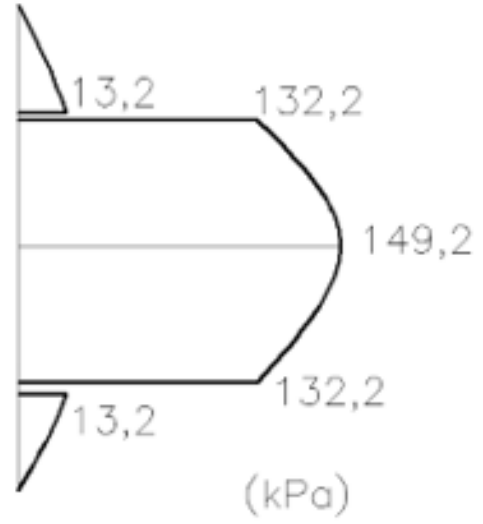
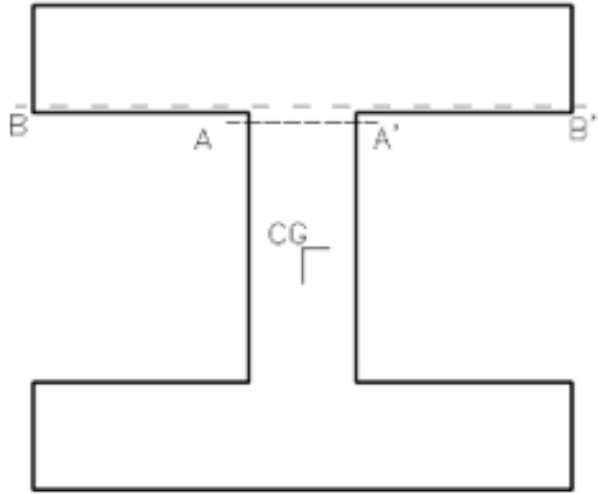
$$\tau_{CG} = \frac{V \cdot Q_{ZCG}}{t \cdot I_z} = \frac{2,5 \cdot 4,937 \cdot 10^{-8}}{0,05 \cdot 1,654 \cdot 10^{-8}} = 149,2 \text{ kPa};$$

$$\tau_{AA'} = \frac{2,5 \cdot 4,375 \cdot 10^{-8}}{0,05 \cdot 1,654 \cdot 10^{-8}} = 132,2 \text{ kPa}$$

$$\tau_{BB'} = \frac{2,5 \cdot 4,375 \cdot 10^{-8}}{0,5 \cdot 1,654 \cdot 10^{-8}} = 13,2 \text{ kPa}$$

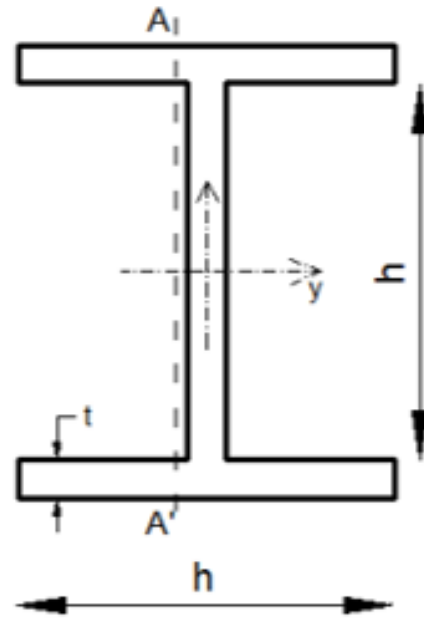
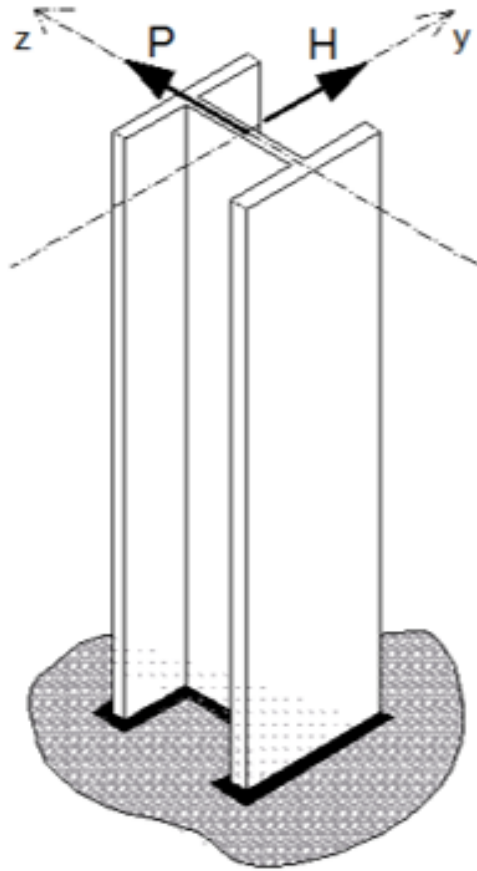


EXEMPLO 2

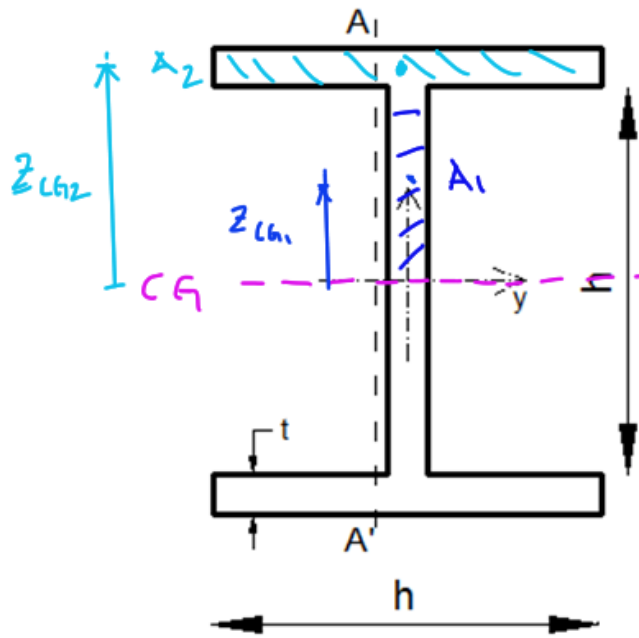


EXEMPLO 3

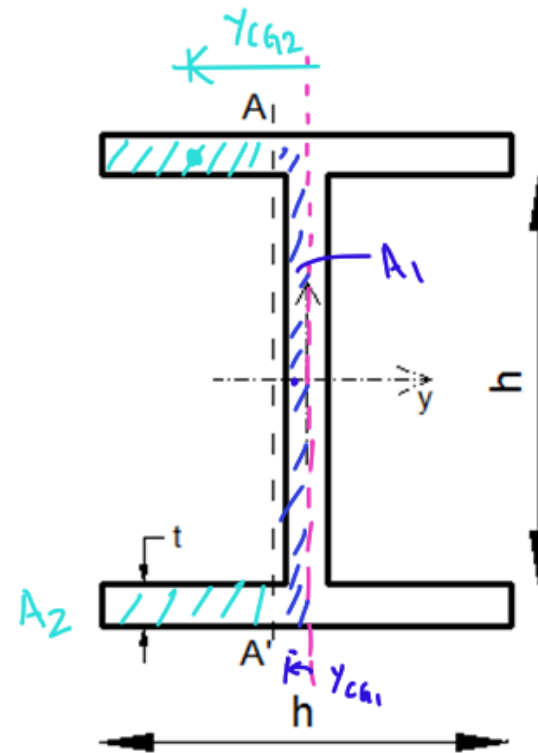
4.4.9) Para o pilar da Figura 4.25, sabe-se que as forças atuam paralelas aos eixos indicados e passam pelo centroide da seção. Sabendo que o material possui $\bar{\tau} = 10$ MPa, $h = 80$ mm e $t = 10$ mm, obtenha os máximos valores de P e H .



EXEMPLO 3



$$M_{SCGy} = A_1 \cdot z_{CG1} + A_2 \cdot z_{CG2}$$
$$M_{SCGy} = 414.000 \text{ mm}^3$$



$$M_{SCGz} = A_1 \cdot y_{CG1} + A_2 \cdot y_{CG2}$$
$$M_{SCGz} = 17.000 \text{ mm}^3$$

EXEMPLO 3

Os momentos de inércia em relação ao seu centroide são: $I_x = 8,6 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$, $I_y = 3,68 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$. Os momentos estáticos são: $Q_{ZCG} = 17 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$, $Q_{ZAA'} = 15,75 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ e $Q_{YCG} = 44 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$. A determinação da força admissível na direção y

$$\text{é dada por: } \tau_{YCG} = \frac{P \cdot Q_{YCG}}{t_y \cdot I_y} = \frac{P \cdot 44 \cdot 10^{-6}}{0,01 \cdot 3,68 \cdot 10^{-6}} \leq \bar{\tau} = 10 \cdot 10^3 \rightarrow P \leq 8,4 \text{ kN}$$

A determinação da força admissível na direção z é dada pela verificação no centroide e na

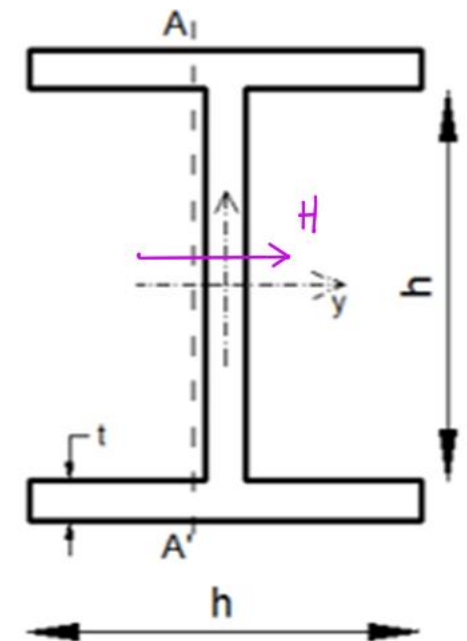
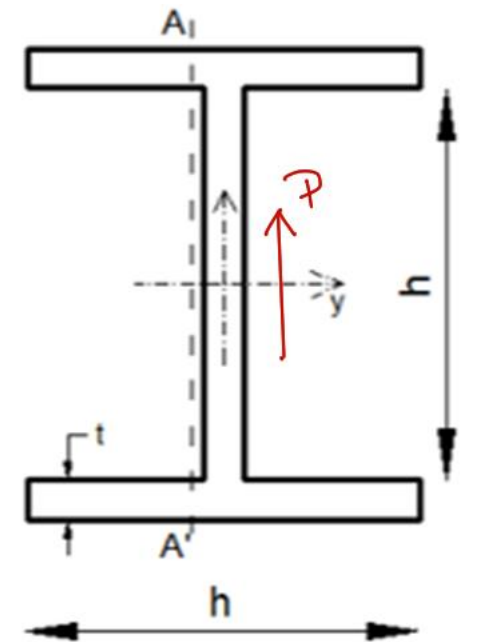
$$\text{seção AA': } \tau_{ZCG} = \frac{H \cdot Q_{ZCG}}{t_z \cdot I_z} = \frac{H \cdot 17 \cdot 10^{-6}}{0,1 \cdot 8,6 \cdot 10^{-7}} \leq \bar{\tau} = 10 \cdot 10^3$$

$$\rightarrow H \leq 50,6 \text{ kN}$$

$$\tau_{ZAA'} = \frac{H \cdot Q_{ZAA'}}{t_z \cdot I_z} = \frac{H \cdot 15,75 \cdot 10^{-6}}{0,02 \cdot 8,6 \cdot 10^{-7}} \leq \bar{\tau} = 10 \cdot 10^3 \rightarrow H \leq 10,9 \text{ kN}$$

$$\text{Portanto: } P_{\max} = 8,4 \text{ kN}$$

$$H_{\max} = 10,9 \text{ kN}$$



EXEMPLO 4

4.4.2) Para certa estrutura, sua seção transversal é a indicada na Figura 4.18. Sabendo que seu momento crítico é de $M_z = P$ e o cortante crítico é de $V_y = V = P$, unidades em kN e m. Determine o máximo valor de P de modo a atender as tensões admissíveis normal e cisalhante. Dados: $b_1 = 100 \text{ mm}$, $b_2 = 200 \text{ mm}$, $\sigma_{adm} = 300 \text{ MPa}$ e $\tau_{adm} = 5 \text{ MPa}$

