UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos

ZAB1111 – ESTATÍSTICA BÁSICA

Aula 15

TESTE DE HIPÓTESES PARA PROPORÇÃO E PARA A VARIÂNCIA

Material preparado pelo Prof. Dr. César Gonçalves de Lima – FZEA/USP

4.5. TESTE DE HIPÓTESE PARA A PROPORÇÃO

Hipóteses formuladas para a proporção de sucessos (p):

$H_0: p = p_0$

$H_a: p < p_0$ ou $H_a: p > p_0$ ou $H_a: p \neq p_0$

Onde p_0 é um valor fixado pelo pesquisador no teste.

Existe uma estatística de teste exata, utilizando a distribuição binomial, mas por facilidade, usaremos uma aproximação pela distribuição normal.

Para **grandes amostras** (Teorema do Limite Central) tem-se que

$$\hat{p} = \frac{k}{n} \sim N\left(p_0; \frac{p_0(1-p_0)}{n}\right)$$

em que k é o número de sucessos e n, o número de tentativas. A estatística do teste é dada por:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0,1) \qquad (22)$$

Exemplo 4.4. O consumidor de certa vacina acusou o laboratório fabricante dizendo que das vacinas entregues na última compra "mais de 3% das vacinas estavam vencidas". Para confirmar (ou não) sua acusação, ele usou uma amostra de n = 80 vacinas, das quais k = 6 estavam vencidas.

a) O que podemos concluir sobre a acusação do consumidor ao nível de significância α = 6%?

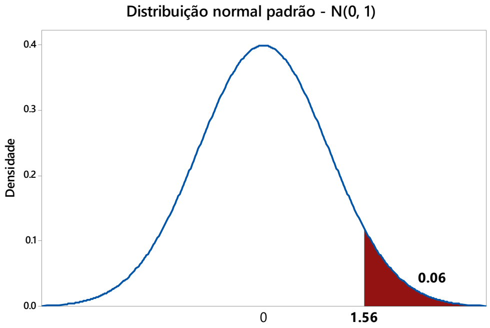
b) Calcular o nível descritivo do teste.

Resolução: A variável em estudo é X: número de vacinas vencidas.

$a)$ H_0: p = 0,03 (hipótese do fabricante)

H_a: p > 0,03 (hipótese do consumidor)

Sob H_0, $\hat{p} \sim N[0{,}03; \frac{0{,}03(1-0{,}03)}{80}]$ ou $\hat{p} \sim N(0{,}03; 0{,}000364)$



Da Tábua I temos:

$\alpha = 0{,}06 \Rightarrow z_\alpha = 1{,}56$

$RC(6\%) = \{z \in R | z_\alpha > 1{,}56\}$

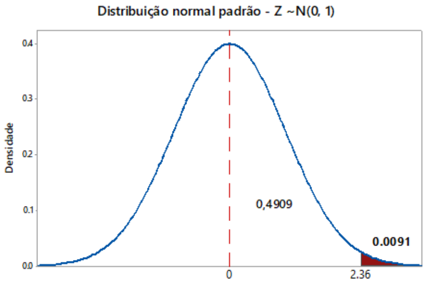
Da amostra: $\hat{p} = 6/80$ = 0,075

$$\Rightarrow\ z_{calc} = \frac{0{,}075 - 0{,}03}{\sqrt{0{,}000364}} = 2{,}36$$

Como $z_{calc} = 2{,}36 \in RC(6\%)$ nós rejeitamos H_0 ao nível de significância $\alpha = 0{,}06$ e concluímos que a acusação do consumidor foi confirmada: mais de 3% das vacinas entregues estavam vencidas.

$$b)\ \hat{\alpha} = P(\hat{p} > 0{,}075) = P(Z > 2{,}36)$$
$$= 0{,}5 - 0{,}4909 = 0{,}0091 \cong 1\%$$

ou seja, o risco de rejeitar erroneamente a hipótese H_0 com os dados dessa amostra é muito pequeno, indicando que H_0 deva ser rejeitada.



