

Física dos Materiais – 4300502

1º Semestre de 2016

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Professor: **Luiz C. C. M. Nagamine**

E-mail: nagamine@if.usp.br

Fone: **3091.6877**

homepage: <http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=10070>

Suponha que seja desejado encontrar alguma concentração específica de soluto, C_1 , numa liga; o lado esquerdo da Equação agora torna-se $(C_1 - C_0) / (C_s - C_0) = \text{constante}$

Se este for o caso, o lado direito desta mesma expressão é também constante e, subsequentemente, $\{x/[2(Dt)^{1/2}]\} = \text{constante}$

Ou $[x^2 / Dt] = \text{constante}$

Alguns cálculos de difusão são assim facilitados com base nesta correlação, como demonstrado no Problema Exemplo a seguir.

Exemplo 1: Os coeficientes de difusão de cobre em alumínio a 500 e 600°C São $4,8 \times 10^{-14}$ e $5,3 \times 10^{-13} \text{ m}^2/\text{s}$, respectivamente . Determine o tempo aproximado a 500 °C que produzirá o mesmo resultado de difusão (em Termos de concentração de Cu em algum ponto específico no alumínio) Com 10 h de tratamento térmico a 600°C.

$$x = \text{constante}$$

$$Dt = \text{constante}$$

$$D_{500}t_{500} = D_{600}t_{600}$$

$$t_{500} = \frac{D_{600}t_{600}}{D_{500}} = \frac{(5,3 \times 10^{-13} \text{ m}^2/\text{s})(10\text{h})}{4,8 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$$t_{500} = 110,4 \text{ h}$$

Difusão em cristais

Difusão em Estado Não-Estacionário

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

$$\frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right)$$

Onde, $\operatorname{erf}(z)$ é a função erro

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-y^2} dy$$

1.1. Diffusion Equation $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$

1.1-1. Particular solutions of the diffusion (heat) equation:

$$w(x) = Ax + B,$$

$$w(x, t) = A(x^2 + 2at) + B,$$

$$w(x, t) = A(x^3 + 6atx) + B,$$

$$w(x, t) = A(x^4 + 12atx^2 + 12a^2t^2) + B,$$

$$w(x, t) = x^{2n} + \sum_{k=1}^n \frac{(2n)(2n-1) \dots (2n-2k+1)}{k!} (at)^k x^{2n-2k},$$

$$w(x, t) = x^{2n+1} + \sum_{k=1}^n \frac{(2n+1)(2n) \dots (2n-2k+2)}{k!} (at)^k x^{2n-2k+1},$$

$$w(x, t) = A \exp(a\mu^2 t \pm \mu x) + B,$$

$$w(x, t) = A \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right) + B,$$

$$w(x, t) = A \exp(-a\mu^2 t) \cos(\mu x + B) + C,$$

$$w(x, t) = A \exp(-\mu x) \cos(\mu x - 2a\mu^2 t + B) + C,$$

$$w(x, t) = A \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) + B,$$

where A , B , C , and μ are arbitrary constants, n is a positive integer, $\operatorname{erf} z \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-\xi^2) d\xi$ is the error function (probability integral).

Exemplo 2

For some applications, it is necessary to harden the surface of a steel (or iron-carbon alloy) above that of its interior. One way this may be accomplished is by increasing the surface concentration of carbon in a process termed **carburizing**; the steel piece is exposed, at an elevated temperature, to an atmosphere rich in a hydrocarbon gas, such as methane (CH_4).

Consider one such alloy that initially has a uniform carbon concentration of 0.25 wt% and is to be treated at 950°C (1750°F). If the concentration of carbon at the surface is suddenly brought to and maintained at 1.20 wt%, how long will it take to achieve a carbon content of 0.80 wt% at a position 0.5 mm below the surface? The diffusion coefficient for carbon in iron at this temperature is $1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$; assume that the steel piece is semi-infinite.

$$\begin{aligned} C_0 &= 0.25 \text{ wt\% C} \\ C_s &= 1.20 \text{ wt\% C} \\ C_x &= 0.80 \text{ wt\% C} \\ x &= 0.50 \text{ mm} = 5 \times 10^{-4} \text{ m} \\ D &= 1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} &= \frac{0.80 - 0.25}{1.20 - 0.25} = 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{(5 \times 10^{-4} \text{ m})}{2\sqrt{(1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s})(t)}} \right] \\ 0.4210 &= \operatorname{erf} \left(\frac{62.5 \text{ s}^{1/2}}{\sqrt{t}} \right) \end{aligned}$$