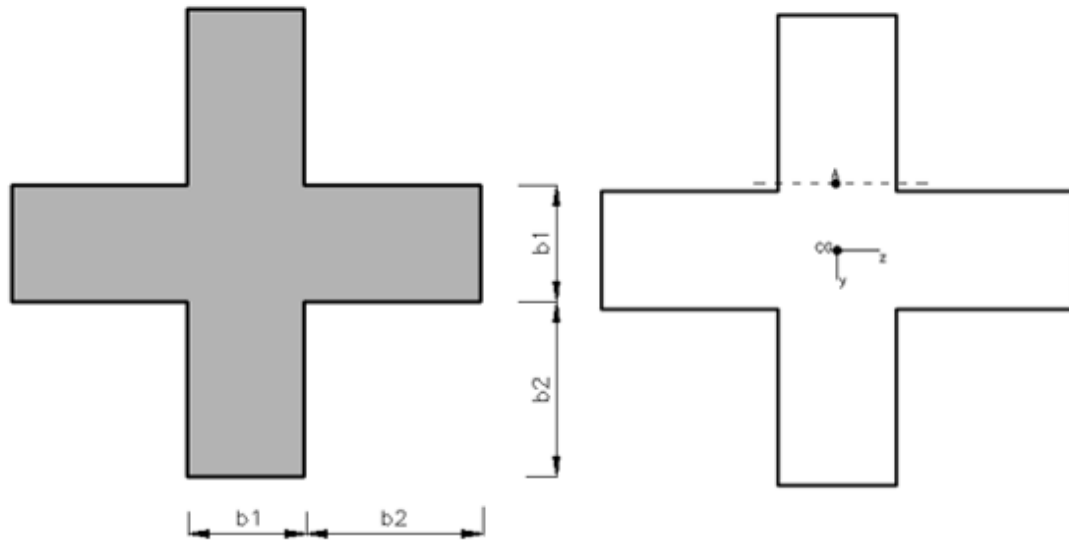


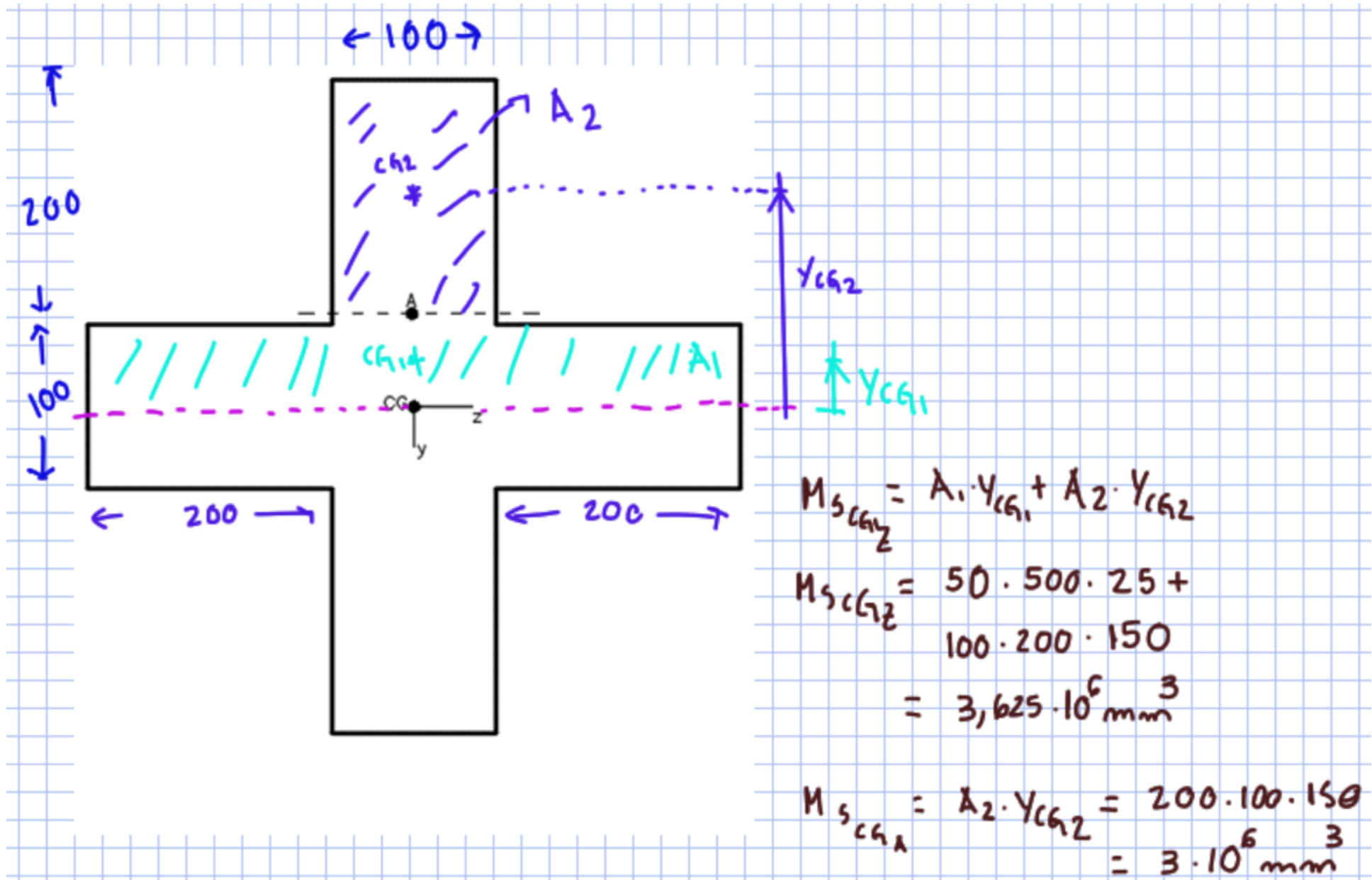
Figura 4.18 – a) Seção transversal do tipo cruciforme. b) Posição para cálculo da tensão cisalhante.

Resolução:

$$I_{ZCG} = 2 \cdot \left[\frac{100 \cdot 200^3}{12} + 150^2 \cdot 100 \cdot 200 \right] + \left[\frac{500 \cdot 100^3}{12} \right] = 1,075 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$Q_{ZA} = 150 \cdot 100 \cdot 200 = 3 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

EXEMPLO 4



EXEMPLO 4

$$\sigma_{inf} = \frac{M \cdot y_{\square}}{I_z} = \frac{M \cdot (0,25)}{1,075 \cdot 10^{-3}} \leq 300 \cdot 10^3 \rightarrow P \leq 1.290 \text{ kN}$$

Análise para flexão pura

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

$$\tau_{CG} = \frac{V \cdot Q_{zcg}}{t \cdot I_z} = \frac{P \cdot (3,625 \cdot 10^{-3})}{0,5 \cdot 1,075 \cdot 10^{-3}} \leq 5 \cdot 10^3 \rightarrow P \leq 741,4 \text{ kN}$$

$$\tau_A = \frac{V \cdot Q_{za}}{t \cdot I_z} = \frac{P \cdot (3 \cdot 10^{-3})}{0,1 \cdot 1,075 \cdot 10^{-3}} \leq 5 \cdot 10^3 \rightarrow P \leq 179,2 \text{ kN}$$

