Física IV (IF 2023)
Aula 28

- Objetivos de aprendizagem

  - Reconhecer o efeito Doppler relativístico

  - Calcular o efeito Doppler longitudinal

  - Calcular o efeito Doppler transversal

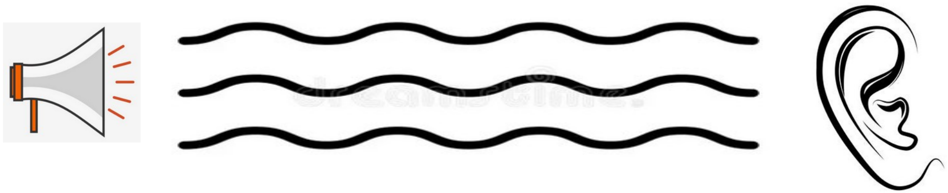
  - Reconhecer a fase da onda eletromagnética como um invariante relativístico

  - Obter as relações do efeito Doppler geral e as equações da aberração angular

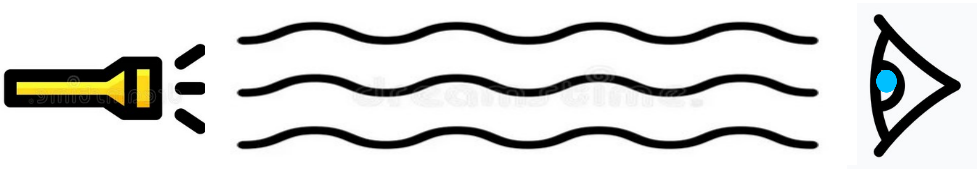
  - Explicar como é possível medir a velocidade de expansão do Universo