Uma interpolação é necessária:

z	$\text{erf}(z)$
0.35	0.3794
z	0.4210
0.40	0.4284

$$\frac{z - 0.35}{0.40 - 0.35} = \frac{0.4210 - 0.3794}{0.4284 - 0.3794}$$

$$z = 0.392$$

$$\frac{62.5 \text{ s}^{1/2}}{\sqrt{t}} = 0.392$$

$$t = \left(\frac{62.5 \text{ s}^{1/2}}{0.392} \right)^2 = 25,400 \text{ s} = 7.1 \text{ h}$$

Física dos Materiais – 4300502

1º Semestre de 2016

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Professor: **Luiz C. C. M. Nagamine**

E-mail: nagamine@if.usp.br

Fone: **3091.6877**

homepage: <http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=10070>

Propriedades Mecânicas dos Metais

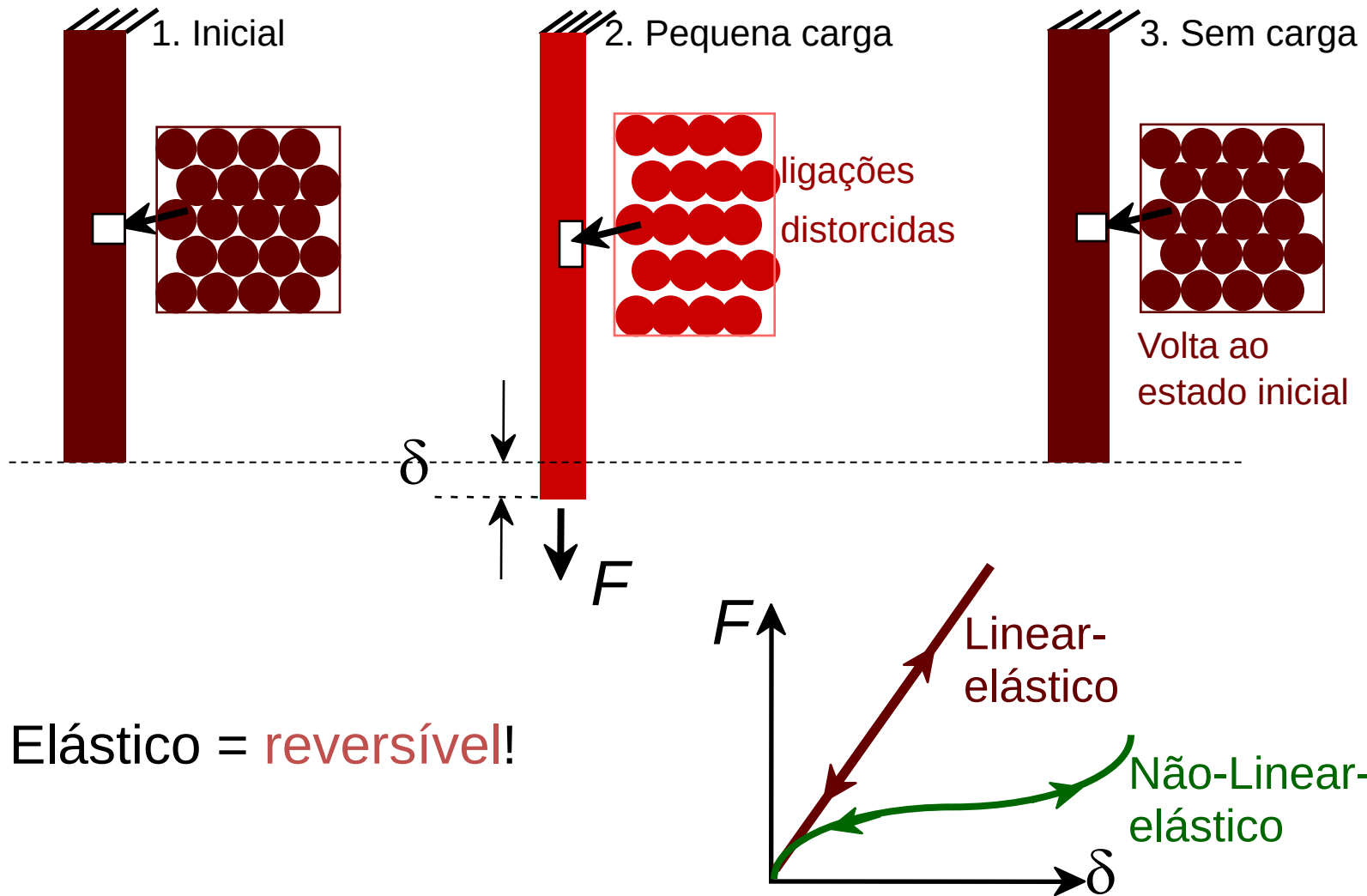
Propriedades: resistência, dureza, ductilidade e rigidez