$$\therefore P_{max} = 179,2 \text{ kN}$$

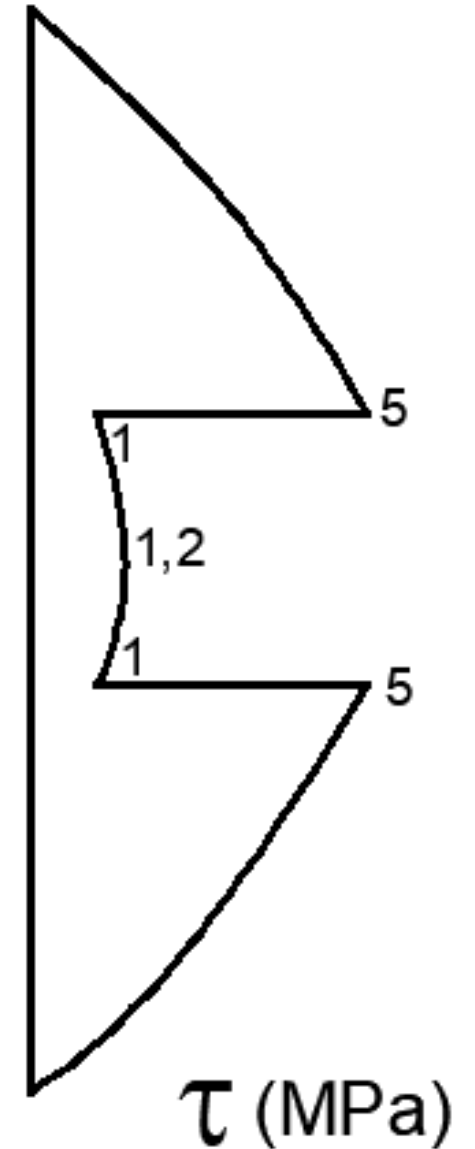
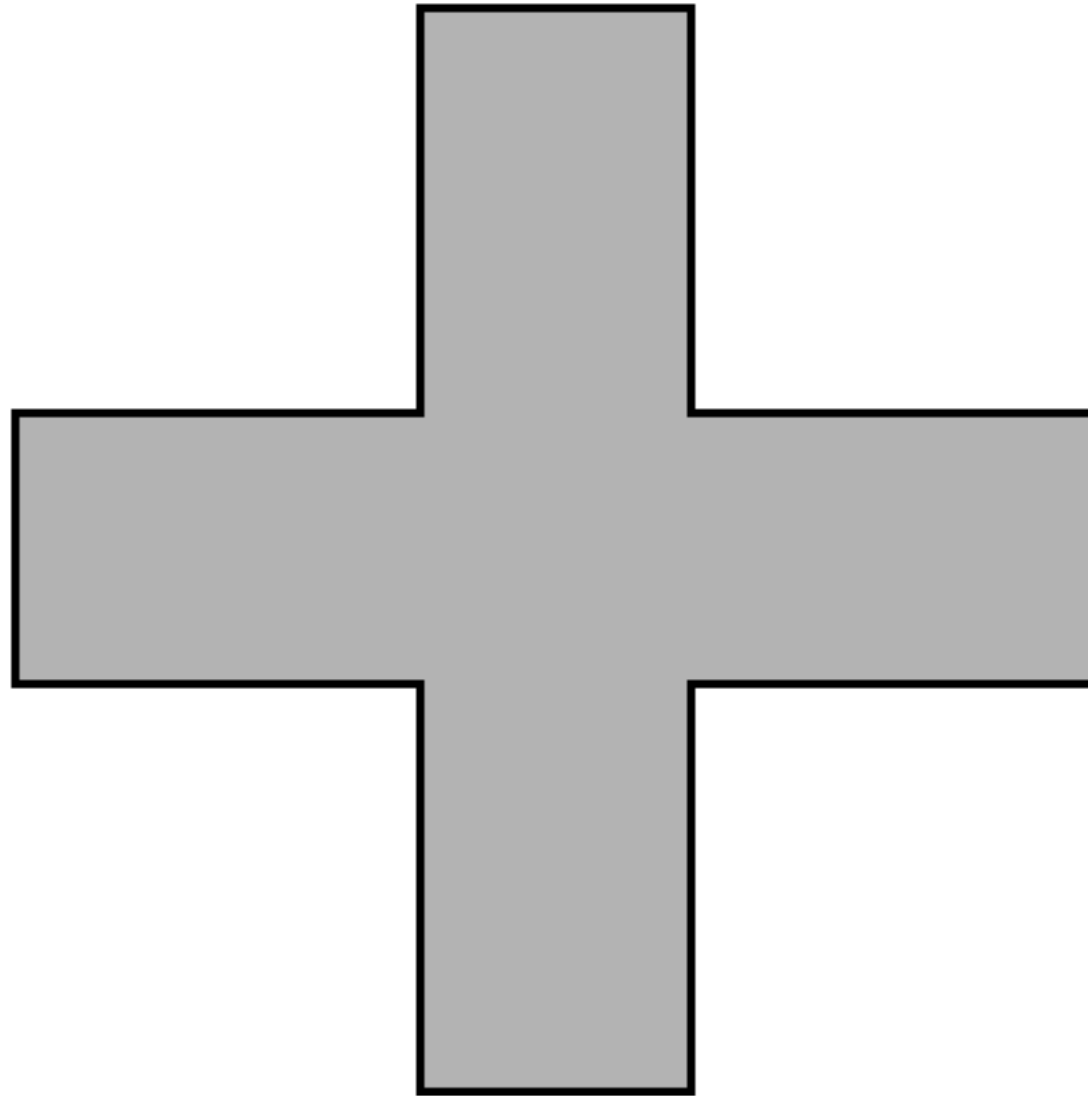
Análise para cisalhamento

$$\tau = V \cdot \frac{M_{S_z}}{t \cdot I_z}$$

$$P = 179 \text{ kN}$$

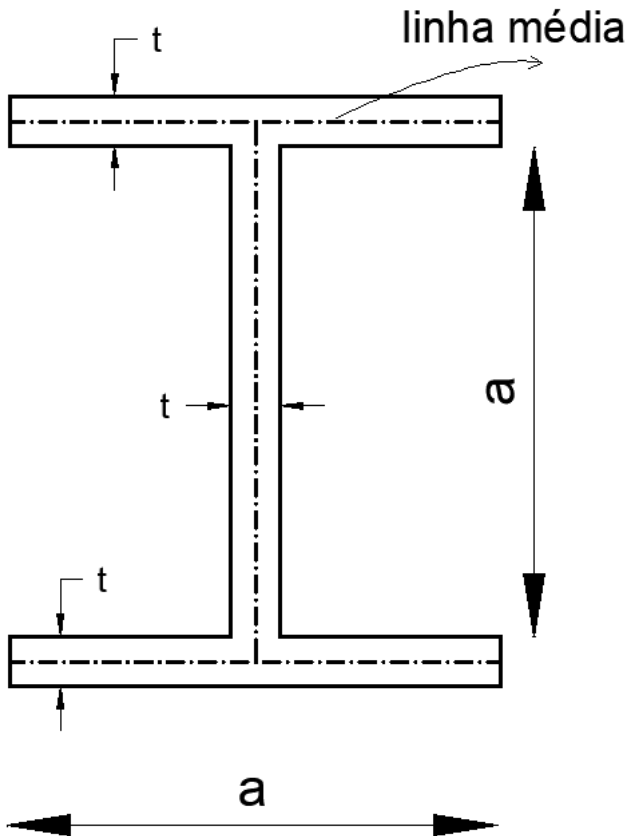
Distribuição de cisalhamento na seção

$$P = 179 \text{ kN}$$



Cisalhamento em Seções Delgadas - Paredes Finas

Uma seção é dita delgada (parede fina) quando a espessura dos diversos elementos é bem menor que as outras dimensões da seção transversal.



$$\frac{1}{20} \leq \frac{t}{a} \leq \frac{1}{10}$$

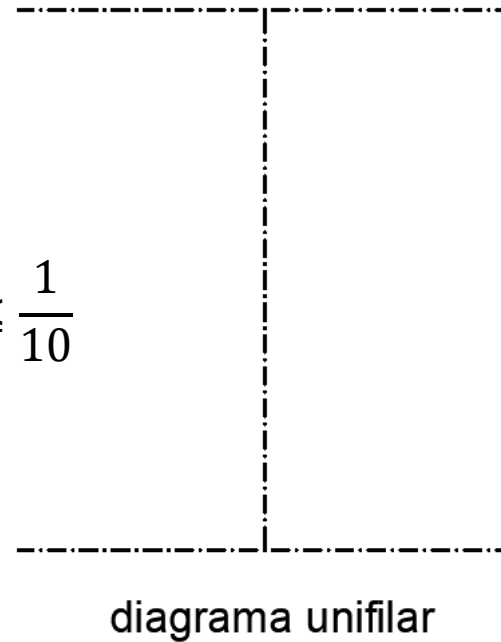


Fig. 6.28

4.2 CISALHAMENTO EM SEÇÕES COMPOSTAS DE PAREDES FINAS

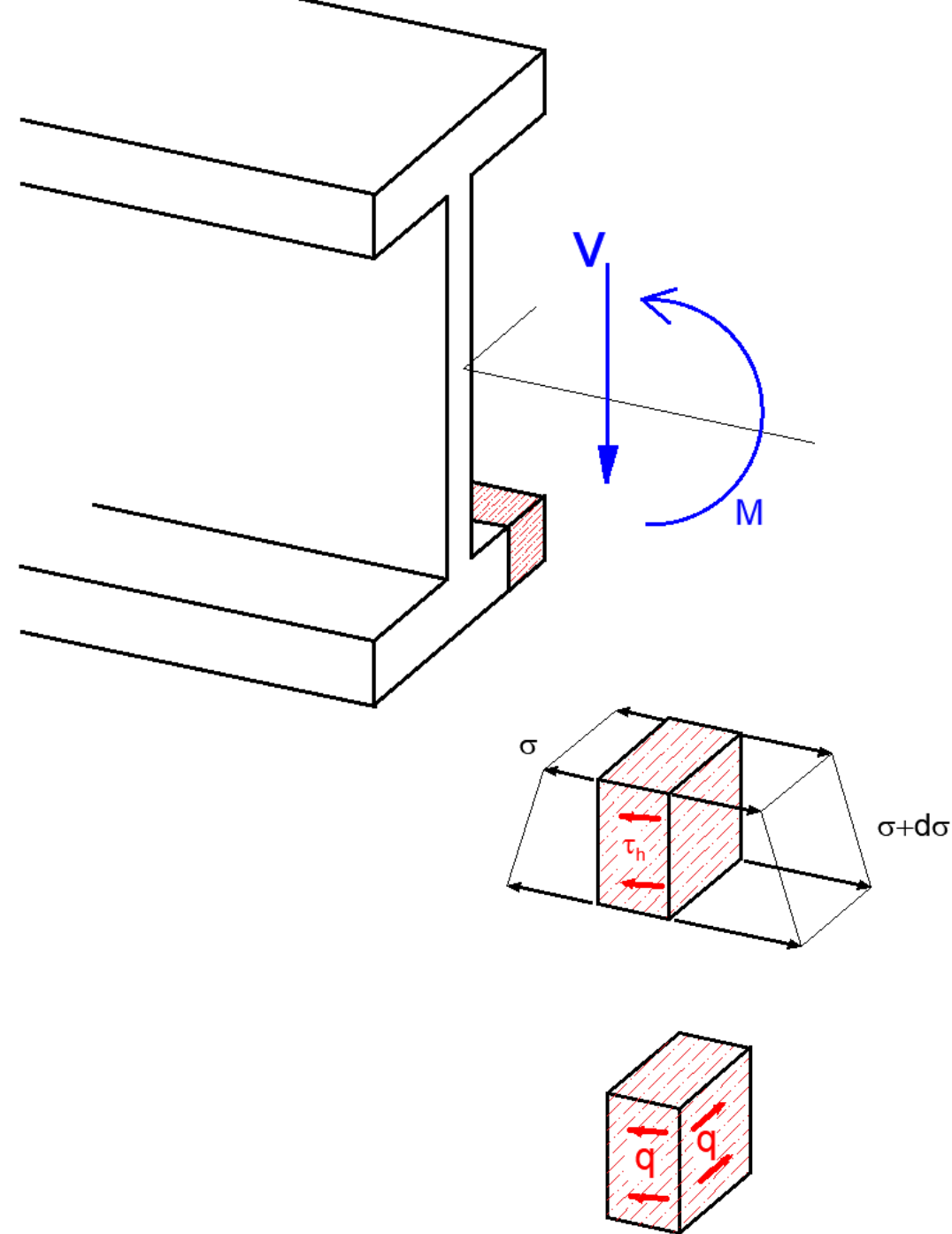
Para o estudo do cisalhamento em seções compostas de paredes finas é importante utilizar o conceito de fluxo de cisalhamento (q) que é definido como a força de cisalhamento por unidade de comprimento, atuante na seção transversal.

$$q = \frac{dF}{dx} = \tau \cdot t \quad (4.12)$$

O fluxo de cisalhamento também atua no comprimento longitudinal da peça, sendo importante para o dimensionamento das ligações entre os elementos constituintes da seção. Pode-se calcular o fluxo de cisalhamento para o caso do cisalhamento em vigas a partir da Fórmula do Cisalhamento.

$$q = \tau \cdot t = \frac{VQ_z}{tI_{z_0}} \cdot t$$
$$q = \frac{VQ_z}{I_{z_0}} \quad (4.13)$$

Pela Equação (4.13), observa-se que o fluxo de cisalhamento (q) atua na mesma direção da tensão de cisalhamento (τ) e que não depende da espessura da posição da seção (t). Ao contrário das aplicações da torção, no caso do cisalhamento associado à flexão o fluxo de cisalhamento varia nos elementos de paredes finas, pois depende do momento estático de área.



