

Astronomia de Posição
2º semestre - 2023

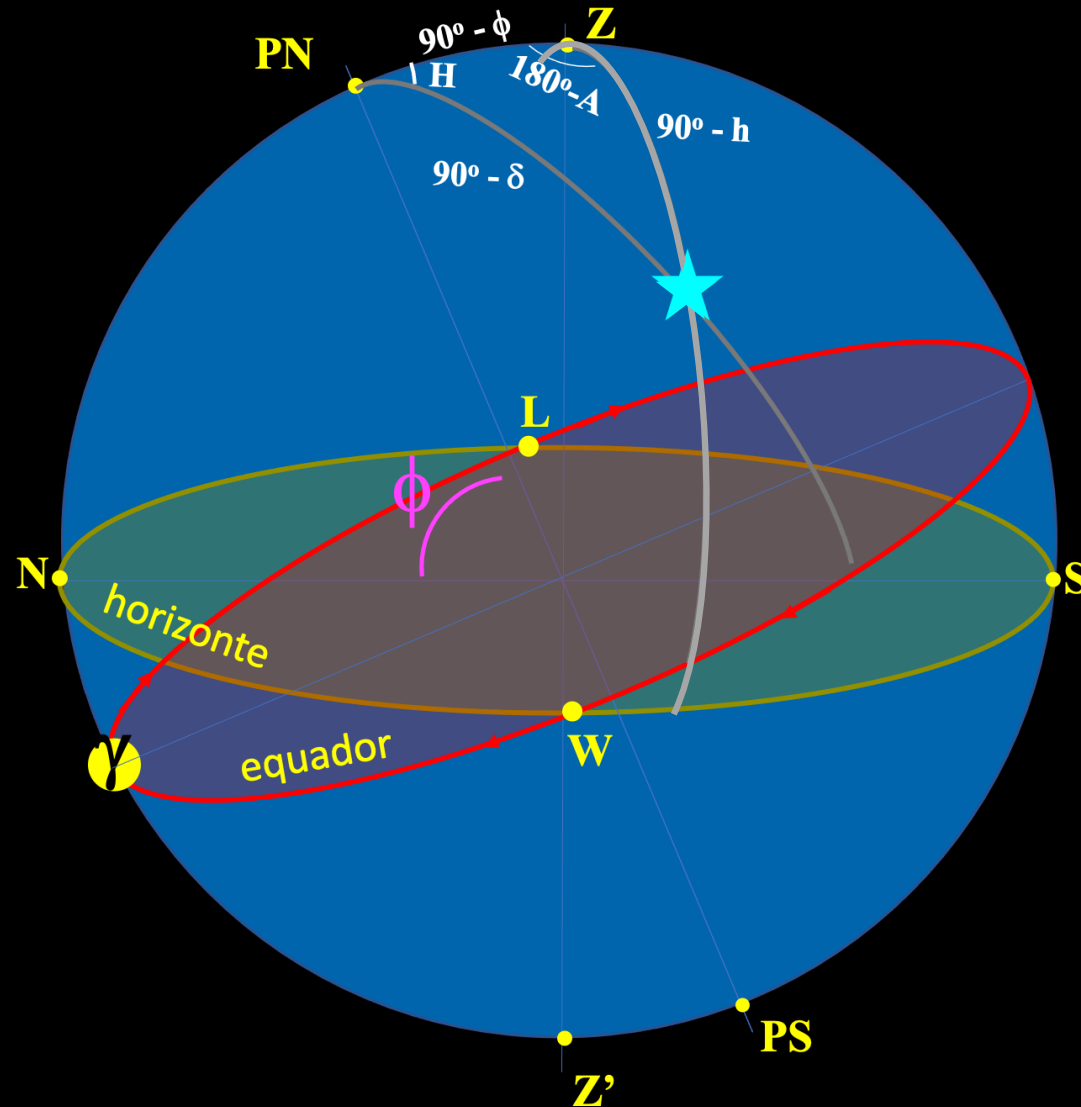
Aula_17 – 08/11/2023

Noções de trigonometria esférica

Gaia/ESA/DPAC

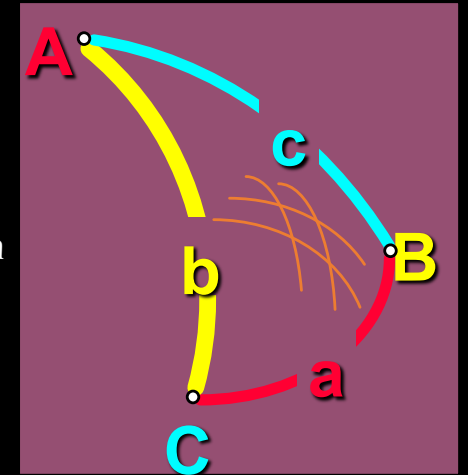
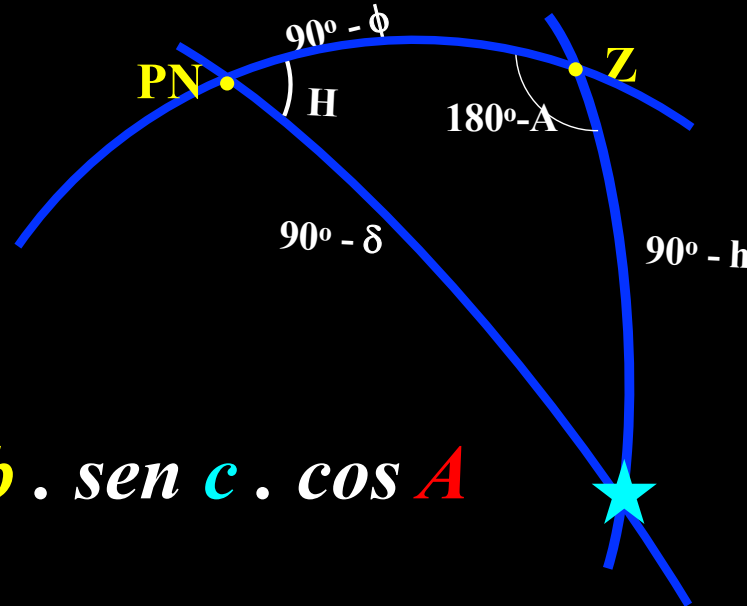
Ramachrisna Teixeira
IAG-USP
rama.teixeira@iag.usp.br

E4- Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.



E4- Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