Para um engenheiro de projeto é necessário se conhecer as propriedades mecânicas de um material, para poder otimizar o seu uso em aplicações específicas.

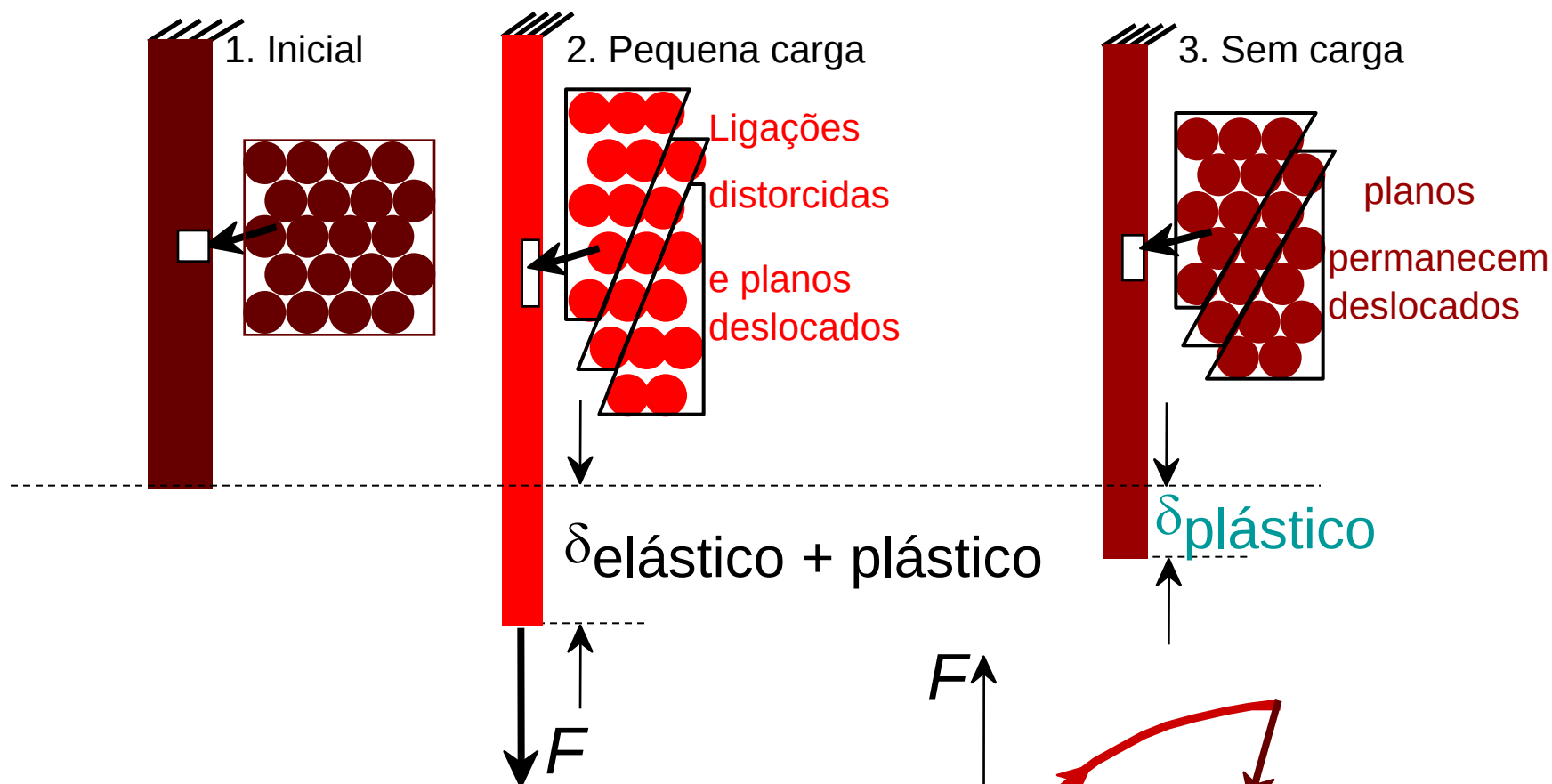
Para um engenheiro metalurgista ou de materiais é importante se conhecer os processos de preparação de um material, para otimizar as suas propriedades mecânicas.