Doppler

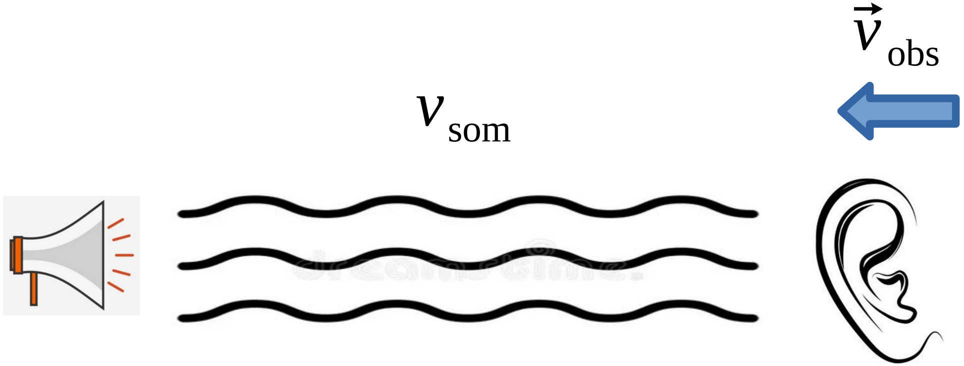
v_{som}



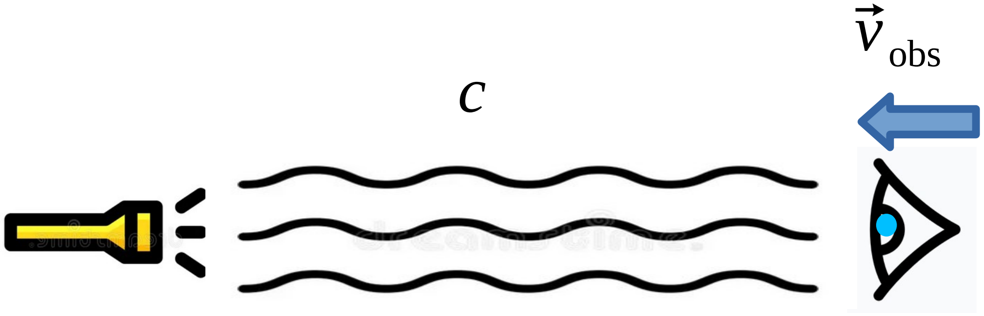
c



Doppler



$$f_{obs} = f_{fonte} \frac{v_{som} + v_{obs}}{v_{som}}$$

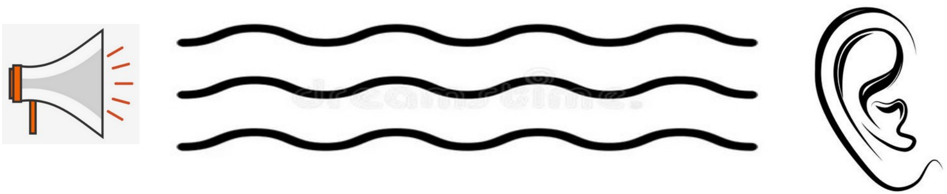


$$f_{obs} = f_{fonte}\, \gamma \frac{c + v_{obs}}{c}$$

Doppler

$\vec{v}_{\text{fonte}}$

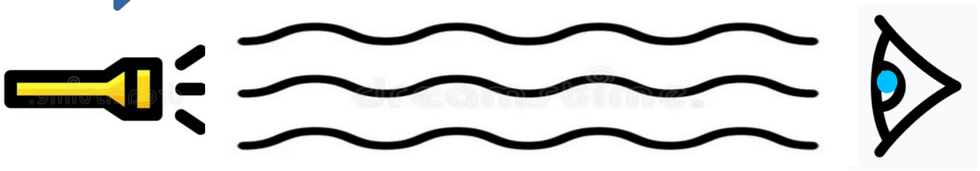
v_{som}



$$f_{\text{obs}} = f_{\text{fonte}} \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{som}} - v_{\text{fonte}}}$$