nascer e ocaso $\Rightarrow h = 0$



$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \delta) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \cdot \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(H)$$

$$\sin h = \sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos H$$



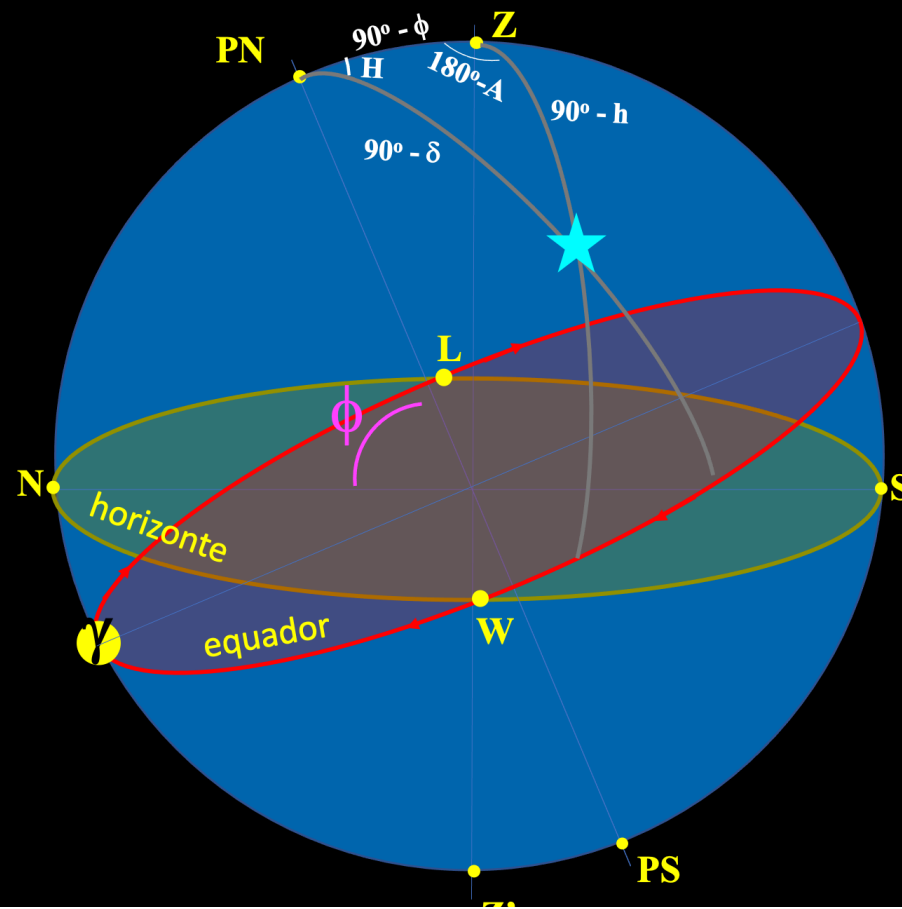
$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

