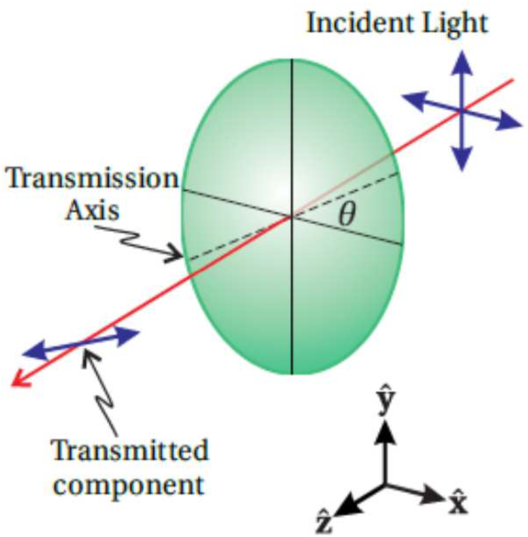
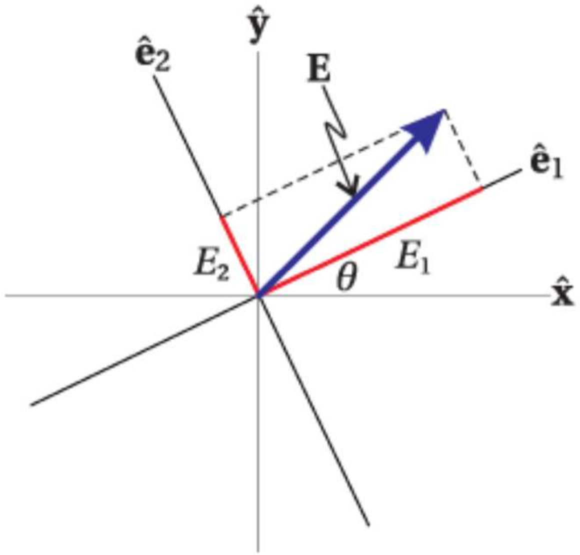
Matrizes de Jones para polarizadores



Transmissão no eixo x com θ = 0



$$\mathbf{E}(z,t) = \left(E_x\hat{\mathbf{x}} + E_y\hat{\mathbf{y}}\right)e^{i(kz-\omega t)}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \cos\theta\,\hat{\mathbf{e}}_1 - \sin\theta\,\hat{\mathbf{e}}_2$$
$$\hat{\mathbf{y}} = \sin\theta\,\hat{\mathbf{e}}_1 + \cos\theta\,\hat{\mathbf{e}}_2$$

$$\longrightarrow \quad \mathbf{E}(z,t) = \left(E_1\hat{\mathbf{e}}_1 + E_2\hat{\mathbf{e}}_2\right)e^{i(kz-\omega t)}$$

$$E_1 \equiv E_x\cos\theta + E_y\sin\theta$$
$$E_2 \equiv -E_x\sin\theta + E_y\cos\theta$$

Matrizes de Jones para polarizadores

Pode-se definir um parâmetro ξ para levar em conta o tipo de elemento utilizado. No caso desse polarizador: $\xi = 0$

$$\mathbf{E}_{\text{after}}(z,t) = (E_1\hat{\mathbf{e}}_1 + \xi E_2\hat{\mathbf{e}}_2)\, e^{i(kz-\omega t)}$$

Aqui já houve uma rotação. Podemos realizar outra rotação e voltar para a base original.

$$\hat{\mathbf{e}}_1 = \cos\theta\hat{\mathbf{x}} + \sin\theta\hat{\mathbf{y}}$$

$$\hat{\mathbf{e}}_2 = -\sin\theta\hat{\mathbf{x}} + \cos\theta\hat{\mathbf{y}}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{after}}(z,t) = \big[&(E_x\cos\theta + E_y\sin\theta)(\cos\theta\hat{\mathbf{x}} + \sin\theta\hat{\mathbf{y}}) \\ &+\xi(-E_x\sin\theta + E_y\cos\theta)(-\sin\theta\hat{\mathbf{x}} + \cos\theta\hat{\mathbf{y}})\big]\, e^{i(kz-\omega t)}\end{aligned}$$

$$= \left[E_x(\cos^2\theta + \xi\sin^2\theta) + E_y(\sin\theta\cos\theta - \xi\sin\theta\cos\theta)\right]\hat{\mathbf{x}}e^{i(kz-\omega t)}$$

$$+ \left[E_x(\sin\theta\cos\theta - \xi\sin\theta\cos\theta) + E_y(\sin^2\theta + \xi\cos^2\theta)\right]\hat{\mathbf{y}}e^{i(kz-\omega t)}$$

Matrizes de Jones para polarizadores

Podemos então escrever

$$\mathbf{E}_{\text{after}}(z,t) = \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \xi\sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta - \xi\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta - \xi\sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta + \xi\cos^2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} e^{i(kz-\omega t)}$$

No caso desse polarizador com transmissão no eixo x em $\theta = 0$, a Matriz de Jones fica:

$$\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

Para $\theta = 0$ temos polarizador com transmissão em x $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

e para $\theta = \pi/2$, polarizador com transmissão em y $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Matrizes de Jones para placas de onda

Placa de 1/4 de onda

Aqui, o valor apropriado de ξ deve levar em conta a fase de $\pi/2$

$$\xi = e^{i\pi/2} = i$$

A matriz fica então:

$$\begin{bmatrix} \cos^2\theta + i\sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta - i\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta - i\sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta + i\cos^2\theta \end{bmatrix}$$

Placa de 1/2 de onda

Da mesma forma, o valor de ξ deve levar em conta a fase de π

$$\xi = e^{i\pi} = -1$$

A matriz fica então:

$$\begin{bmatrix} \cos^2\theta - \sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ 2\sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta - \cos^2\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$$