4.2.1 Exemplos de distribuição de fluxos de cisalhamento em seções de paredes finas

A Figura 4.9 apresenta exemplos de distribuição de fluxos de cisalhamento em seções de paredes finas compostas. Para os dois casos apresentados, a força cortante (V) atua na direção vertical, paralela às almas das seções. No caso (a), o fluxo de cisalhamento é nulo nos pontos da seção comuns ao eixo de aplicação da força cortante. Nas abas, a distribuição do fluxo é linear e parabólica nos elementos verticais da seção (devido à variação do momento estático em relação à LN). É importante observar que há conservação do fluxo de cisalhamento nos pontos de junção entre as abas e almas. Para ambos os casos, o fluxo de cisalhamento é máximo sobre a LN. No caso (b), os fluxos de cisalhamento são nulos nas extremidades da seção e se distribuem linearmente nas abas com valores diferentes (devido às dimensões diferentes das abas). É importante observar que o fluxo no topo da alma é igual à soma dos fluxos que convergem pelas abas ($q_{ALMA} = q_1 + q_2$). O fluxo de cisalhamento também se distribui parabolicamente na alma e é máximo sobre a LN.

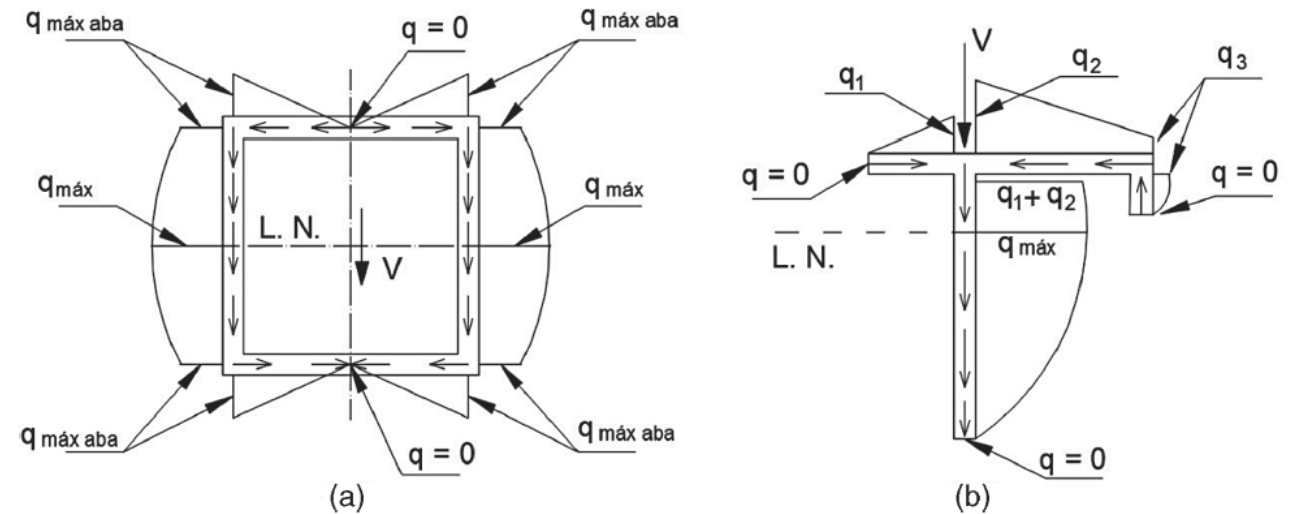


FIGURA 4.9 Exemplos de distribuição de fluxos de cisalhamento em seções de paredes finas: (a) seção caixão com dupla simetria; (b) seção "T" com abas assimétricas.

410 Tensões de cisalhamento em vigas e barras de paredes finas

6.7. Tensões de cisalhamento em barras de paredes finas

Vimos na seção anterior que a Equação (6.4) pode ser usada para determinar a força cortante longitudinal ΔH que atua nas paredes de um elemento de viga de forma arbitrária e a Equação (6.5) pode ser usada para determinar o fluxo de cisalhamento q correspondente. Essas equações serão usadas nesta seção para calcular o fluxo de cisalhamento e a tensão de cisalhamento média em barras de paredes finas como as mesas das vigas de mesas largas (Fig. 6.28) e as vigas caixão, ou tubos estruturais (Fig. 6.29).



Fig. 6.28



Fig. 6.29

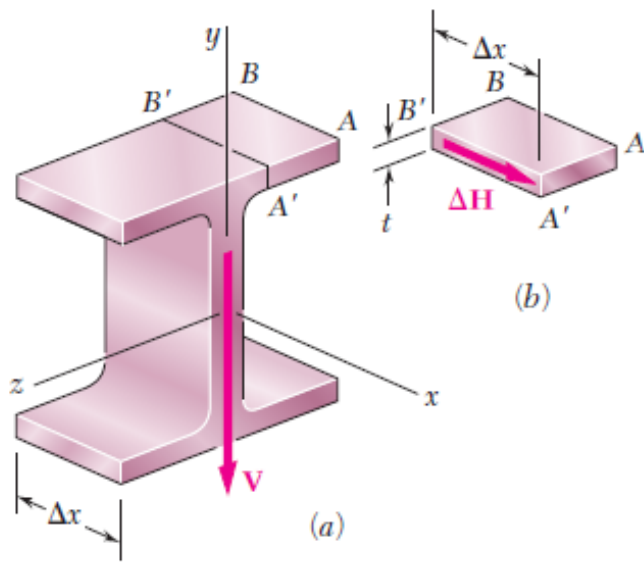


Fig. 6.30

Considere, por exemplo, um segmento de comprimento Δx de uma viga de mesas largas (Fig. 6.30a) e seja V a força cortante vertical na seção transversal mostrada. Vamos destacar um elemento $ABB'A'$ da mesa superior (Fig. 6.30b). A força cortante longitudinal ΔH que atua naquele elemento pode ser obtida da Equação (6.4):

$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \Delta x \quad (6.4)$$

Dividindo ΔH pela área $\Delta A = t \Delta x$ do corte, obtemos para a tensão de cisalhamento média que atua no elemento a mesma expressão que havíamos obtido na Seção 6.3, no caso de um corte horizontal:

$$\tau_{\text{méd}} = \frac{VQ}{It} \quad (6.6)$$

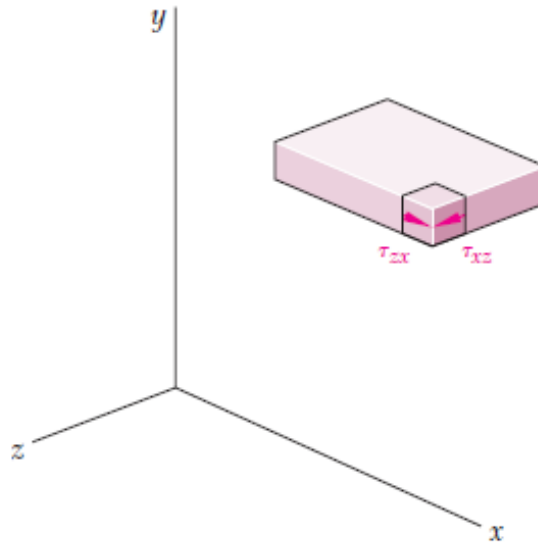


Fig. 6.31

Note que $\tau_{\text{méd}}$ agora representa o valor médio da tensão de cisalhamento τ_{zx} sobre um corte vertical, mas como a espessura t da mesa é pequena, há pouca variação de τ_{zx} no corte. Lembrando que $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ (Fig. 6.31), concluímos que a componente horizontal τ_{xz} da tensão de cisalhamento em qualquer ponto de uma seção transversal da mesa pode ser obtida da Equação (6.6), em que Q é o momento estático da área sombreada em relação à linha neutra (Fig. 6.32a). Lembramos que um resultado similar a esse foi obtido na Seção 6.4 para a componente vertical τ_{xy} da tensão de cisalhamento na alma (Fig. 6.32b). A Equação (6.6) pode ser usada para determinar tensões de cisalhamento em

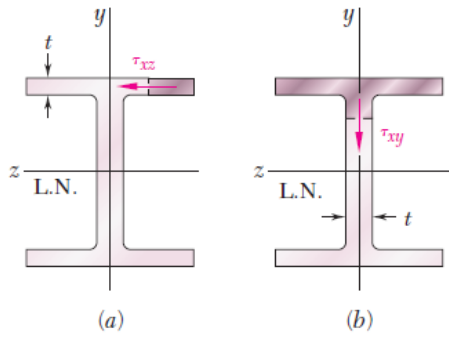


Fig. 6.32

vigas caixão (Fig. 6.33), meios tubos (Fig. 6.34) e outros componentes de paredes finas, desde que as forças sejam aplicadas em um plano de simetria do componente. Em cada caso, o corte deve ser perpendicular à superfície do componente, e a Equação (6.6) fornecerá a componente da tensão de cisalhamento na direção da tangente àquela superfície. (A outra componente pode ser considerada igual a zero, em vista da proximidade das duas superfícies livres.)

Comparando as Equações (6.5) e (6.6), notamos que o produto da tensão de cisalhamento τ em um determinado ponto da seção pela espessura t é igual a q . Como V e I são constantes em determinada seção, q depende somente do momento estático Q e, portanto, pode facilmente ser esboçado na seção. No caso de uma viga caixão, por exemplo (Fig. 6.35), notamos que q cresce continuamente desde zero em A até um valor máximo em C e C' na linha neutra, e depois decresce de volta a zero à medida que se atinge E . Notamos também que não há uma variação abrupta na intensidade de q quando passamos por um vértice em B, D, B' ou D' , e que o sentido de q nas partes horizontais da seção pode ser facilmente obtido pelo seu sentido nas partes verticais (que é o mesmo sentido da força cortante V). No caso de uma seção de mesas largas (Fig. 6.36), os valores de q nas partes AB e $A'B'$ da mesa superior são distribuídos simetricamente. Quando viramos em B em direção à alma, os valores de q correspondentes às duas metades da mesa devem ser combinados para obter o valor de q no topo da alma. Após atingir um valor máximo em C na linha

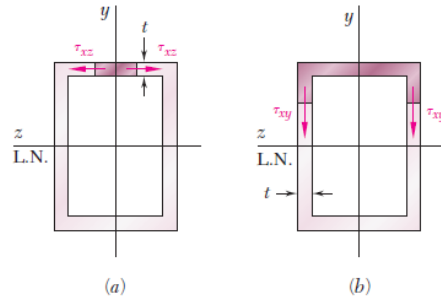


Fig. 6.33

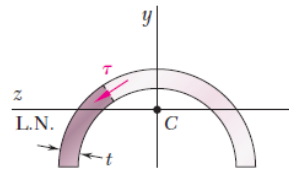


Fig. 6.34

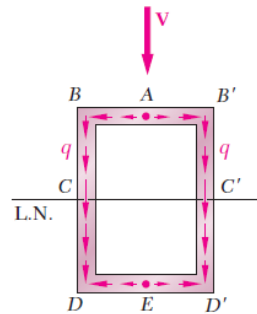


Fig. 6.35 Variação de q em uma seção de viga caixão.