Para um físico é mais significativo conhecer a origem das propriedades mecânicas dos materiais.

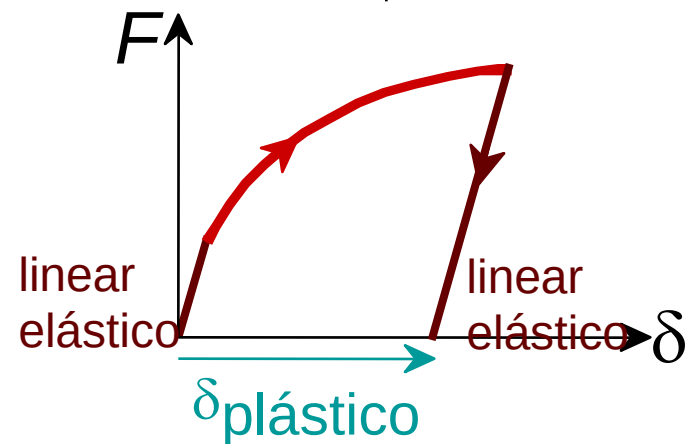
Deformação elástica



Deformação Plástica (Metais)

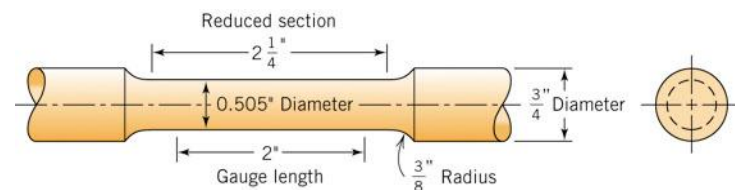
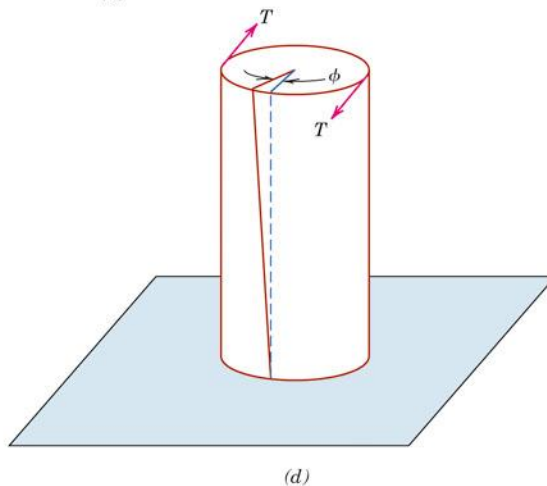
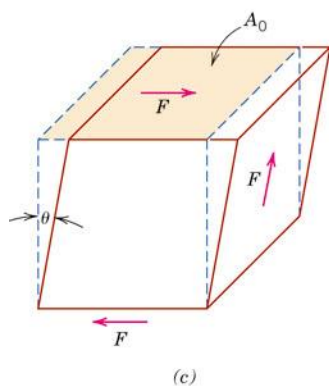
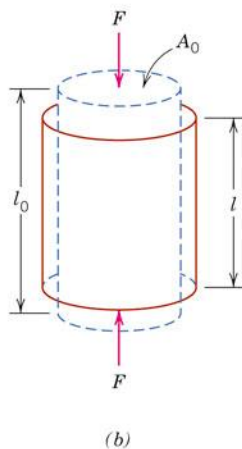
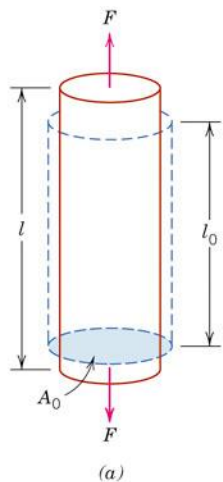


Plástico = permanente!



