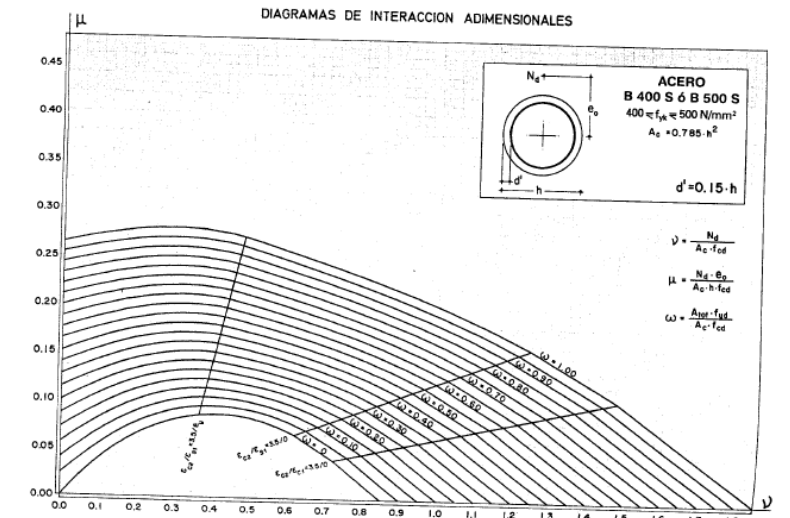
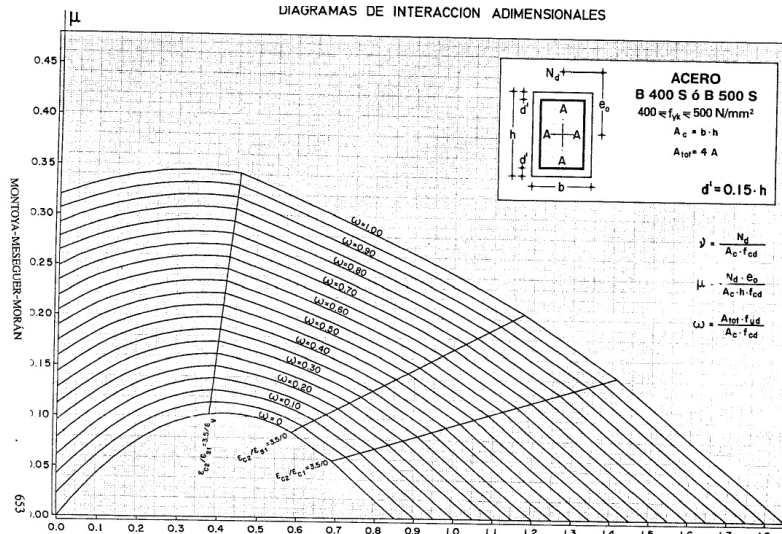
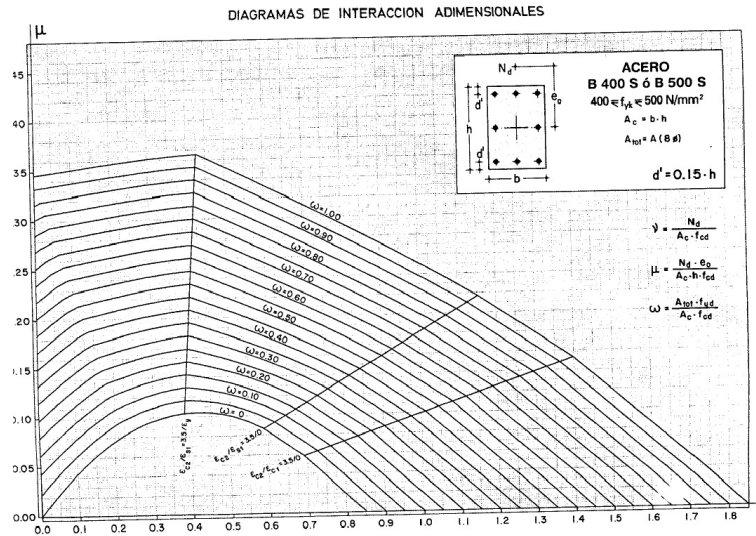
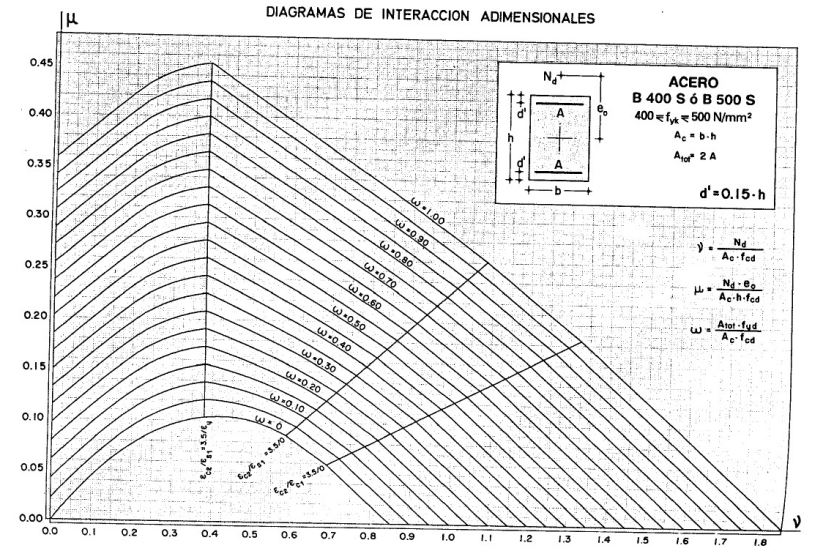
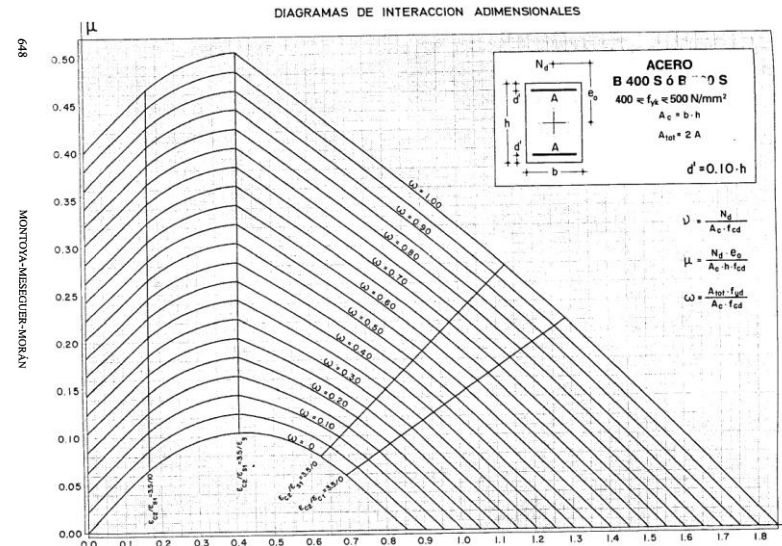
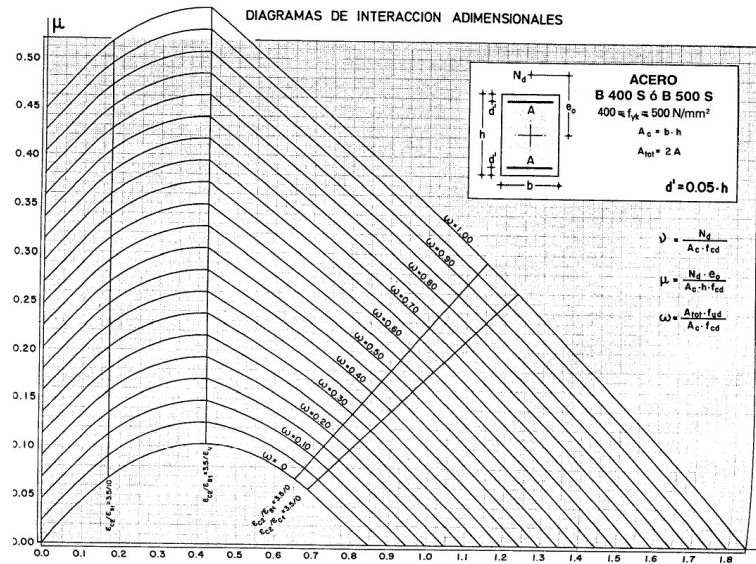