$$\cos H_{Sol} = -\operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

$$\text{Equinócios} \Rightarrow \delta_{Sol} = 0^\circ \quad \longrightarrow \quad \cos H_{Sol} = 0$$

$$H_{Sol} = 270^\circ = 18h \quad H_{Sol} = 90^\circ = 6h$$

nascer do Sol
ponto cardinal Leste



pôr do Sol
ponto cardinal Oeste

E4- Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

Solstício Verão

$$\delta_{Sol} = 23.5^\circ \quad \longrightarrow \quad \cos H_{Sol} = -0.50019$$

$$H_{nascer} \cong 240^\circ \sim 16h$$

$$H_{ocaso} \cong 120^\circ \sim 08h$$

E4- Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

Solstício Inverno

$$\delta_{Sol} = -23.5^\circ \longrightarrow \cos H_{Sol} = 0.50019$$

$$H_{nascer} \cong 300^\circ \sim 20h$$

$$H_{ocaso} \cong 60^\circ \sim 04h$$

E5- Quais os instantes de Tempo Solar do nascer e ocaso do Sol nessas datas e para esse observador?

$$T_{sol} = H_{sol} + 12h$$

Equinócios: \longrightarrow $H_{nascer} = 18h \Rightarrow T_{sol} = 6h$
 $H_{ocaso} = 6h \Rightarrow T_{sol} = 18h$

Solstício Verão: \longrightarrow $H_{nascer} = 16h \Rightarrow T_{sol} = 04h$
 $H_{ocaso} = 08h \Rightarrow T_{sol} = 20h$

Solstício Inverno: \longrightarrow $H_{nascer} = 20h \Rightarrow T_{sol} = 08h$
 $H_{ocaso} = 04h \Rightarrow T_{sol} = 16h$

E6- Qual a duração da parte clara do dia nessas mesmas datas e para esse mesmo observador? Despreze as dimensões do Sol e os efeitos atmosféricos.