Propriedades Mecânicas dos Metais

Conceitos de Tensão e Deformação



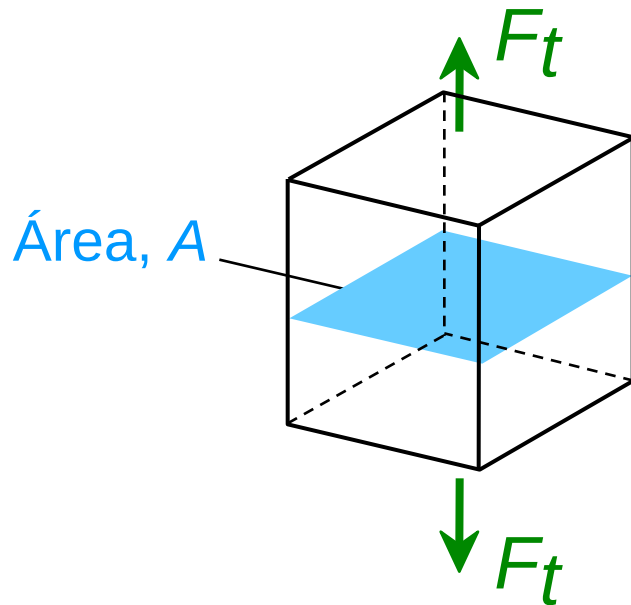
Corpo de prova

a) Tensão distensiva, b) tensão compressiva, c) tensão de cisalhamento e d) tensão torcional

Propriedades Mecânicas dos Metais

Conceitos de Tensão e Deformação

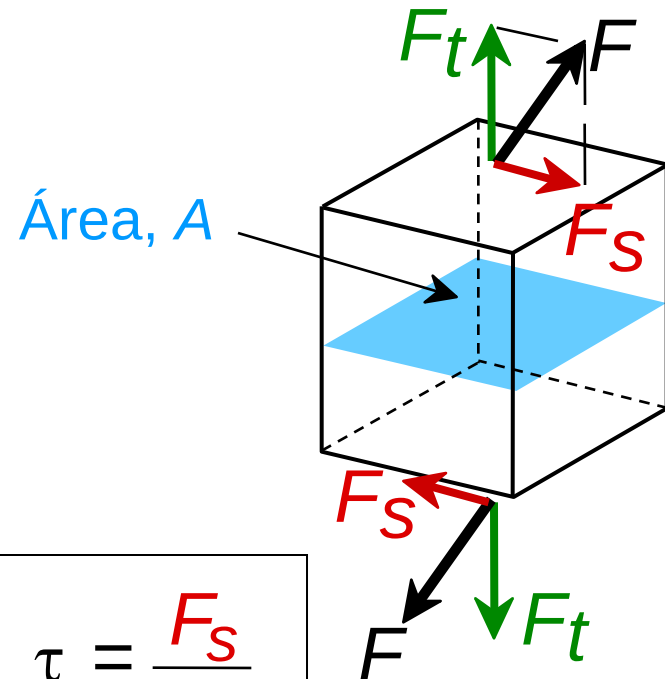
- Tensão distensiva σ :



$$\sigma = \frac{F_t}{A_o} = \frac{\text{lb}_f}{\text{in}^2} \text{ or } \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Área original
antes da carga

