Atividade 2

1) Seja $T: \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ um operador linear cuja matriz com relação à base canônica $\mathcal{E}$ seja:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Determine $T(x, y, z)$.

(b) Seja $\mathcal{B} = \{(1,1,0), (0,1,1), (0,0,1)\}$ nova base de $\mathbb{R}^3$. Encontre a matriz P mudança de $\mathcal{E}$ para $\mathcal{B}$.

(c) Calcule $[T]_{\mathcal{B}}$.

Recordação: matriz mudança de $\mathcal{B}' = \{v_1, \dots, v_n\}$ para $\mathcal{B} = \{u_1, \dots, u_n\}$ é dada por

$$P = \begin{pmatrix} [u_1]_{\mathcal{B}'} & \cdots & [u_n]_{\mathcal{B}'} \end{pmatrix} = [I]_{\mathcal{B}\mathcal{B}'}.$$

2) Seja $T : M_2(\mathbb{C}) \longmapsto M_2(\mathbb{C})$ linear dada por

$$T\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x+y \\ z-w & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Seja $\mathcal{C}$ base canônica de $M_2(\mathbb{C})$. Determine $[T]_{\mathcal{C}}$.

(b) Seja $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Verifique se $\mathcal{B}$ é base de $M_2(\mathbb{C})$. Caso afirmativo encontre $[T]_{\mathcal{B}}$.

3) Encontre os autovalores de $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e A^{-1}.

4) Verifique se $T_A : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2 : (x,y) \to A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

com $A \in M_2(\mathbb{R})$ é diagonalizável:

(a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$