Pilares: Cálculo e exemplos

Prof. Martin P. Schwark e Pedro A. O. Almeida



Ábacos de Montoya



Ábacos de Montoya

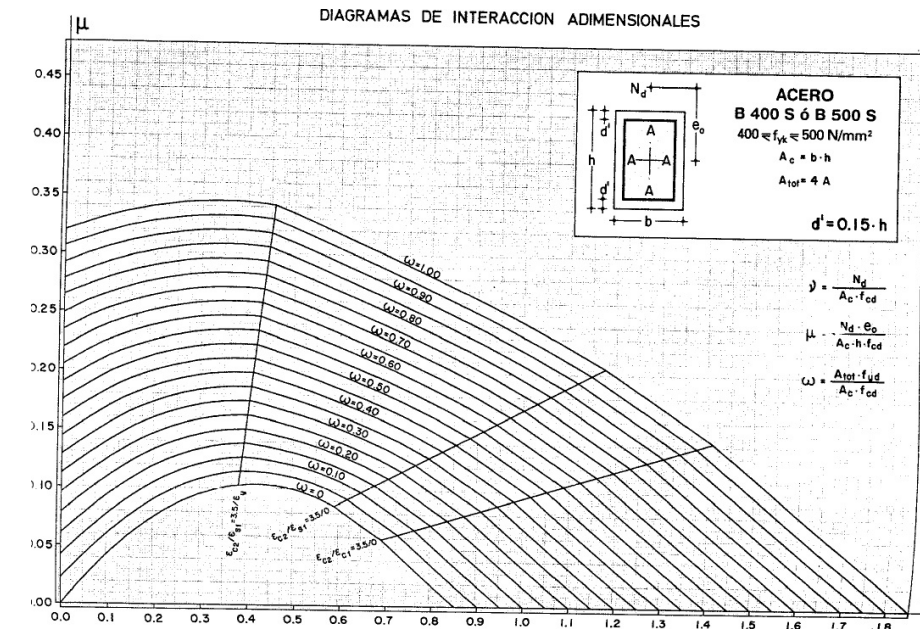
- Escolher o ábaco apropriado à forma do pilar, cobrimento e distribuição de armadura desejados
- Calcular $v = N_d / (A_c * f_{cd})$
- Calcular $\mu = v * e_0 / h$
- Obter ω pelo ábaco
- Calcular $A_{tot} = \omega * A_c * f_{cd} / f_{yd}$
- Escolher armadura adequada