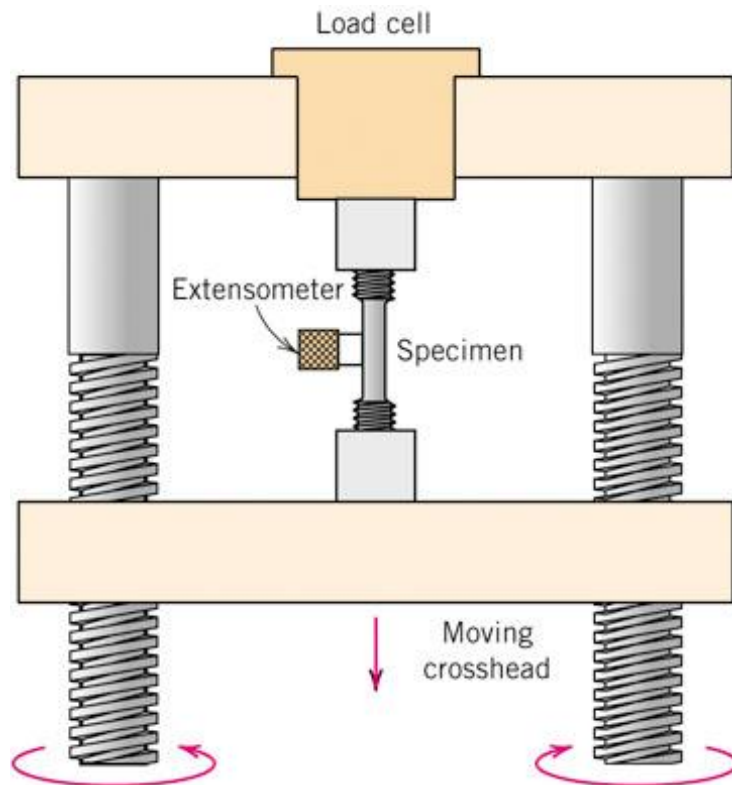
- Tensão de cisalhamento τ :



$$\tau = \frac{F_s}{A_o}$$

Propriedades Mecânicas dos Metais

Conceitos de Tensão e Deformação



Desenho esquemático de um equipamento para ensaios de tensão-deformação

Em geral, os ensaios são destrutivos !

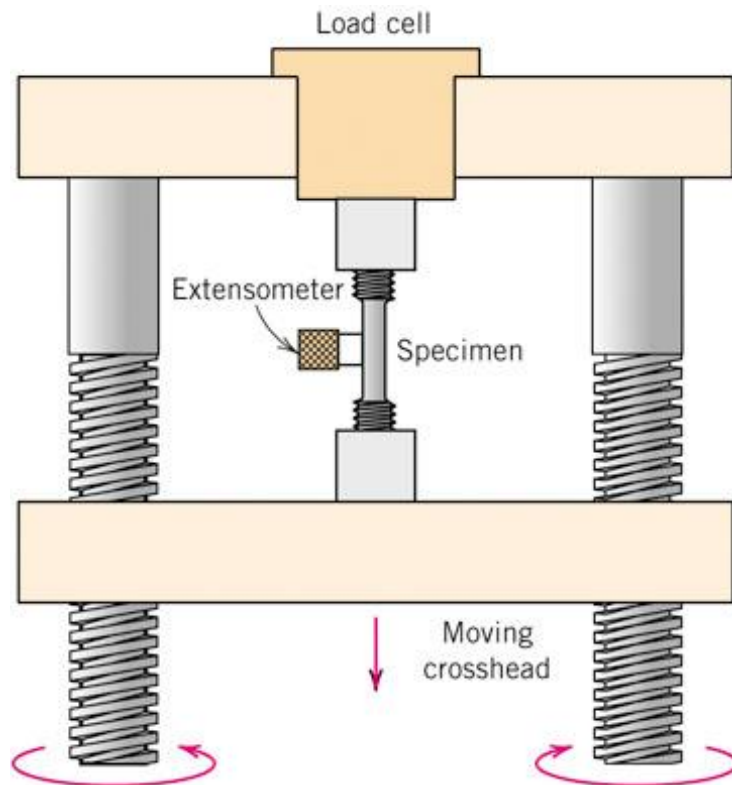
Tensão $\sigma = \frac{F}{A_0}$

Unidades: N/m² (1 MPa: 10⁶ N/m²)

Deformação $\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$

Propriedades Mecânicas dos Metais

Conceitos de Tensão e Deformação



Ensaio compressivo são usados em estudos sob grande deformação ou em materiais muito frágeis.

Ensaio de Cisalhamento

Tensão $\tau = \frac{F_s}{A_0}$

Unidades: N/m² (1 MPa: 10⁶ N/m²)

