Flexão geral - Abordagem 1

Pela hipótese de Navier, podemos expressar a tensão normal em uma seção de viga na forma:

$$\sigma_x = az + by + c. \tag{1}$$

Fazendo o equilíbrio de força normal:

$$N = \int \sigma_x \, dA = \int (az + by + c) \, dA = a \cancel{\int z \, dA} + b \cancel{\int y \, dA} + c \int \, dA = cA \Rightarrow \boxed{c = \frac{N}{A}} \tag{2}$$

Fazendo o equilíbrio de momento em z:

$$M_z = -\int y\sigma_x \, dA = -\int y(az + by + c) \, dA = -a \int yz \, dA - b \int y^2 \, dA - c \cancel{\int y \, dA}, \tag{3}$$

$$M_z = -aI_{yz} - bI_z. \tag{4}$$

Fazendo o equilíbrio de momento em y:

$$M_y = \int z\sigma_x \, dA = \int z(az + by + c) \, dA = a \int z^2 \, dA + b \int yz \, dA + c \cancel{\int z \, dA}, \tag{5}$$

$$M_y = aI_y + bI_{yz}. \tag{6}$$

Finalmente, resolvendo o sistema formado pelas equações (4) e (6), temos:

$$\boxed{a = \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2}} \quad \text{e} \quad \boxed{b = \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_{yz}^2 - I_y I_z}} \tag{7}$$

Aplicando as equações (2) e (7) na equação (1), podemos então expressar a tensão normal por:

$$\boxed{\sigma_x = \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} z + \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_{yz}^2 - I_y I_z} y + \frac{N}{A}} \tag{8}$$

Resolução do Ex.1 (aula 24/10/2023) pela abordagem 1

Conforme calculado em aula:

$$M_z = -3825 \; kNcm \tag{9}$$

$$M_y = 25 \; kNcm \tag{10}$$

$$N = -10 \; kN \tag{11}$$

$$A = 400 \; cm^2 \tag{12}$$

$$I_y = 10\,833{,}33 \; cm^4 \tag{13}$$

$$I_z = 30\,833{,}33 \; cm^4 \tag{14}$$

$$I_{yz} = 7\,500 \; cm^4 \tag{15}$$

Aplicando esses valores nas equações (2) e (7), temos:

$$\boxed{a = -0{,}1005 \; kN/cm^3}, \quad \boxed{b = 0{,}1485 \; kN/cm^3} \quad \text{e} \quad \boxed{c = -0{,}025 \; kN/cm^2} \tag{16}$$

Logo:

$$\sigma_x = -0{,}1005z + 0{,}1485y - 0{,}025 \tag{17}$$

A equação da linha neutra pode ser obtida fazendo $\sigma_x = 0$, isto é:

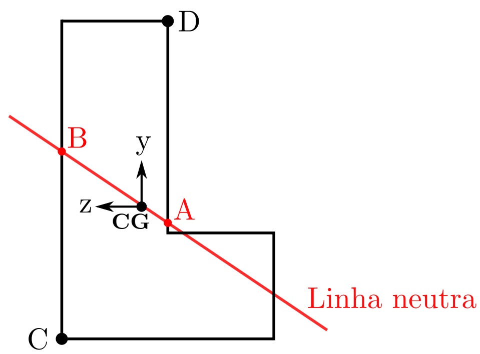
$$\boxed{-0{,}1005z + 0{,}1485y - 0{,}025 = 0} \tag{18}$$

Para traçar a linha neutra na figura da seção, podemos tomar dois pontos quaisquer que satisfaçam a equação (18). Por exemplo:

$$\textbf{Ponto A:} \quad z = -2{,}5 \text{ cm} \quad \text{e} \quad y = -1{,}52 \text{ cm} \tag{19}$$

$$\textbf{Ponto B:} \quad z = 7{,}5 \text{ cm} \quad \text{e} \quad y = 5{,}24 \text{ cm} \tag{20}$$

O traçado da linha neutra com esses pontos pode ser visto na figura abaixo. A partir dessa figura, também pode-se estimar os possíveis pontos de máxima compressão e tração (pontos C e D).



Para o ponto C ($z = 7{,}5$ cm e $y = -12{,}5$ cm), temos, a partir da Equação (17):

$$\sigma_x = -0{,}1005 \cdot (7{,}5) + 0{,}1485 \cdot (-12{,}5) - 0{,}025 = -2{,}635\, kN/cm^2 \quad \textbf{(máxima compressão)} \tag{21}$$

Para o ponto D ($z = -2{,}5$ cm e $y = 17{,}5$ cm), temos:

$$\sigma_x = -0{,}1005 \cdot (-2{,}5) + 0{,}1485 \cdot (17{,}5) - 0{,}025 = 2{,}825\, kN/cm^2 \quad \textbf{(máxima tração)} \tag{22}$$