Exemplo 1

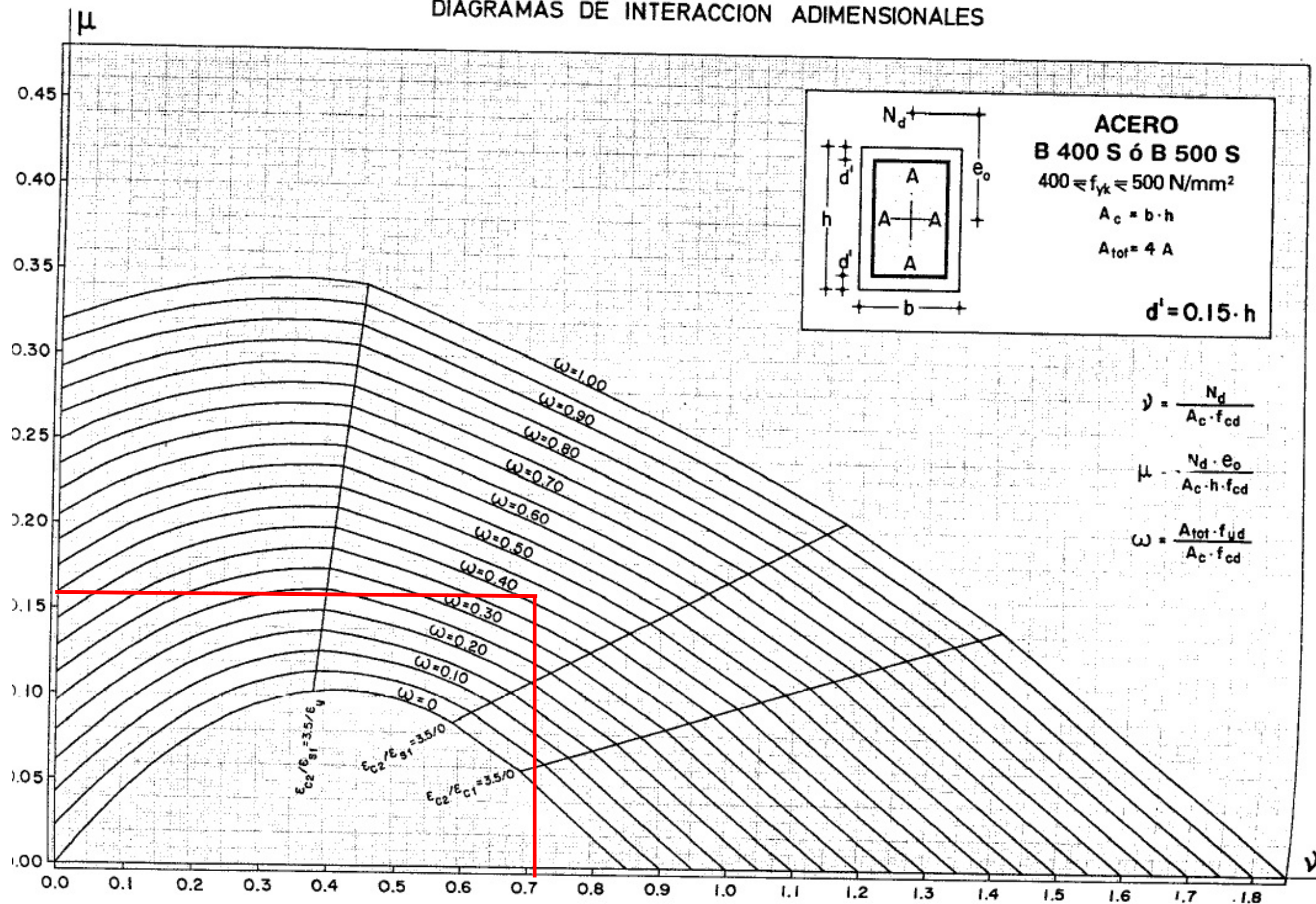
- Pilar retangular 30 x 40 cm
- Concreto C40
- Aço CA 50A
- Cobrimento 3 cm
- $N_k = 1.750 \text{ kN}$
- $e_0 = 0,067 \text{ m}$ no sentido da menor inércia
- Distribuir a armadura por igual nos quatro lados

Ábacos de Montoya

- Escolher o ábaco apropriado à forma do pilar, cobrimento e distribuição de armadura desejados
- Calcular $v = N_d / (A_c * f_{cd})$
- Calcular $\mu = v * e_0 / h$
- Obter ω pelo ábaco
- Calcular $A_{tot} = \omega * A_c * f_{cd} / f_{yd}$
- Escolher armadura adequada



- $N_d = 1,4 * 1.750 = 2.450 \text{ kN}$
- $f_{cd} = 40.000 / 1,4 = 28.571 \text{ kPa}$
- $f_{yd} = 500.000 / 1,15 = 434.780 \text{ kPa}$
- $v = N_d / (A_c * f_{cd}) = 2.450 / (0,4 * 0,3 * 28.571) = 0,715$
- $\mu = v * e_0 / h = 0,715 * 0,067 / 0,3 = 0,160$



Cálculo da armadura

- Pelo ábaco: $\omega = 0,40$
- $A_{\text{tot}} = \omega * A_c * f_{cd}/f_{yd} = 0,42 * 0,30 * 0,40 * 28.571 / 434.780 = 0,0033 \text{ m}^2 = 33 \text{ cm}^2$
- $4 \phi 25 + 8 \phi 16 = 36 \text{ cm}^2$