Deformação $\gamma = \tan \theta$

Ensaio torcionais

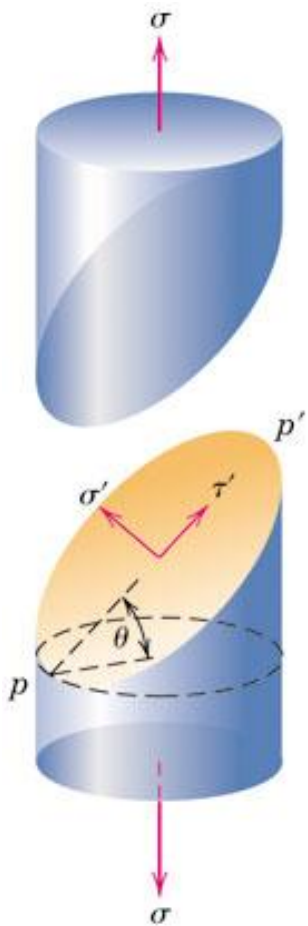
Tensão $\sigma \propto \text{torque}$

Deformação $\gamma \propto \phi$

Propriedades Mecânicas dos Metais

Conceitos de Tensão e Deformação

Em geral, temos misturas de tensões distensivas e de cisalhamento



Tensão distensiva

$$\sigma' = \sigma \cos^2 \theta = \sigma \left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2} \right)$$

Tensão de cisalhamento

$$\tau' = \tau \sin \theta \cos \theta = \tau \left(\frac{\sin 2\theta}{2} \right)$$

Propriedades Mecânicas dos Metais

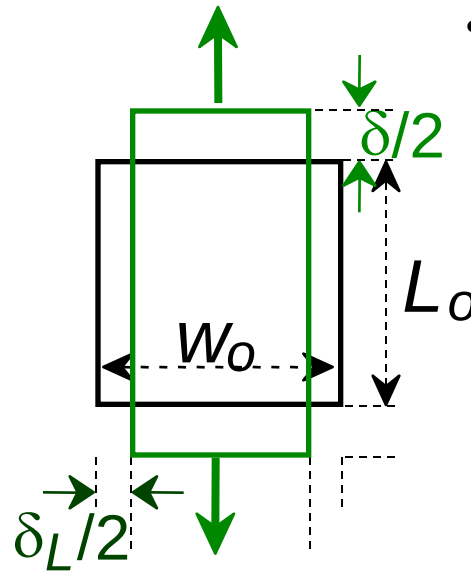
Deformação Elástica

- deformação distensiva

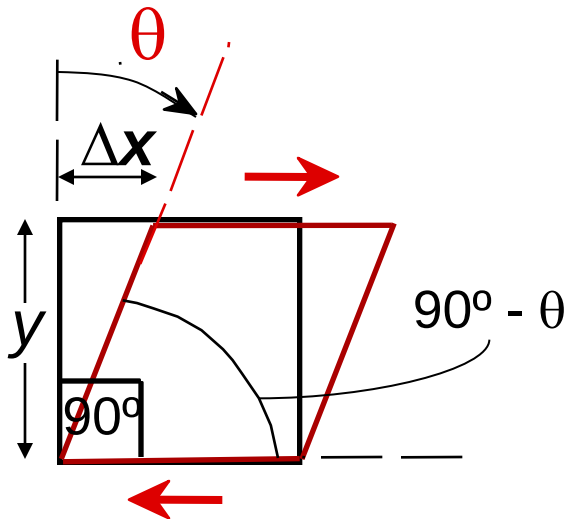
$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_o}$$

- Deformação lateral

$$\varepsilon_L = \frac{-\delta_L}{W_o}$$



- Deformação cisalhante



$$\gamma = \Delta x / y = \tan \theta$$

Deformação é sempre adimensional.