A hipótese H_0 será rejeitada e o consumidor confirmará a sua acusação para qualquer nível de significância igual ou superior a 1%.

Exercício. Foi feita uma pesquisa eleitoral com os alunos do curso de Zootecnia, tendo em vista a eleição do próximo presidente do seu Centro Acadêmico. Dos 80 alunos entrevistados, 46 foram favoráveis à reeleição do atual presidente. Com base nessas informações, podemos afirmar que a reeleição do atual presidente está garantida, a um nível de significância $\alpha = 5\%$?

4.6. TESTE PARA A VARIÂNCIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

É um teste pouco comum na Zootecnia, mas de interesse no controle de qualidade e de processos industriais.

1) Hipóteses: $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

$H_a: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ou $H_a: \sigma^2 < \sigma_0^2$ ou $H_a: \sigma^2 > \sigma_0^2$)

2) Estatística do teste:

$$Q = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \tag{24}$$

que sob H_0 tem distribuição χ^2_{n-1}

Exemplo 5.2. Um fabricante de certo tipo de aço especial afirma que seu produto tem um severo controle de qualidade, traduzido pelo desvio padrão da resistência à tensão não superior a 5 kg/cm. Um comprador querendo testar essa informação tomou uma amostra de 11 cabos e submeteu-os a um teste de tensão, obtendo

$$\bar{x} = 263 \text{ kg/cm e } s^2 = 30 \text{ (kg/cm)}^2$$

Esses resultados trazem alguma evidência contrária à afirmação do fabricante, ao nível de significância $\alpha = 0{,}10$?

Resolução: A afirmação foi feita sobre a variância da resistência à tensão:

$$H_0\colon \sigma^2 = 25 \quad \text{(hipótese do fabricante)}$$
$$H_a\colon \sigma^2 > 25 \quad \text{(hipótese do comprador)}$$

- Estatística do teste: $Q = \frac{(11-1)s^2}{25} \sim \chi^2_{10}$
- Da Tábua II, para α = 0,10 e ν = 10 gl obtemos $q_\alpha = 15{,}987$.
- $RC(10\%) = \{\chi^2 \in R: \chi^2 > 15{,}987\}$
- Da amostra temos que: $s^2 = 30$ e $Q_{calc} = \frac{(11-1)30}{25} = 12$.
- Como $Q_{calc} = 12 \notin$ RC **não rejeitamos** H_0 e concluímos ao nível α = 0,10 de significância, que o desvio padrão da resistência à tensão não é superior a 5 kg/cm, confirmando a afirmação feita pelo fabricante do aço especial.

- Um intervalo de confiança (γ = 90%) para a variância da resistência à tensão é obtido por:

$$IC(\sigma^2; 90\%) = \left[\frac{(10)30}{18,307}; \frac{(10)30}{3,940}\right] = [16,39;\ 76,14](kg/cm)^2$$

Este intervalo contém o verdadeiro valor da variância da resistência à tensão com 90% de confiança.

Para um IC para o desvio padrão da resistência à tensão, basta calcular a raiz quadrada dos limites do IC para a variância, resultando em:

$$IC(\sigma; 90\%) = [4,05; 8,73]kg/cm$$

Exercício. Um produtor de frangos de corte afirma que seus frangos em idade de abate têm pesos muito homogêneos, traduzido por um desvio padrão inferior a $0{,}1kg$.

Para testar essa informação, sorteou-se uma amostra de 12 frangos em idade de abate, cujos pesos (kg) foram:

$$2{,}20;\ 2{,}14;\ 2{,}10;\ 2{,}14;\ 2{,}12;\ 2{,}11;\ 2{,}01;\ 2{,}09;\ 2{,}16;\ 2{,}10;\ 2{,}20;\ 2{,}25$$

Com base nesta amostra nós podemos confirmar a afirmação do produtor, a um nível de significância $\alpha = 5\%$?