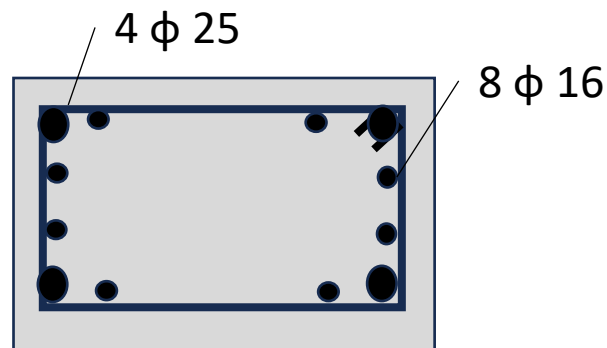
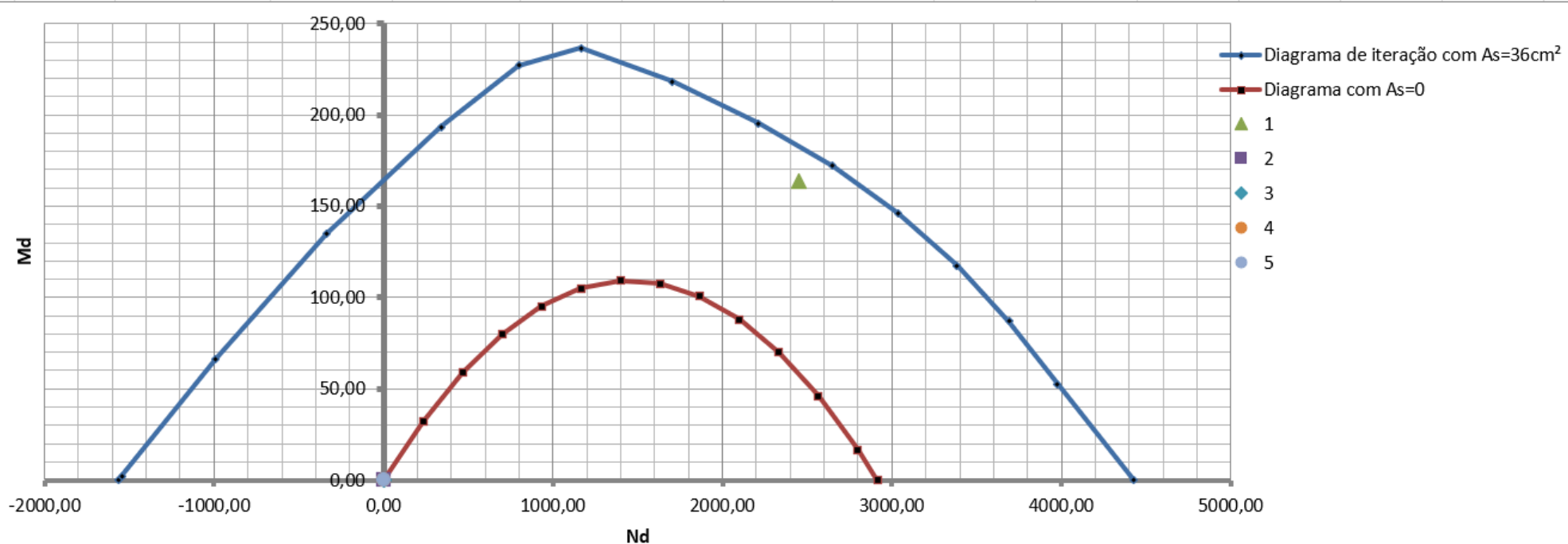


TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996														
BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
		φ (pol)	PESO (kgf/m)	PERÍM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FIOS	BARRAS													
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

Verificação pela tabela Excel

2) Seção de aço

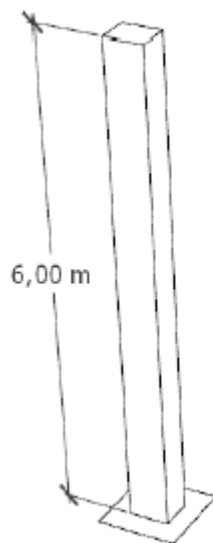
		aço			
camada	y	As	fyk	fyd	ϵ_{yd}
1	0,050m	14,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
2	0,100m	4,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
3	0,200m	4,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
4	0,250m	14,0cm ²		0,00	0
5				0,00	0
0.250m		36.0cm ²			0.00207



O pilar abaixo ilustrado, engastado na base e livre na ponta, a ser executado com concreto classe C35 e aço CA-50, com seção transversal 60 x 50 cm, deve suportar carga normal de 2.100 kN com excentricidade de 15 cm na direção de menor inércia.

Pedem-se:

1. Os coeficientes de majoração γ_f e γ_n .
2. A força normal de projeto N_d
3. O índice de esbeltez λ
4. As excentricidades e_1 e e_2
5. Detalhamento da seção transversal para armadura longitudinal mínima
6. Verificação se nesta condição o pilar suporta o carregamento
7. Caso a armadura mínima for insuficiente, escolha da armadura adequada para o carregamento
8. Detalhamento da armadura transversal para este caso, considerando que não haverá esforços transversais relevantes