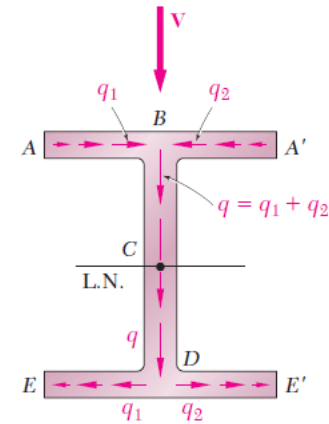


Fig. 6.36 Variação de q em uma seção de viga de mesas largas.

neutra, q diminui, e em D se divide em duas partes iguais correspondendo às duas metades da mesa inferior. O nome *fluxo de cisalhamento* comumente utilizado para nos referirmos à força cortante por unidade de comprimento, q , reflete as semelhanças entre as propriedades de q que acabamos de descrever e algumas das características de um fluxo de fluido por meio de um canal aberto ou um tubo.[†]

Até aqui temos considerado que todas as forças foram aplicadas em um plano de simetria do componente. No caso de componentes que possuem dois planos de simetria, como a viga de mesas largas da Fig. 6.32 ou a viga caixão

[†]Lembramos que o conceito de fluxo de cisalhamento foi utilizado para analisar a distribuição de tensões de cisalhamento em eixos vazados de paredes finas (Seção 3.13). No entanto, enquanto o fluxo de cisalhamento em um eixo vazado é constante, em uma componente sob carregamento transversal já não o é.

da Fig. 6.33, qualquer força aplicada pelo centroide de determinada seção transversal pode ser decomposta em componentes ao longo dos dois eixos de simetria da seção. Cada componente fará a barra flexionar em um plano de simetria, e as tensões de cisalhamento correspondentes podem ser obtidas da Equação (6.6). O princípio da superposição pode então ser utilizado para determinar as tensões resultantes.

No entanto, se a barra considerada não possui plano de simetria, ou se ela possui um único plano de simetria e está sujeita a uma força que não está contida naquele plano, observa-se que a barra sofre *flexão e torção* ao mesmo tempo, exceto quando a força é aplicada em um ponto específico, chamado de *centro de cisalhamento*. Note que o centro de cisalhamento geralmente *não* coincide com o centroide da seção transversal. A determinação do centro de cisalhamento de várias formas de paredes finas será discutida na Seção 6.9.

4.4.11. Calcule as tensões cisalhantes nos pontos A, B, C e D da ST indicada na Figura 4.27A. Esboce o diagrama de sua distribuição ao longo da ST, indicando seus valores extremos. Dados: $V = 350 \text{ kN}$, $I_{zcg} = 34.923 \text{ cm}^4$.

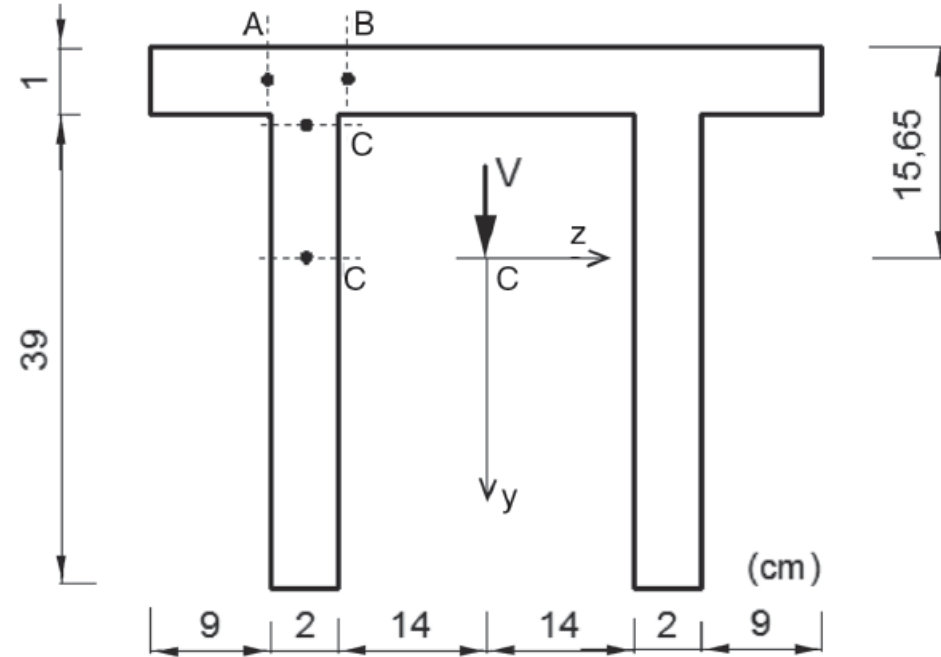


FIGURA 4.27A Seção transversal tipo “pi” sob força cortante V .

Resolução

De acordo com a Figura 4.27B as tensões nos pontos A, B, C e D são obtidos por:

$$\tau_i = \frac{V \cdot Q_{s1}}{t_i \cdot I_z}$$

Os momentos estáticos podem ser determinados para cada ponto, desde que se ter:

$$Q_{sA} = A_1 \cdot y_A = 1 \cdot 9 \cdot 15,15 = 136,35 \text{ cm}^3$$

$$Q_{sB} = A_2 \cdot y_A = 1 \cdot 14 \cdot 15,15 = 212,1 \text{ cm}^3$$

$$Q_{sC} = (A_1 + A_2 + A_3) \cdot y_A = 1 \cdot (9 + 2 + 14) \cdot 15,15 = 378,75 \text{ cm}^3$$

$$Q_{sD} = A_4 \cdot y_B = 2 \cdot (40 - 15,65)^2 / 2 = 592,92 \text{ cm}^3$$

$$\tau_i = \frac{350 \cdot Q_{s_i}}{t_i \cdot 34923} = \frac{Q_{s_i}}{99,78 \cdot t_i}$$

$$\tau_A = \frac{136,35}{99,78 \cdot 1} = 1,37 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_B = \frac{212,1}{99,78 \cdot 1} = 2,13 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_C = \frac{378,75}{99,78 \cdot 2} = 1,90 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_D = \frac{592,92}{99,78 \cdot 2} = 2,97 \text{ kN/cm}^2$$

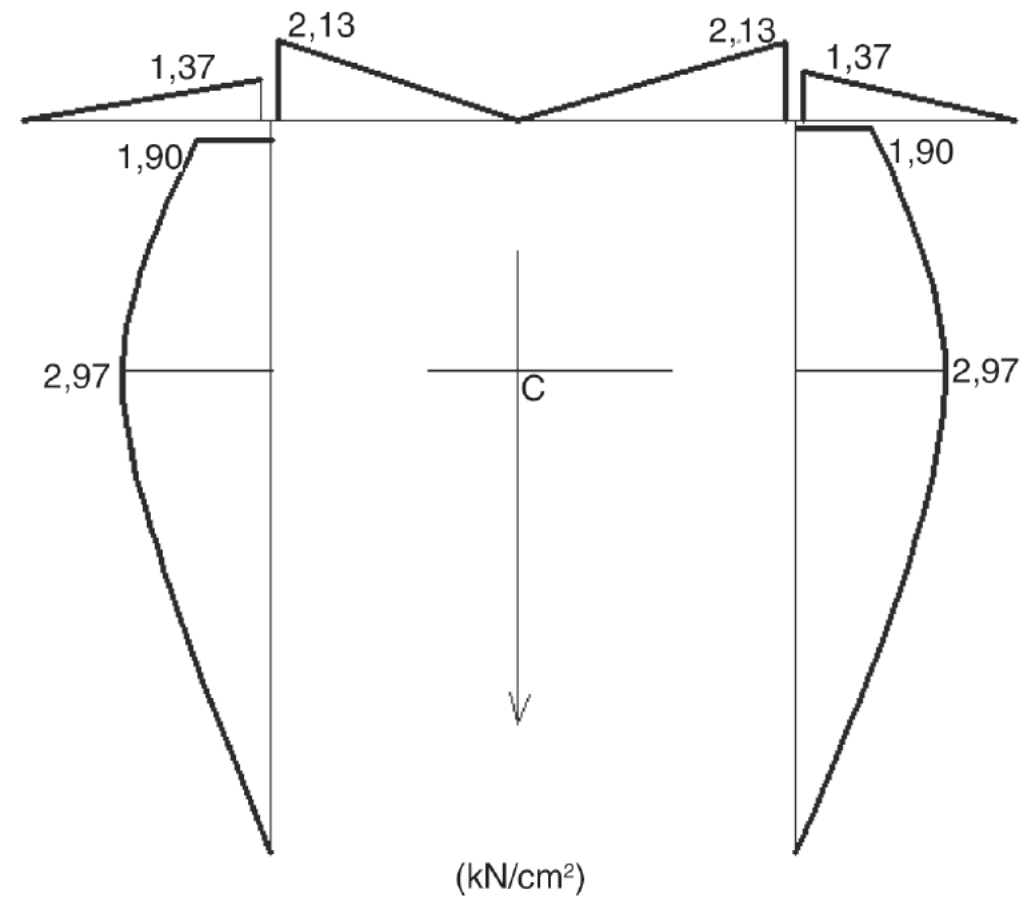
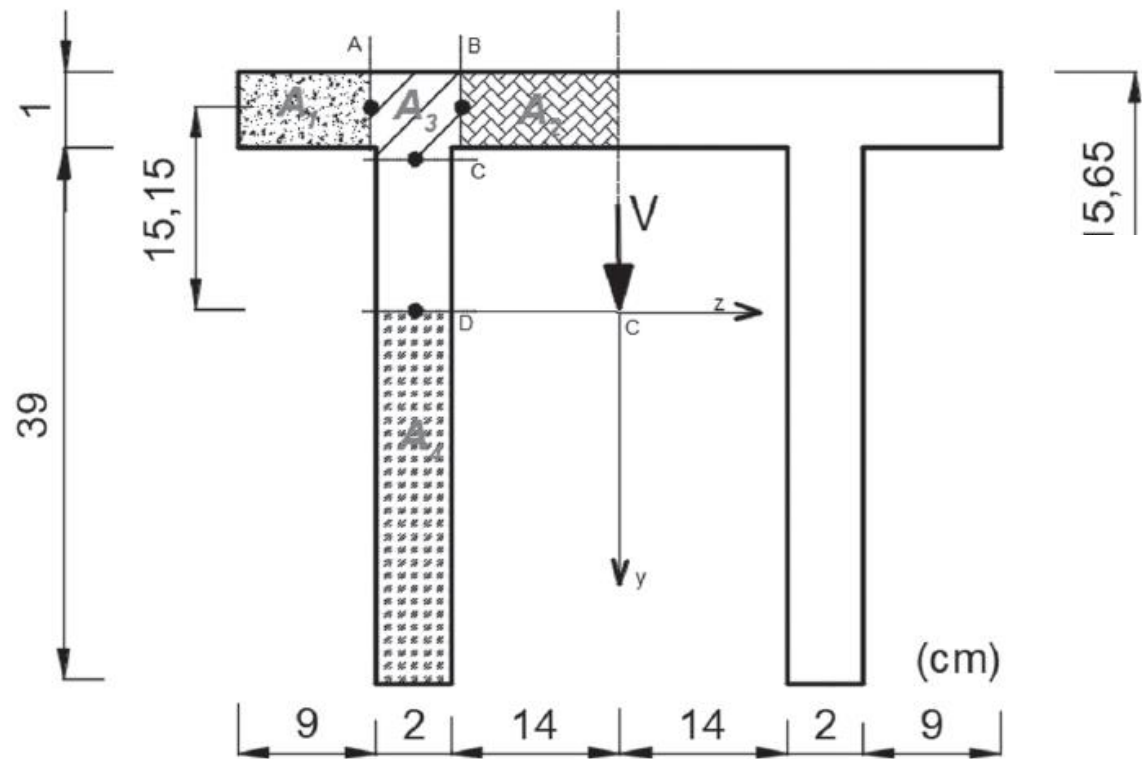