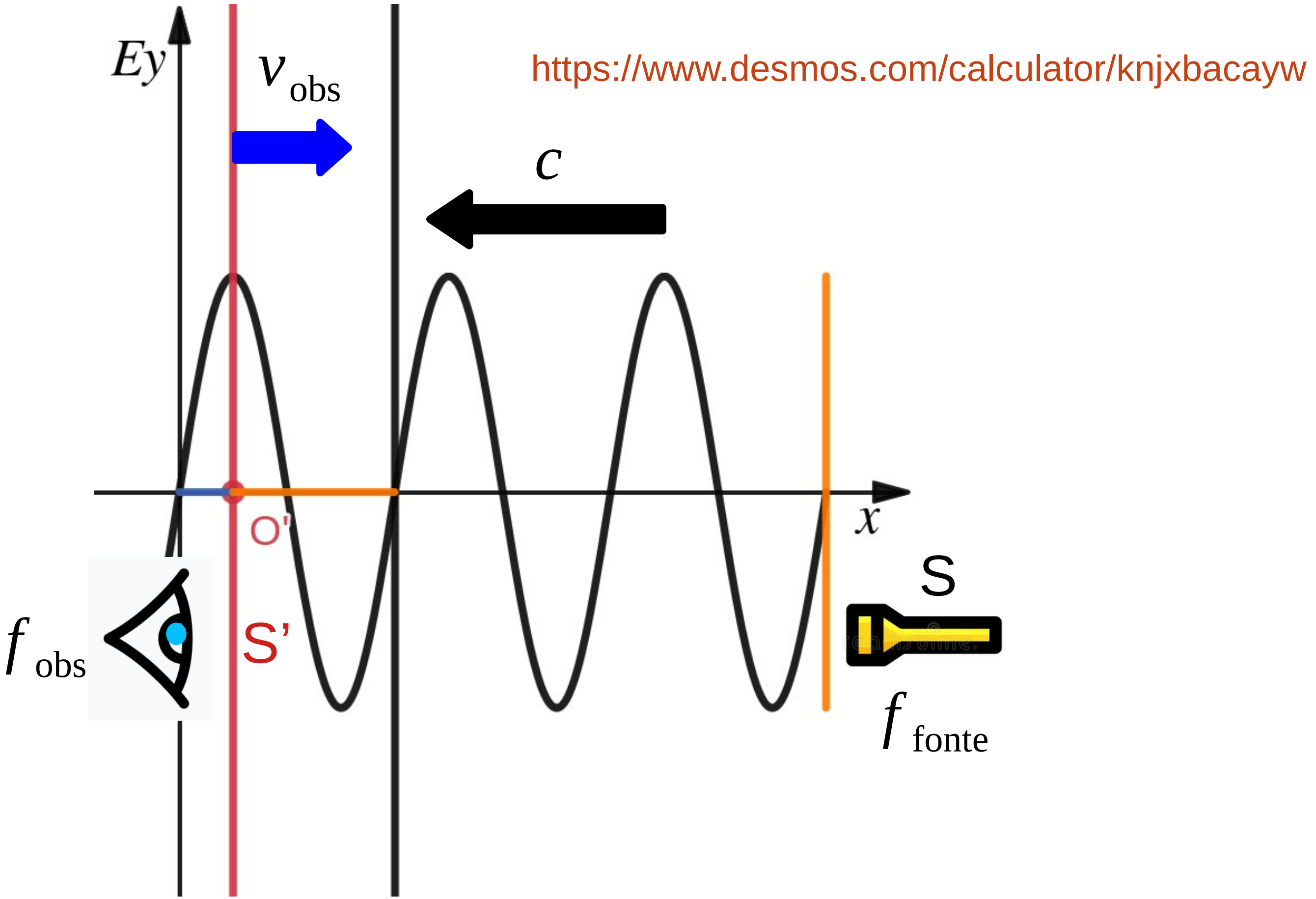
$\vec{v}_{\text{fonte}}$

c

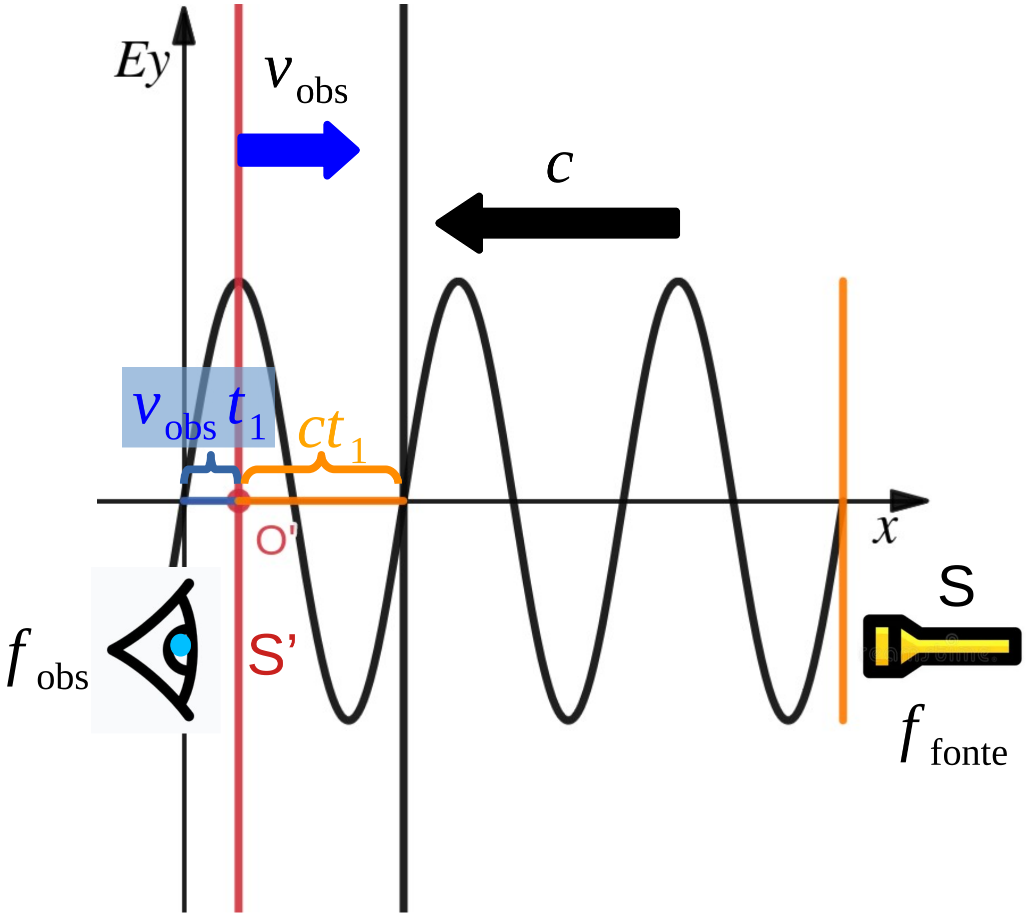


$$f_{\text{obs}} = f_{\text{fonte}}\, \gamma \frac{c + v_{\text{fonte}}}{c}$$

Dada f_{fonte} em S calcular f_{obs} em S'



Dada f_{fonte} em S calcular f_{obs} em S’

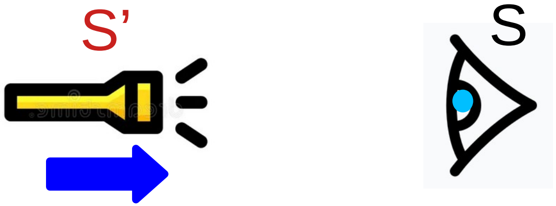


Resultado:

$$f_{obs} = f_{fonte}\,\gamma\,\frac{c+v_{fonte}}{c}$$

$$f' = f\,\gamma(1+\beta)$$

Igualmente:



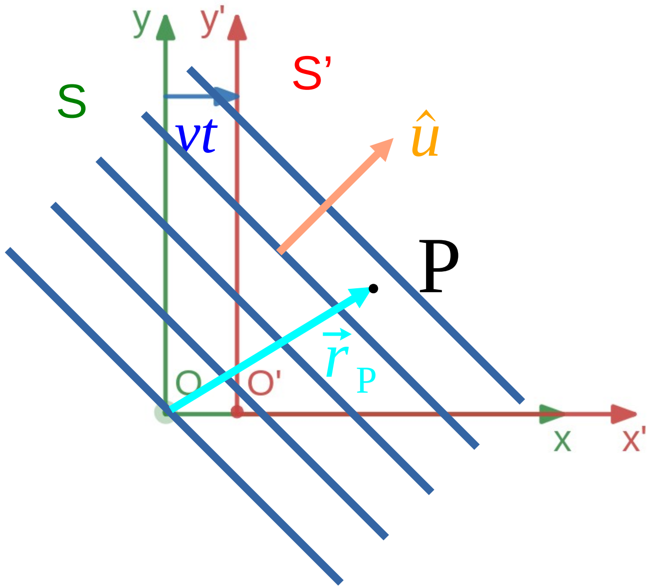
Doppler transversal

- Muda a frequência devido à dilatação temporal, somente.