$$1. \gamma_f = 1,4; \gamma_n = 1$$

$$2. N_d = 1,4 * 2.100 = 2.940 \text{ kN}$$

$$3. \lambda = 3,46 * l_e / h = 83 - \text{ok}$$

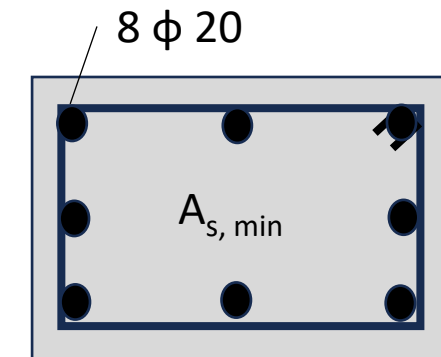
$$4. l_e = 2 * l = 12 \text{ m}$$

$$e_1 = 0,150 \text{ m}$$

$$e_2 = l e^2 / 10 * 0,005 / ((1 + \nu) * h) = 0,144 \text{ m}$$

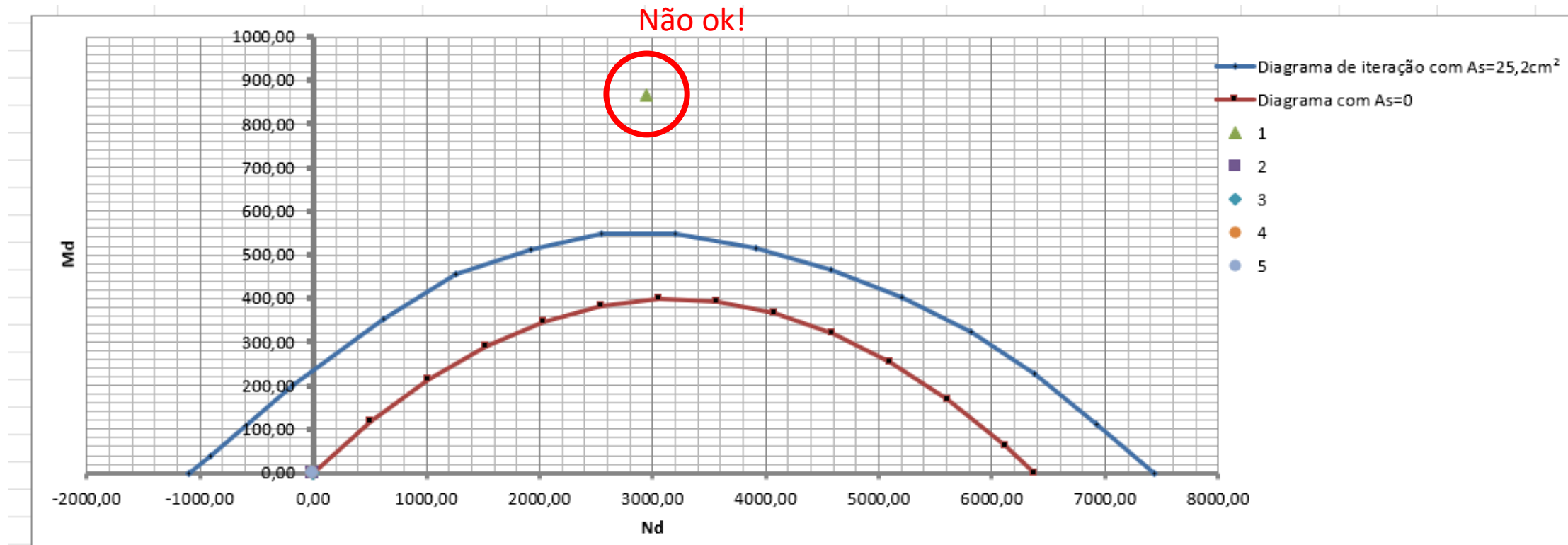
$$5. A_{s, \min} = 0,8\% A_c = 24 \text{ cm}^2 = 8 \phi 20$$

TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996														
BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
		ϕ (pol)	PESO (kgf/m)	PERÍM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00



6. Não ok!

2) Seção de aço						
	camada	y	As	aço		
				fyk	fyd	εyd
	1	0,050m	9,5cm ²	500,0MPa	43,48	0,0020704
	2	0,250m	6,3cm ²	500,0MPa	43,48	0,0020704
	3	0,450m	9,5cm ²	500,0MPa	43,48	0,0020704
	4				0,00	0
	5				0,00	0
		0,450m	25,2cm ²			0,0020704