FIGURA 4.27B e C (b) Seção transversal com esforço cortante V ; (c) distribuição final das tensões cisalhantes.

4.4.12. Para a ST da Figura 4.28A, sabendo-se que $V = 112 \text{ kN}$, apresente as distribuições de tensões cisalhantes ao longo da ST, indicando seus valores extremos.

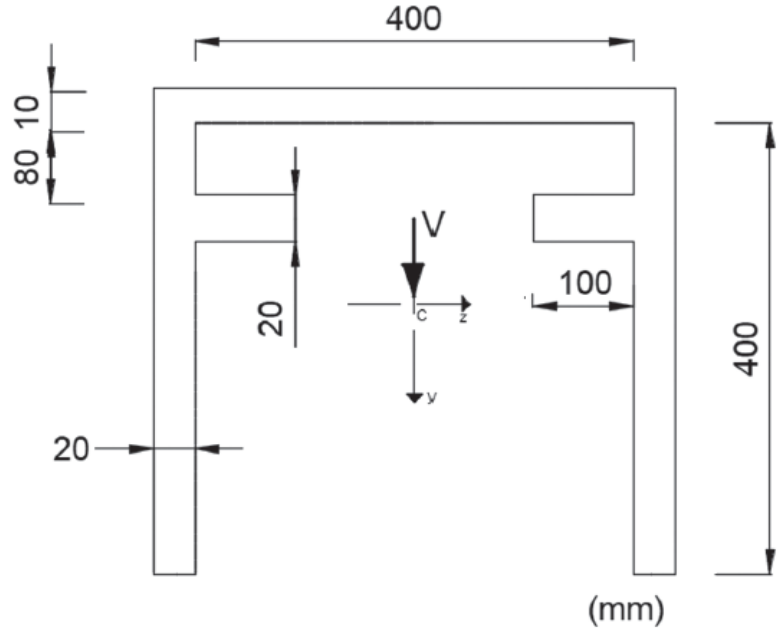


FIGURA 4.28A Seção transversal sob força cortante V .

O centroide e o seu momento de inércia (I_z), vide Figura 4.28B, são dados por: $y_{cg} = 255 \text{ mm}$, $I_z = 37.300 \times 10^4 \text{ mm}^4$. De acordo com a Figura 4.28B, as tensões nos pontos A, B, C e D são obtidos por:

$$\tau_i = \frac{V \cdot Q_{s1}}{t_i \cdot I_z}$$

Os momentos estáticos podem ser determinados para cada ponto, de modo a se ter:

*Resistência do Materiais: Um guia prático. Valerio Almeida; Marcelo Greco, Daniel Maciel. Elsevier, 2018

$$Q_{sA} = 0$$

$$Q_{sB} = 10 \cdot 200 \cdot 150 = 300.000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{sC} = 220 \cdot 10 \cdot 150 = 330.000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{sD} = 100 \cdot 20 \cdot 55 = 110.000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{sE} = Q_{sC} + Q_{sD} + 100 \cdot 20 \cdot 95 = 630.000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{sF} = 255 \cdot 127,5 \cdot 20 = 650.250 \text{ mm}^3$$

$$\tau_i = \frac{112 \cdot 10^3 \cdot Q_{s_i}}{t_i \cdot 37300 \cdot 10^4} = \frac{Q_{s_i}}{3.330,36 \cdot t_i} \quad \tau_A = 0$$

$$\tau_B = \frac{300.000}{3.330,36 \cdot 10} = 9,0 \text{ N/mm}^2$$

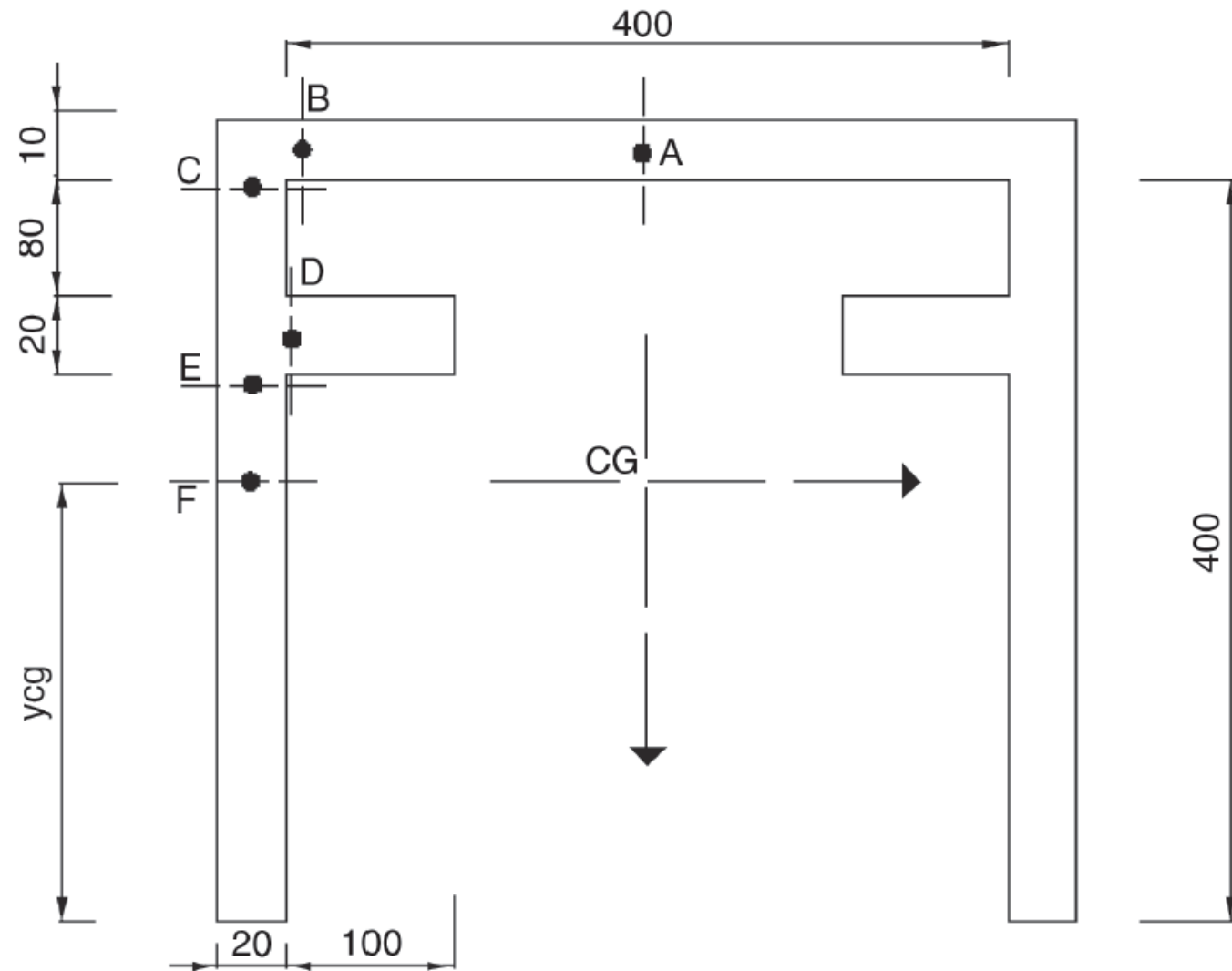
$$\tau_C = \frac{330.000}{3.330,36 \cdot 20} = 5,0 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_D = \frac{110.000}{3.330,36 \cdot 20} = 1,6 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_E = \frac{630.000}{3.330,36 \cdot 20} = 9,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_F = \frac{650.250}{3.330,36 \cdot 20} = 9,8 \text{ N/mm}^2$$

b)