Parte clara do dia

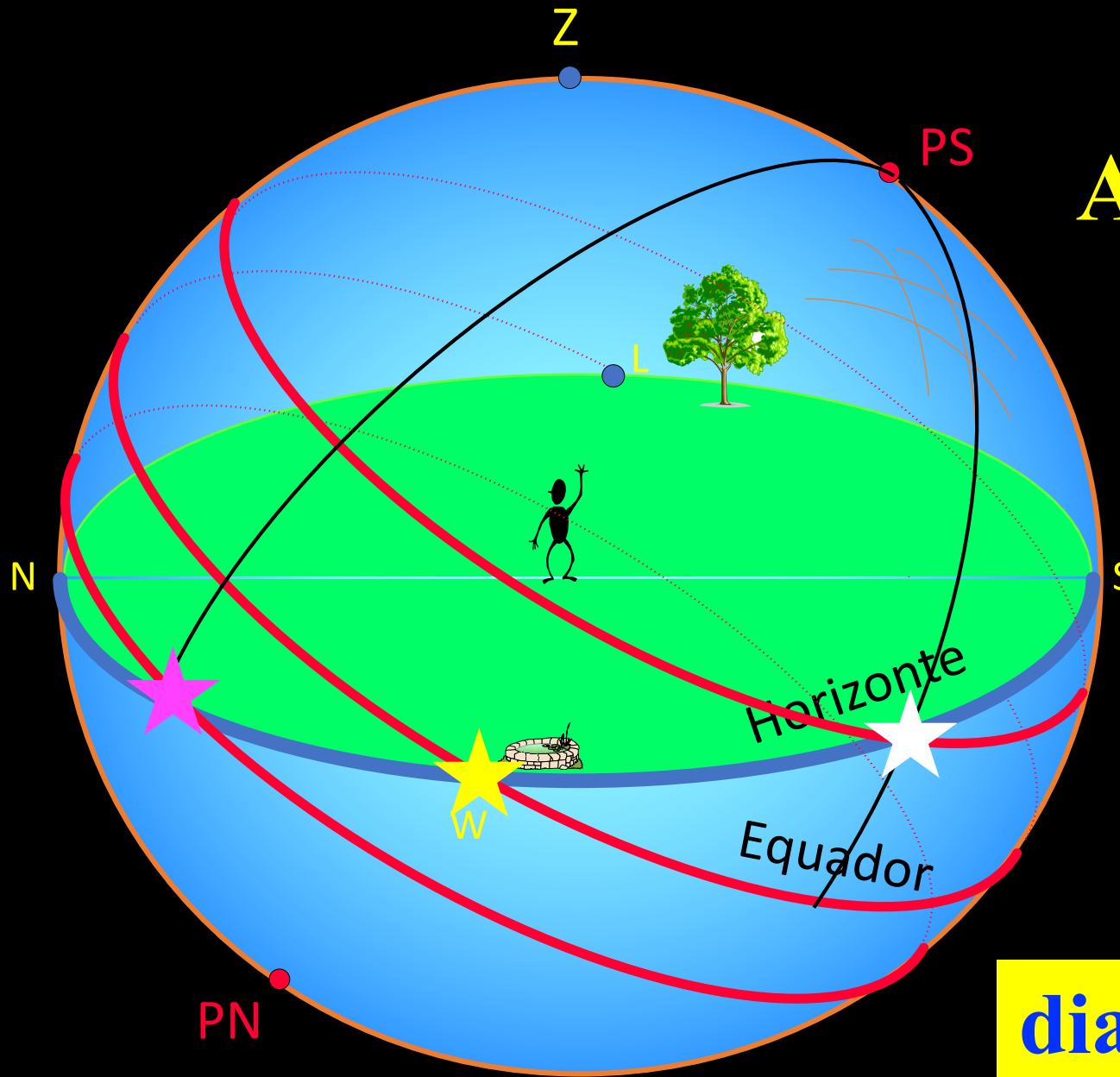
$$\Delta t_{\text{dia claro}} = T_{\text{ocaso}} - T_{\text{nascido}}$$

Equinócios: \rightarrow $H_{\text{nascido}} = 18h \Rightarrow T_{\text{Sol}} = 06h$ $\Delta t = 12h$
 $H_{\text{ocaso}} = 06h \Rightarrow T_{\text{Sol}} = 18h$

Solstício V: \rightarrow $H_{\text{nascido}} = 16h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 04h$ $\Delta t = 16h$
 $H_{\text{ocaso}} = 08h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 20h$

Solstício I: \rightarrow $H_{\text{nascido}} = 20h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 08h$ $\Delta t = 08h$
 $H_{\text{ocaso}} = 04h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 16h$

Visibilidade



Arco semi-diurno



$$\Delta t_{\text{visib}} = 2 \times H_{\text{ocaso}}$$



dia claro = $2 \times H_{\text{ocaso-Sol}}$

E6- Qual a duração da parte clara do dia nessas mesmas datas e para esse mesmo observador? Despreze as dimensões do Sol e os efeitos atmosféricos.