$$f' = f\,\gamma$$

Caso geral

- Como uma onda plana monocromática se transforma de S para S'?



$$E = E_0 e^{i\phi(\vec{r},t)} = E_0 e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t+\phi_0)}$$

$$E' = E_0' e^{i\phi'(\vec{r}',t')} = E_0' e^{i(\vec{k}'.\vec{r}'-\omega t'+\phi_0')}$$

$$\vec{k} = k\,\hat{u} \qquad c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = c'$$

$$\phi'(P) = \phi(P)$$

A fase é um invariante relativístico.

A fase é invariante

$$\phi'(P)=\phi(P)$$

$$(\phi_0=\phi_0'=0)$$ Fase zero na origem em $t=0$.

$$\phi(\vec{r},t)=\vec{k}.\vec{r}-\omega t=-\omega\left(t-\frac{\hat{u}}{c}.\vec{r}\right)=-\omega'\left(t'-\frac{\hat{u}'}{c}.\vec{r}'\right)=\phi'(\vec{r}',t')$$

$$\hat{u}=(\cos\theta,\sin\theta,0)$$ Versor no plano xy.

1) Usar a TL para expressar as coordenadas de S' com as coordenadas de S
2) Obter a relação entre as frequências e os ângulos (comparando coeficientes das coordenadas dos dois lados da equação, já que vale para qualquer ponto P)

Resultados

Do coeficiente de ct: $\omega' \gamma(1+\beta\cos\theta') = \omega$

Do coeficiente de x: $\omega' \gamma(\beta+\cos\theta') = \omega\cos\theta$

Do coeficiente de y: $\omega' \sin\theta' = \omega\sin\theta$

Transformação inversa S’→ S: $\beta \rightarrow -\beta$

Do coeficiente de ct: $\omega \gamma(1-\beta\cos\theta) = \omega'$

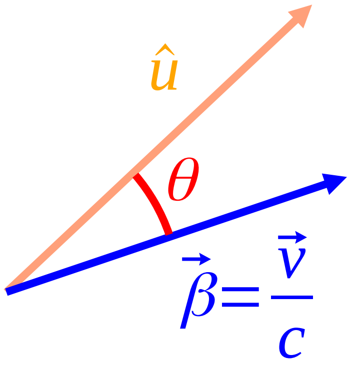
Do coeficiente de x: $\omega \gamma(-\beta+\cos\theta) = \omega'\cos\theta'$

Do coeficiente de y: $\omega\sin\theta = \omega'\sin\theta'$

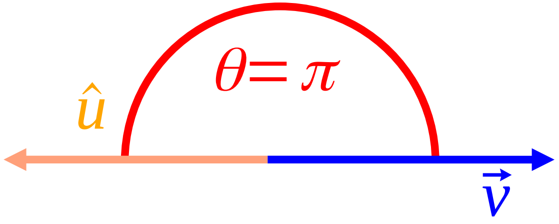
Efeito Doppler longitudinal

Doppler geral: $\omega' = \omega\,\gamma(1 - \beta\cos\theta)$

O ângulo da fórmula é o ângulo entre a direção de propagação e a direção da velocidade relativa



No exemplo de Doppler longitudinal com observador se aproximando da fonte = fonte se aproximando do observador:



$$f' = f\,\gamma(1 - \beta\cos\pi) = f\,\gamma(1 + \beta)$$

Doppler longitudinal (aprox./afast.)

$$f'_{\text{aprox.}} = f\,\gamma(1+\beta) = f\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

$$f'_{\text{afast.}} = f\,\gamma(1-\beta) = f\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

Desvio para o vermelho: https://astro.ucla.edu/~wright/doppler.htm

Hubble: $V = H_0 r$ $\qquad H_0 \approx 70 \ \text{km/s/Mpc} \ (1 \ Mpc \approx 3\times 10^{10}\, m)$

Aberração angular

Combinando estes resultados:

$$\omega \sin\theta = \omega' \sin\theta'$$

$$\omega\,\gamma(-\beta + \cos\theta) = \omega' \cos\theta'$$

$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta}{\gamma(\cos\theta - \beta)}$$