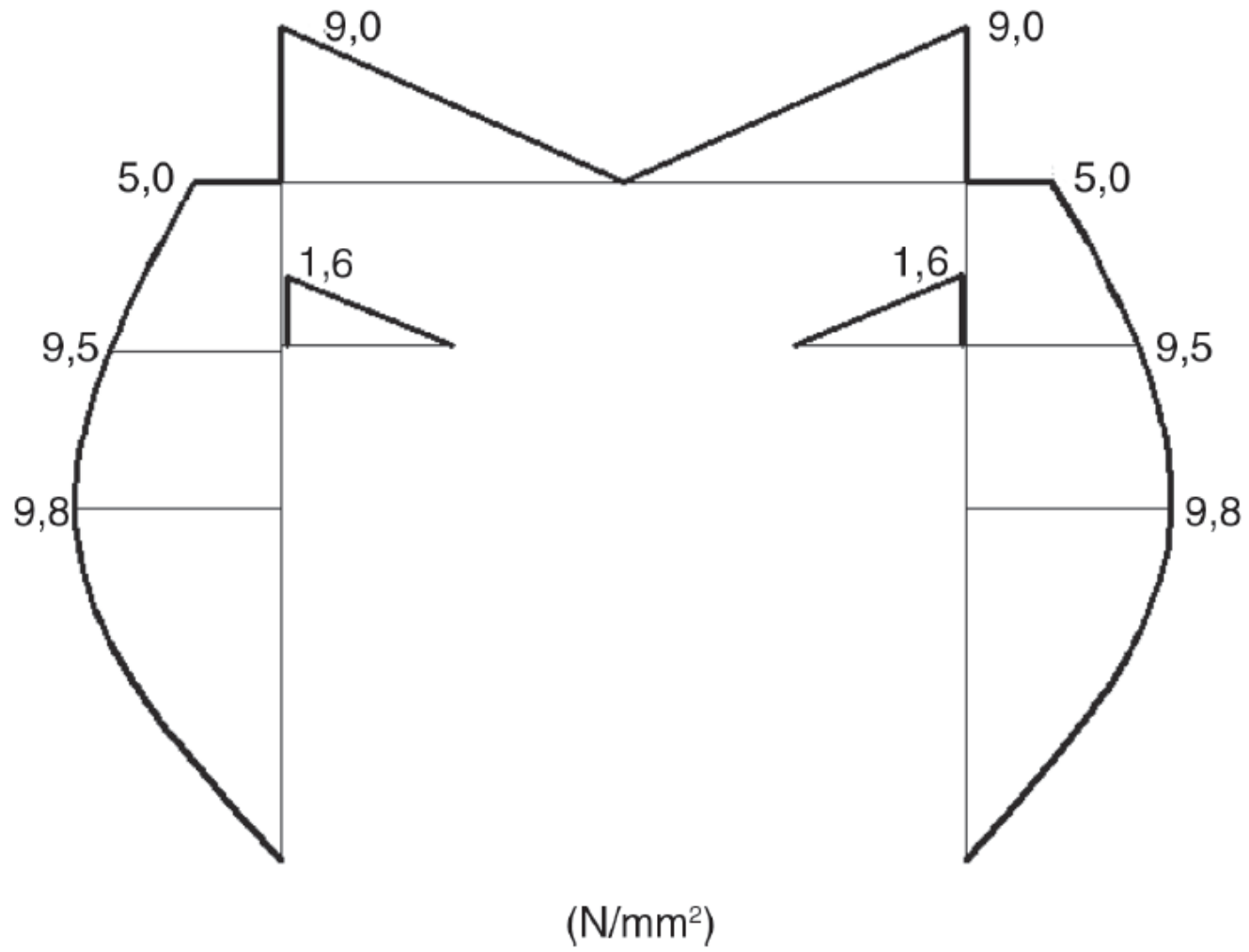


FIGURA 4.28B e C (b) Seção transversal com centroide e pontos para cálculo de tensões V ;
(c) distribuição final das tensões cisalhantes no perfil.

4.4.13. Considere a ST da Figura 4.29A, com $h = 20$ mm, $b_1 = b_2 = 80$ mm, $H = 120$ mm e $V = 100$ kN. Apresente as distribuições de tensões cisalhantes ao longo de cada ST, indicando seus valores extremos.

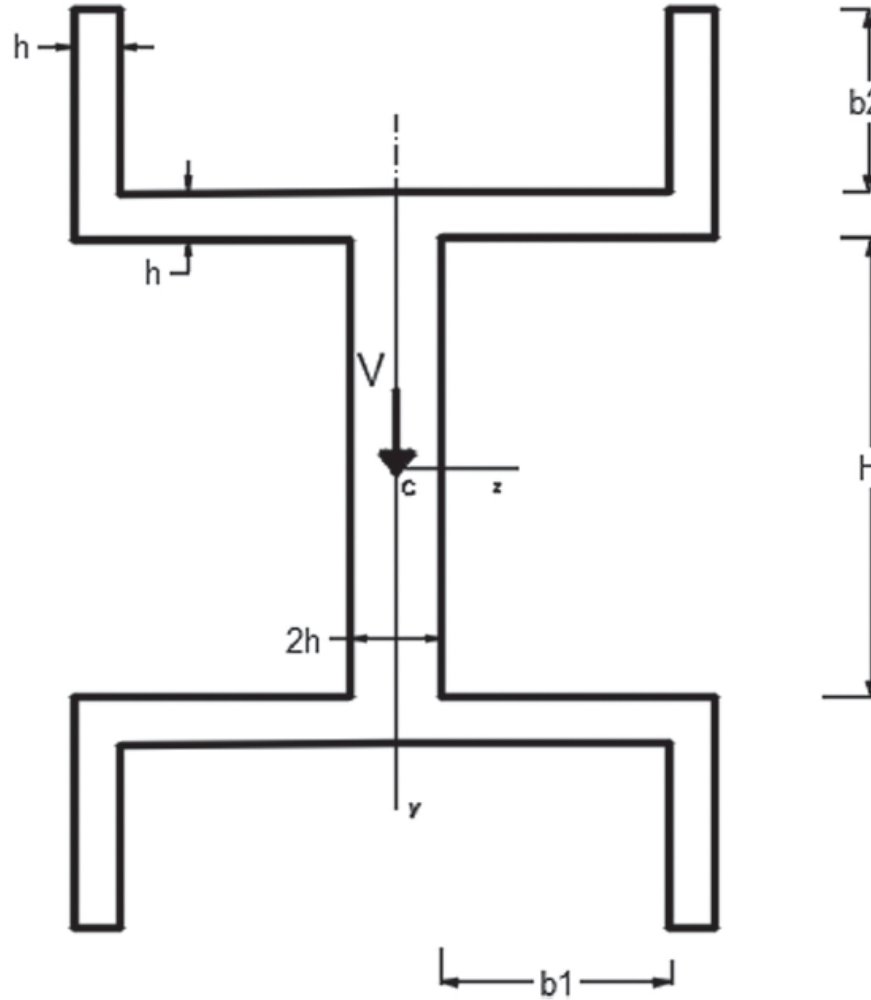


FIGURA 4.29A Seção transversal sob força cortante V .

Resolução

O centroide e o seu momento de inércia (I_z) — Figura 4.29A —, são dados por: $y_{CG} = 160 \text{ mm}$, $I_z = 148.693.333,33 \text{ mm}^4$. De acordo com a Figura 4.29B, as tensões nos pontos A, B, C e D são obtidos por: $\tau_i = \frac{V \cdot Q_{s1}}{t_i \cdot I_z}$

Os momentos estáticos podem ser determinados para cada ponto, de modo a se ter:

$$Q_{sA} = 100 \cdot 20 \cdot 110 = 220.000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{sB} = Q_{sA} + 80 \cdot 20 \cdot 70 = 332.000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{sC} = 2 \cdot (80 \cdot 20 \cdot 120 + 120 \cdot 20 \cdot 70) = 720.000 \text{ mm}^3$$

$$Q_{sCG} = Q_{sC} + 60 \cdot 40 \cdot 30 = 792.000 \text{ mm}^3$$

$$\tau_i = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot Q_{s1}}{t_i \cdot 148 \cdot 693 \cdot 333,33} = \frac{Q_{s1}}{1.486,93 \cdot t_i}$$

$$\tau_A = \frac{220.000}{1.486,93 \cdot 20} = 7,4 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_B = \frac{332.000}{1.486,93 \cdot 20} = 11,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_C = \frac{720.000}{1.486,93 \cdot 40} = 12,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{CG} = \frac{792.000}{1.486,93 \cdot 40} = 13,3 \text{ N/mm}^2$$

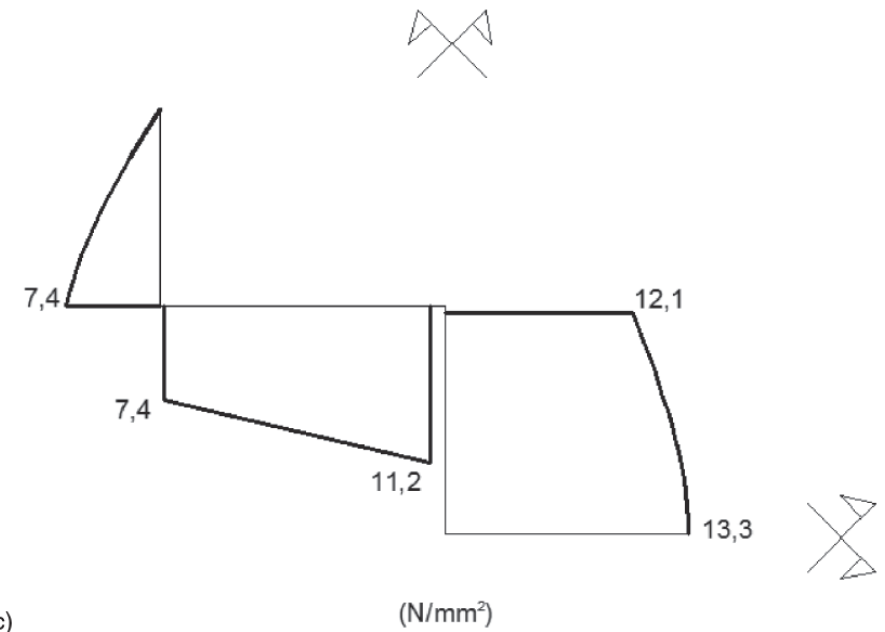
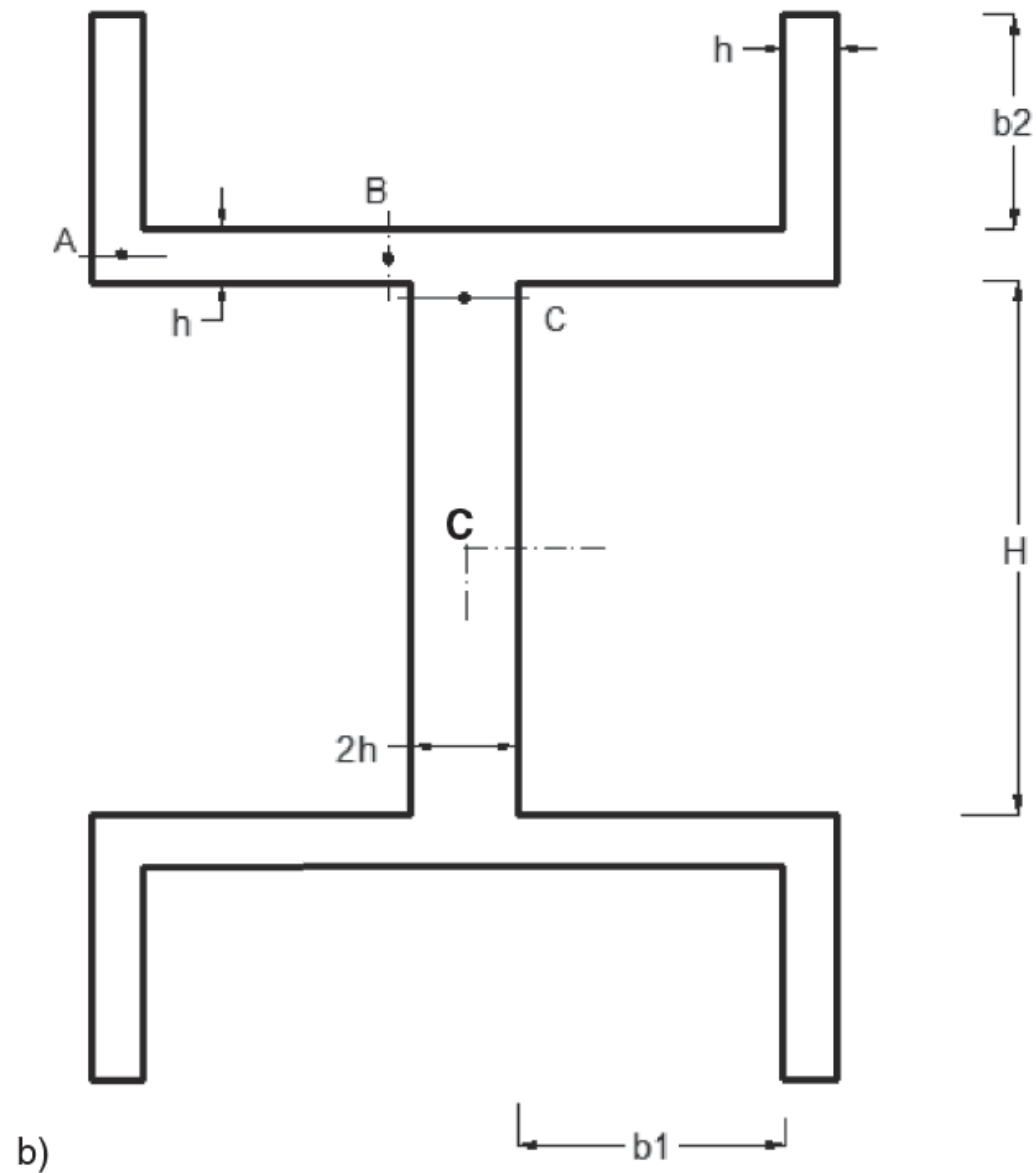