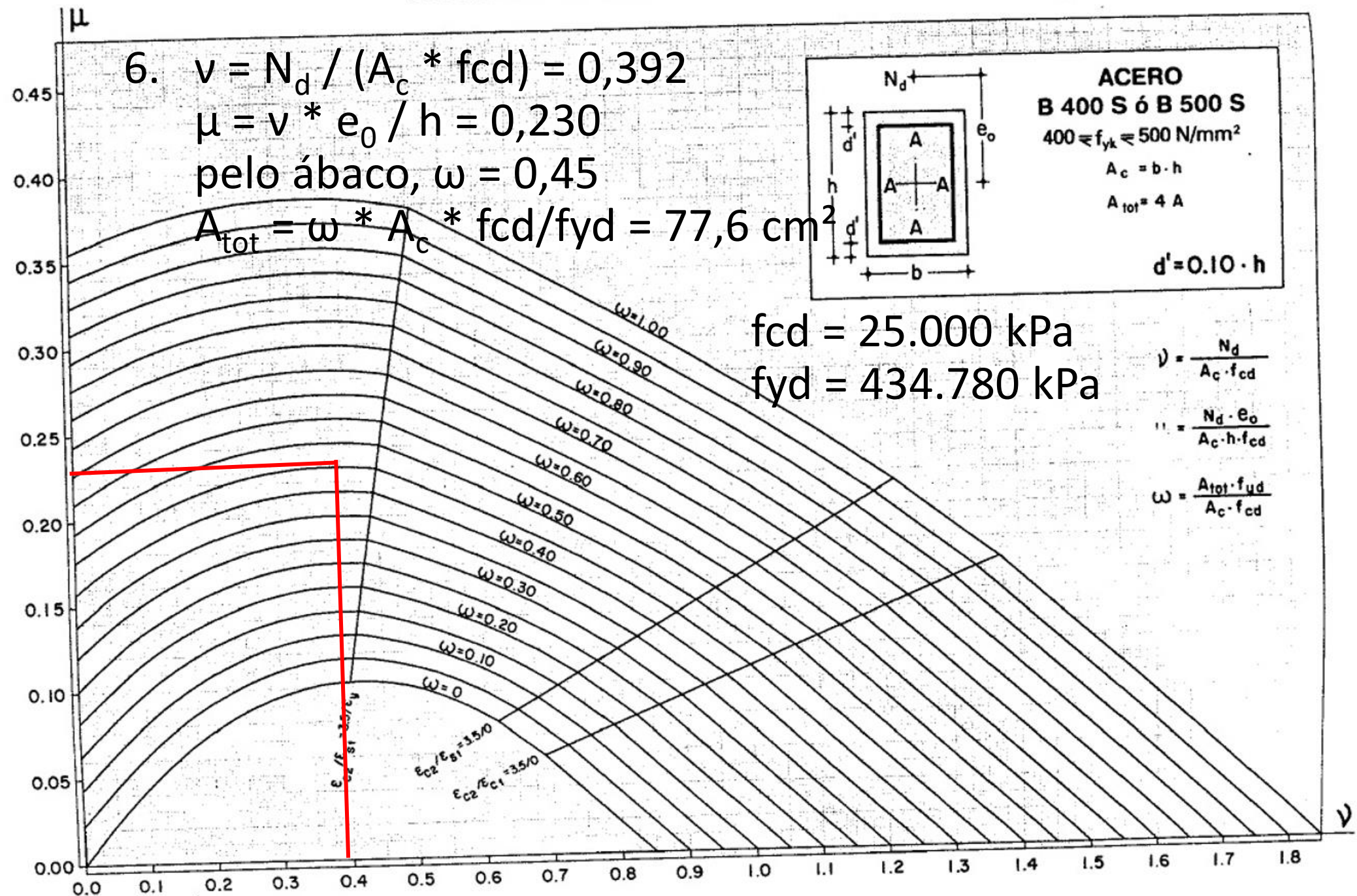
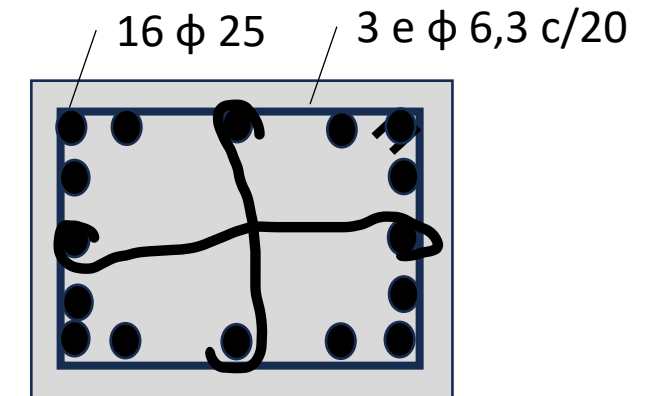


TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996														
BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
		ϕ (pol)	PESO (kgf/m)	PERÍM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

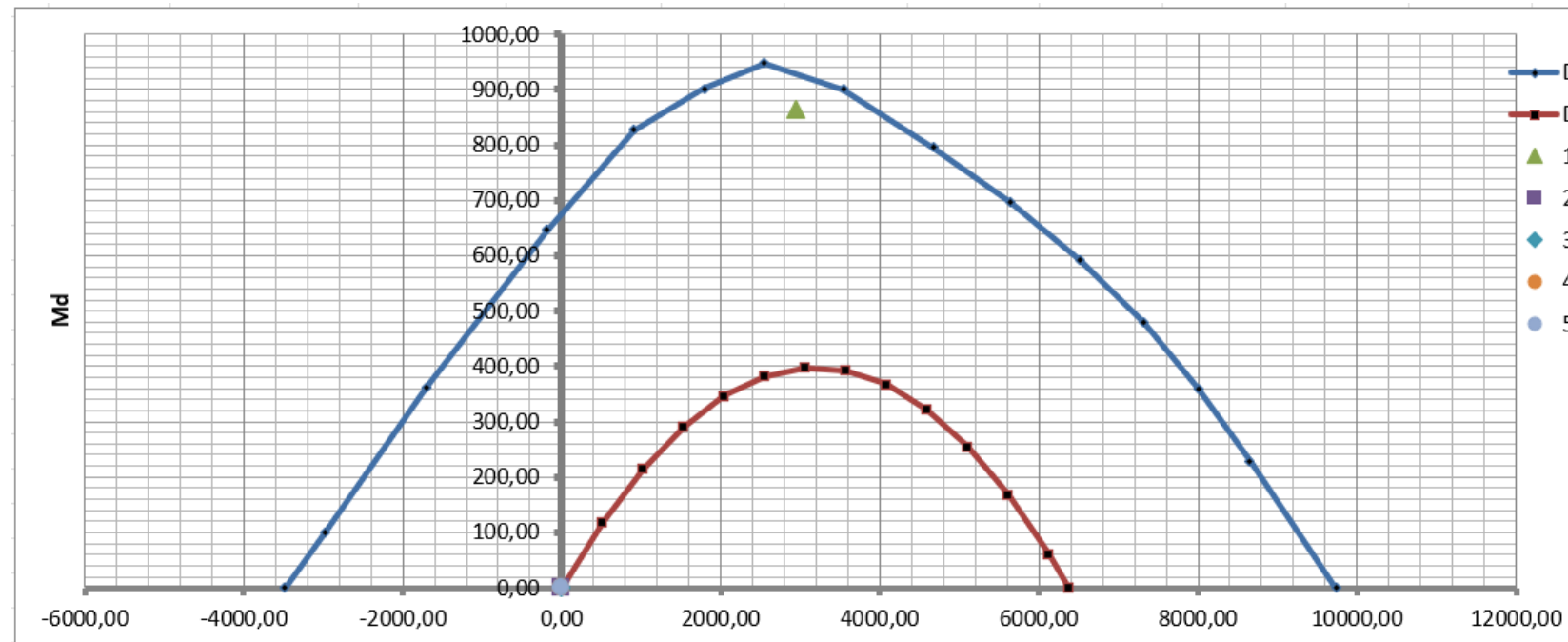
- $16 \phi 25 = 80 \text{ cm}^2$
- $A_{s,\max} = 80/50/60 = 2,7\% < 4\% \text{ ok}$
- $\phi_t \text{ min} = \text{maior} (5 \text{ mm ou } \phi_l/4) = 6,3 \text{ mm}$
 espaçamento = menor (20 cm ou $12 * \phi_l$) = 20 cm
 ganchos ou estribos duplos para $e_l > 20 * \phi_t = 10 \text{ cm}$