Parte clara do dia

$$\Delta t_{\text{dia claro}} = 2 \times H_{\text{ocaso Sol}}$$

Equinócios: $\longrightarrow H_{\text{ocaso}} = 06h \Rightarrow \Delta t = 12h$

Solstício V: $\longrightarrow H_{\text{ocaso}} = 08h \Rightarrow \Delta t = 16h$

Solstício I: $\longrightarrow H_{\text{ocaso}} = 04h \Rightarrow \Delta t = 08h$

E4 - Desprezando-se o tamanho do disco solar e os efeitos atmosféricos, calcule quanto dura a parte clara do dia no círculo polar ártico ($\phi = 66.5^\circ$) nos solstício e equinócios.

$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

$$\text{Solstícios} \Rightarrow \delta_{Sol} = \pm 23.5^\circ \quad \cos H_{Sol} = \mp 1$$

Verão

Inverno

$$H_{Sol} = 180^\circ (12h)$$

$$H_{Sol} = 0^\circ (0h)$$



$$\Delta T_{dia} = 24h$$

$$\Delta T_{dia} = 0h$$

E4 - Desprezando-se o tamanho do disco solar e os efeitos atmosféricos, calcule quanto dura a parte clara do dia no círculo polar ártico ($\phi = 66.5^\circ$) nos solstício e equinócios.

Verão:

$$H_{Sol} = 180^\circ (12h)$$



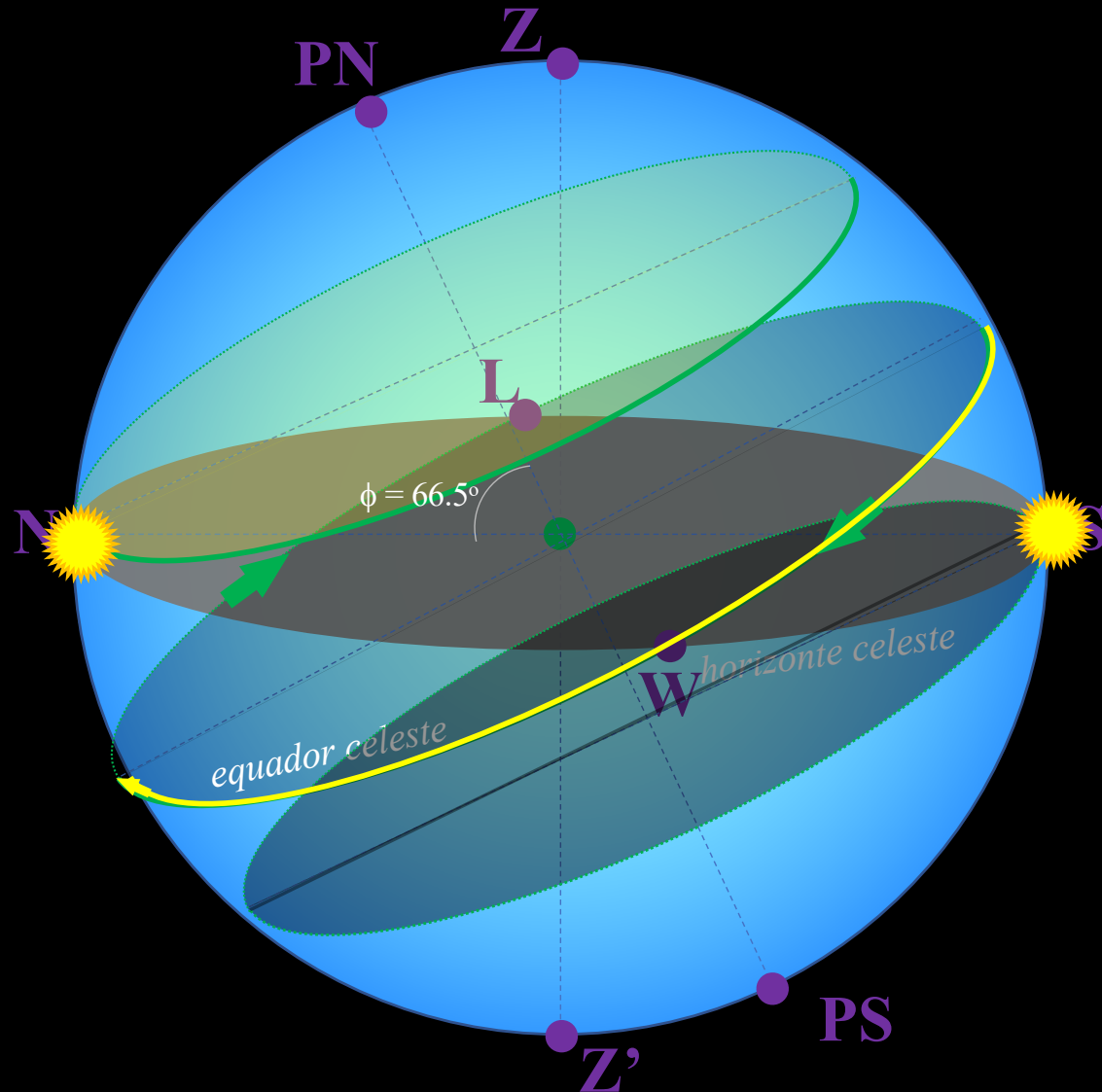
$$\Delta T_{dia} = 24h$$

Inverno:

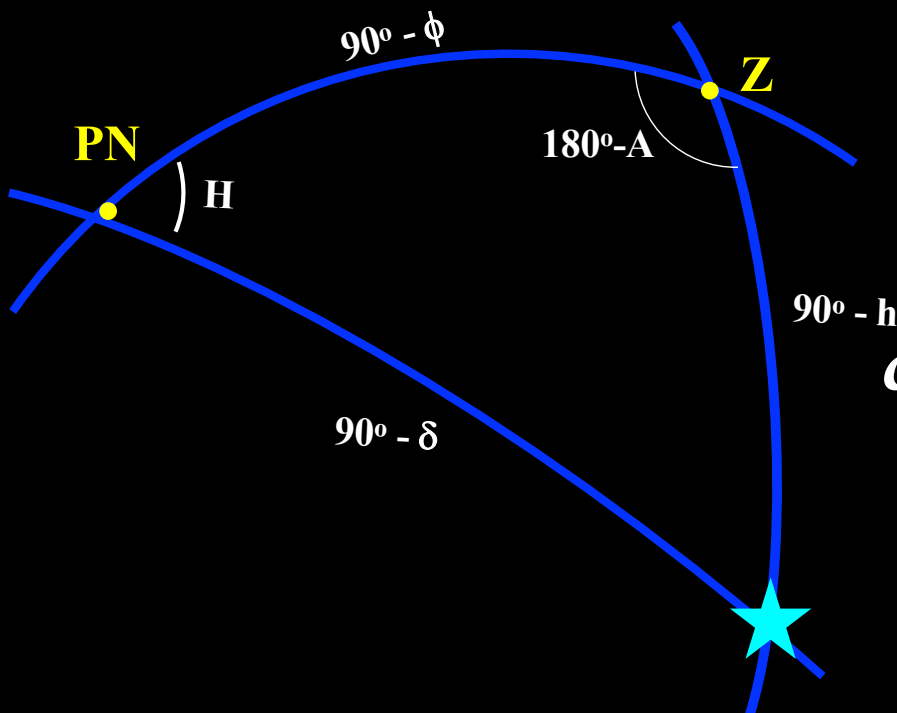
$$H_{Sol} = 0^\circ (0h)$$



$$\Delta T_{dia} = 0h$$



E5 - Para o mesmo observador do exercício anterior calcule a altura máxima que o Sol atinge nas mesmas datas.