FIGURA 4.29B e C (b) Seção transversal com centroide e pontos para cálculo de tensões cisalhantes; (c) distribuição final das tensões cisalhantes no perfil, usando a bissimetria da seção.

6.35 Sabendo que determinada força cortante vertical V provoca uma tensão de cisalhamento máxima de 69 MPa na viga extrudada como mostra a figura, determine a tensão de cisalhamento correspondente no (a) ponto a e (b) ponto b .

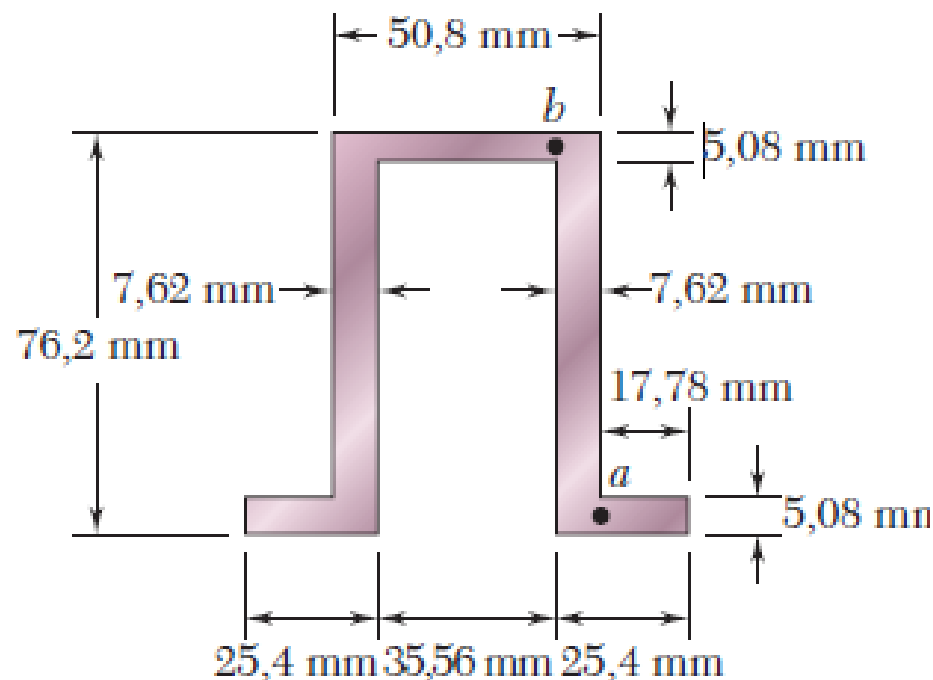


Fig. P6.35

Resposta: 6.35 (a) 38,0 MPa. (b) 38,0 MPa.

6.36 Uma viga de alumínio extrudada tem a seção transversal mostrada na figura. Sabendo que a força cortante vertical na viga é 44,5 kN, determine a tensão de cisalhamento no (a) ponto *a* e (b) ponto *b*.

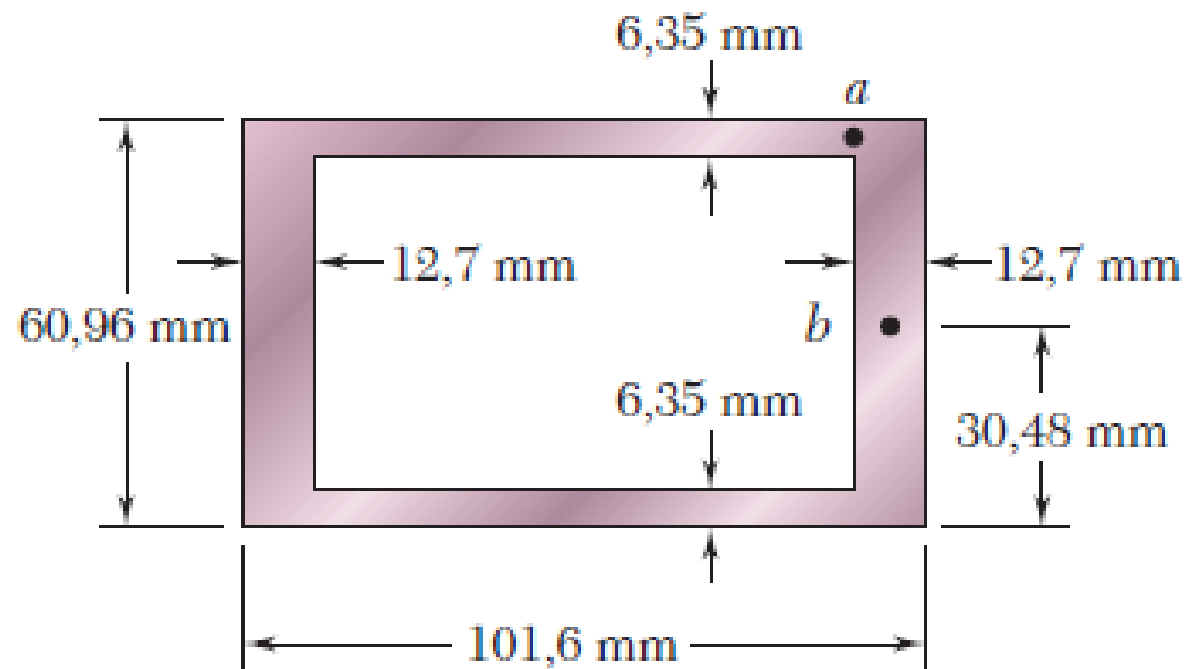


Fig. P6.36

6.37 Uma viga extrudada tem a seção transversal mostrada na figura e uma parede de espessura uniforme de 5,08 mm. Sabendo que determinada força cortante vertical V provoca uma tensão de cisalhamento máxima $\tau = 62,1$ MPa, determine a tensão de cisalhamento nos quatro pontos indicados.

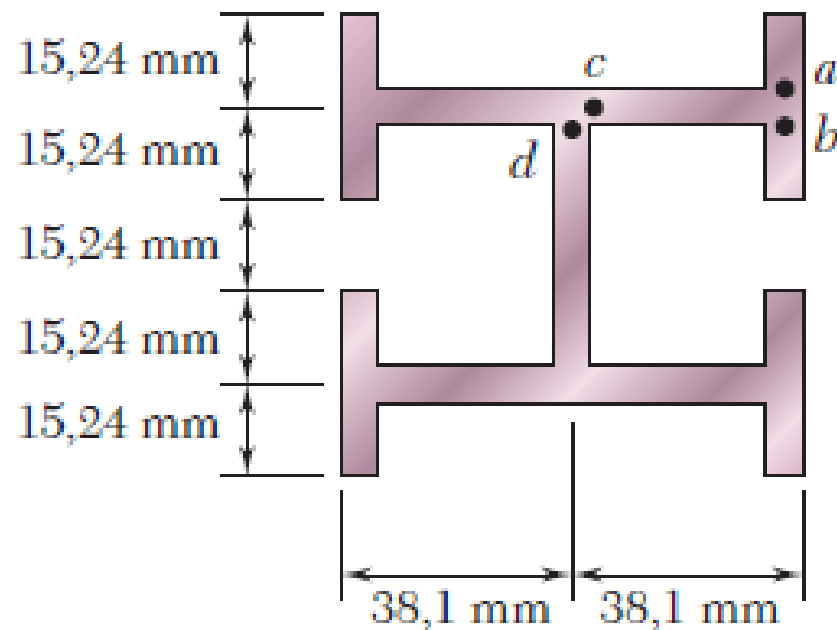


Fig. P6.37

Resposta: 6.37 $t_a = 8.05$ MPa, $t_b = 3.54$ MPa, $t_c = 27,79$ MPa, $t_d = 57,92$ MPa.

6.38 Resolva o Problema 6.37 considerando que a viga esteja submetida a uma força cortante horizontal V .

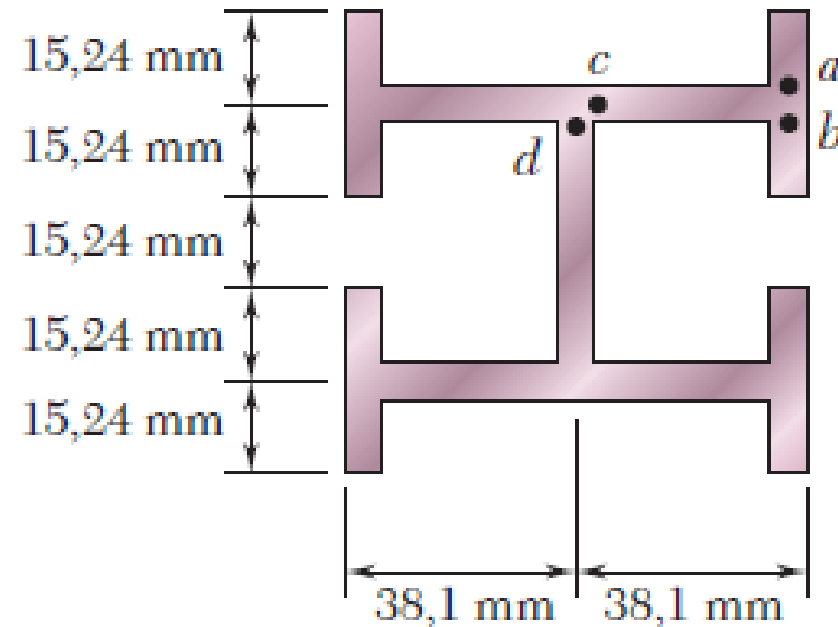


Fig. P6.37