Verificação pela planilha Excel

2) Seção de aço

	camada	y	aço			
			As	fyk	fyd	ϵ_{yd}
	1	0,050m	25,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
	2	0,100m	10,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
	3	0,250m	10,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
	4	0,400m	10,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
	5	0,450m	25,0cm ²	500,0MPa	43,48	0,00207
		0,450m	80,0cm ²			0,00207



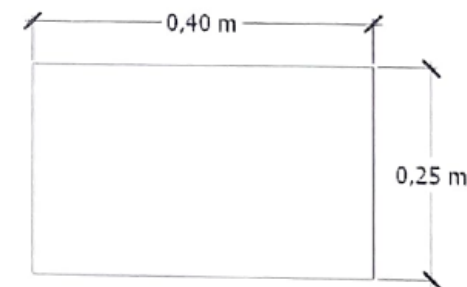
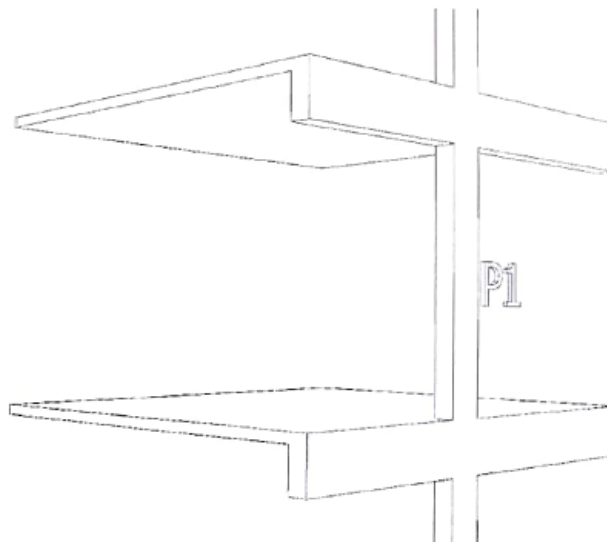
P1 2020

Questão 3 – Pilares (3,5 pontos)

Considere o pilar P1 de periferia de um prédio, com seção transversal 25 x 40 cm, vinculado conforme figura esquemática abaixo. A distância piso a piso é de 3,50 m. O prédio é contraventado por uma torre de escadaria e elevadores extremamente rígida. O pilar está solicitado com força normal característica de 926 kN, aplicada com excentricidade de 7 cm no sentido da menor inércia. O material a ser utilizado em sua execução é concreto classe C30 e aço CA-50. O cobrimento a ser considerado é de 2,5 cm.

Pede-se:

- Calcule o comprimento de flambagem l_e do pilar
- Calcule a excentricidade de segunda ordem e_2
- Calcule a excentricidade total e_0
- Calcule o adimensional v
- Calcule o adimensional μ
- Utilizando o ábaco de Montoya fornecido, calcule a densidade de armadura ω
- Calcule a área de aço total A_{TOT} para a armadura longitudinal necessária para este pilar nesta condição
- Eleja a armadura e ilustre seu detalhamento na seção transversal, no espaço fornecido
- Determine a armadura transversal necessária para este pilar, considerando que as forças cortantes atuantes não são relevantes