$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$



$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \delta) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \cdot \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(H)$$

$$\sin h = \sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos H$$

E5 - Para o mesmo observador do exercício anterior calcule a altura máxima que o Sol atinge nas mesmas datas.

Equinócios

$$\phi = 66.5^\circ \quad \delta_{Sol} = 0^\circ \quad h_{max} \Rightarrow H = 0$$

$$\text{sen } h = \text{sen } \delta \cdot \text{sen } \phi + \text{cos } \delta \cdot \text{cos } \phi \cdot \text{cos } H$$

$$\text{sen } h_{max} = \text{cos } \phi$$

$$\text{sen } h_{max} = \text{sen}(90^\circ - \phi)$$

$$h_{max} = 90^\circ - \phi = 23.5^\circ$$

E5 - Para o mesmo observador do exercício anterior calcule a altura máxima que o Sol atinge nas mesmas datas.

Solstícios $\phi = 66.5^\circ$ $\delta_{Sol} = \pm 23.5^\circ$ $h_{max} \Rightarrow H = 0$

$$\text{sen } h = \text{sen } \delta \cdot \text{sen } \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos H$$

$$\text{sen } h_{max} = \text{sen}(\delta) \cdot \text{sen } \phi + \cos(\delta) \cdot \cos \phi$$

$$\text{sen } h_{max} = \text{sen}(\delta) \cdot \cos(90 - \phi) + \cos(\delta) \cdot \text{sen}(90 - \phi)$$

$$\text{sen } h_{max} = \text{sen}(\delta + 90 - \phi)$$

$$h_{max} = \delta + 90 - \phi$$



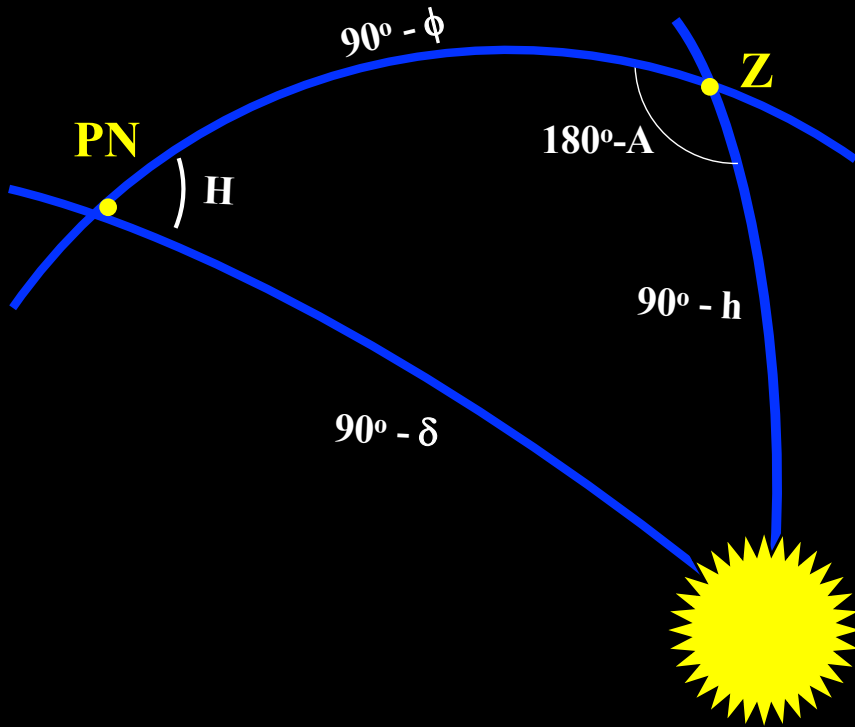
Verão

$$h_{max} = 47^\circ$$

Inverno

$$h_{max} = 0^\circ$$

duração da parte clara do dia



$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$h_{Sol} = 0$$



$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$



$$\Delta t_{\text{visib.}} = 2 \cdot H_{\text{ocaso}}$$

FIM