a) $l_e = l = 3,50 \text{ m}$

b) $\lambda = 3,46 * l_e / h = 48,44 - \text{ok, cálculo simplificado}$

$$v = N_d / (A_c * f_{cd}) = 0,604$$

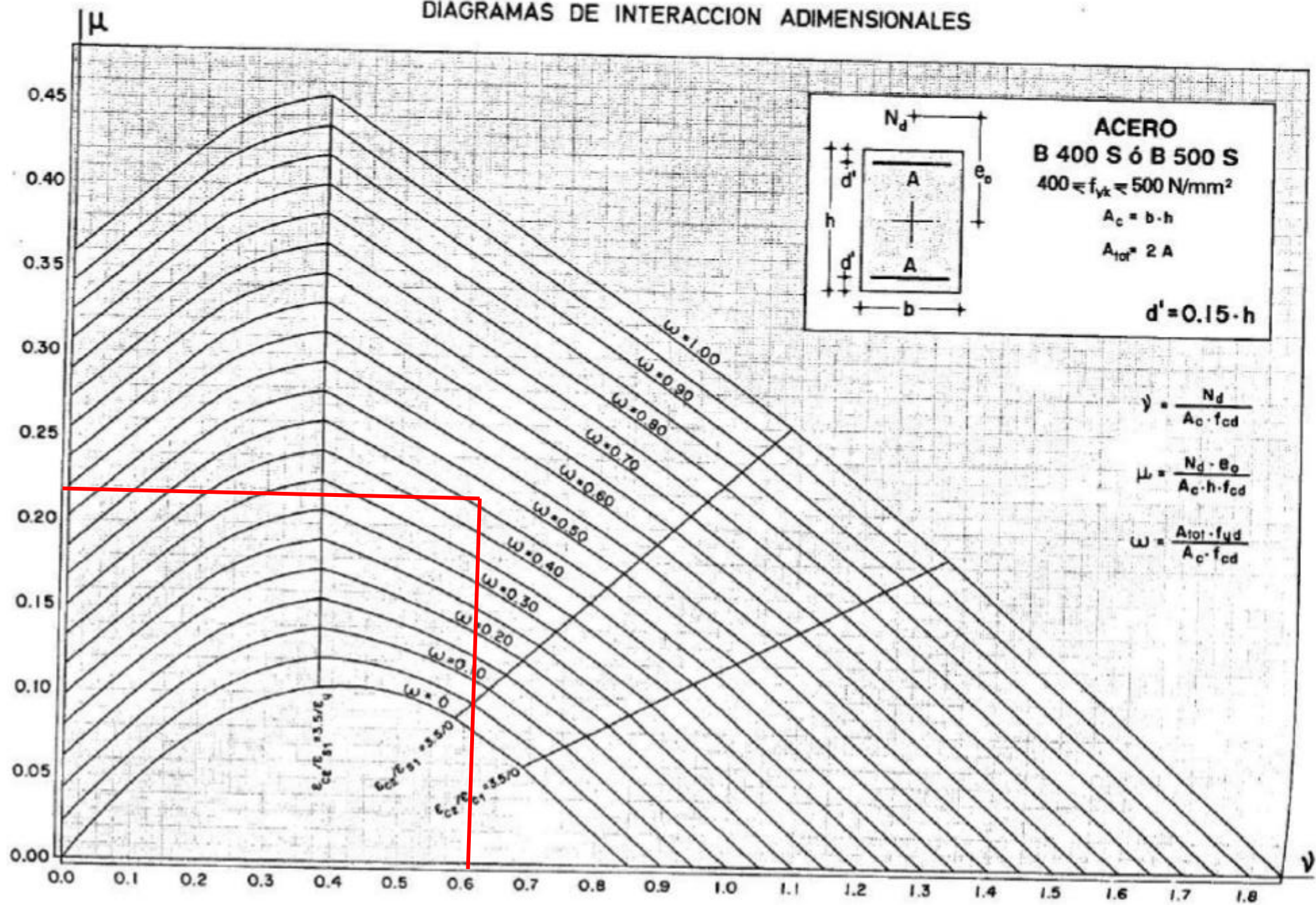
$$e_2 = l_e^2 / 10 * 0,005 / ((1 + v) * h) = 0,0221 \text{ m}$$

c) $e_0 = e_1 + e_2 = 0,0921 \text{ m}$

d) $v = 0,604$ conforme acima

e) $\mu = v * e_0 / h = 0,222$

DIAGRAMAS DE INTERACCION ADIMENSIONALES

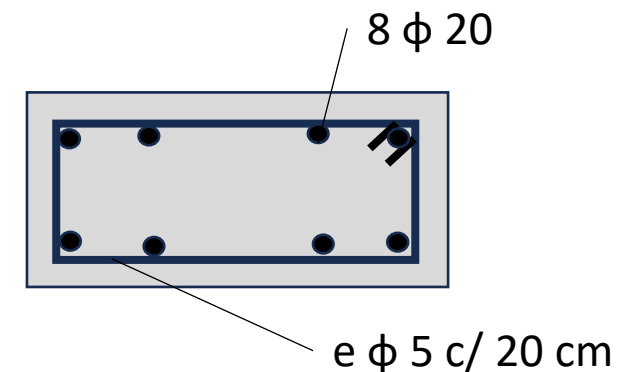


f) pelo ábaco, $\omega = 0,47$

g) $A_{\text{tot}} = \omega * A_c * f_{cd}/f_{yd} = 23,1 \text{ cm}^2$

h) $6 \phi 25 = 30 \text{ cm}^2$; $8 \phi 20 = 25,2 \text{ cm}^2$; $10 \phi 16 = 20 \text{ cm}^2$

i) $\phi_t \text{ min} = \text{maior} (5 \text{ mm ou } \phi_l/4) = 5 \text{ mm}$
espaçamento = menor $(20 \text{ cm ou } 12 * \phi_l) = 20 \text{ cm}$
ganchos para $e_l > 20 * \phi_t = 10 \text{ cm}$



Verificação pela planilha Excel

2) Seção de aço

camada	y	As	aço		
			fyk	fyd	ϵ_{yd}
1	0,050m	12,6cm ²	500,0MPa	43,48	0,0020704
2	0,200m	12,6cm ²	500,0MPa	43,48	0,0020704
3				0,00	0
4				0,00	0
5				0,00	0
0,200m		25,2cm ²			0,0020704