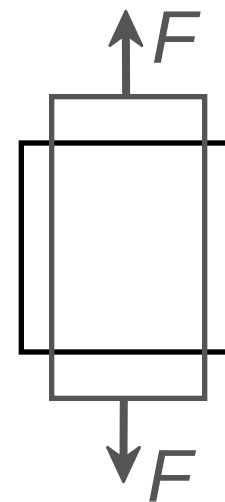
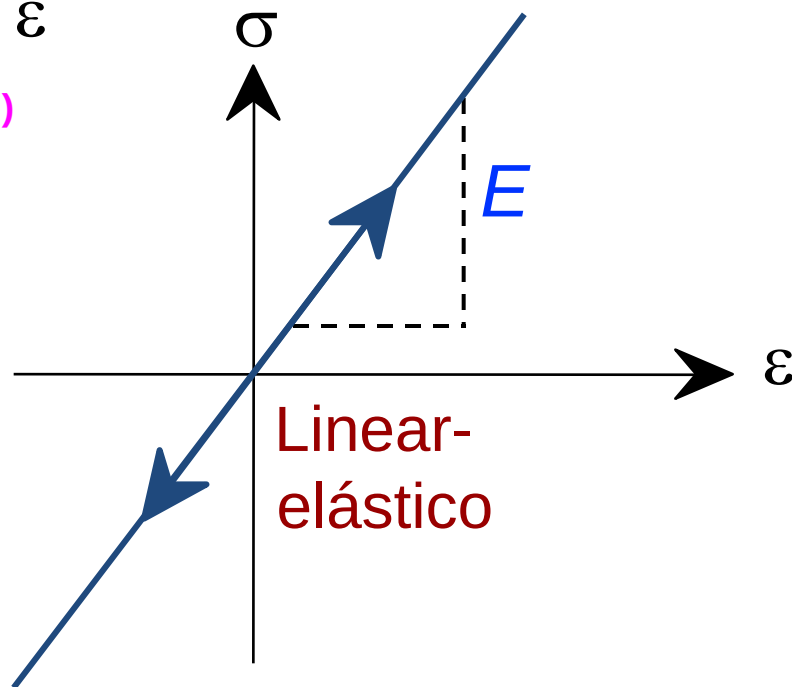
Propriedades Mecânicas dos Metais

Deformação Elástica

- **Módulo de Elasticidade, E**
(ou módulo de Young)
- **Lei de Hooke**

$$\sigma = E \varepsilon$$

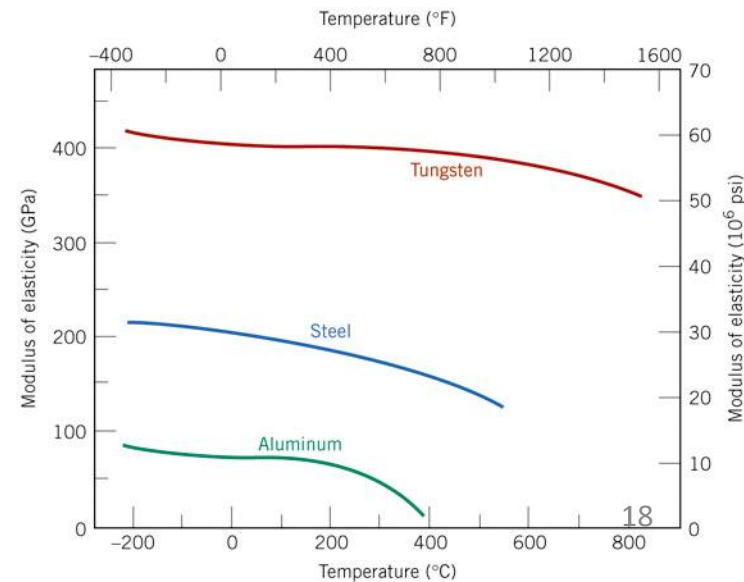
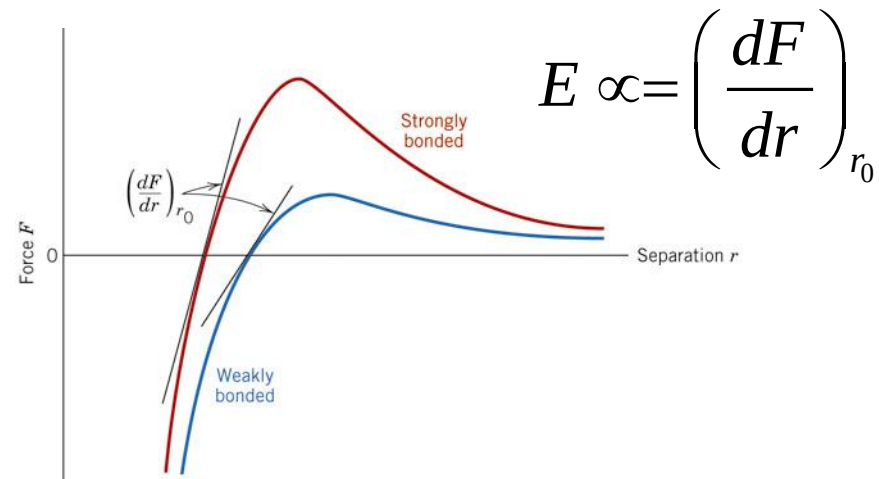
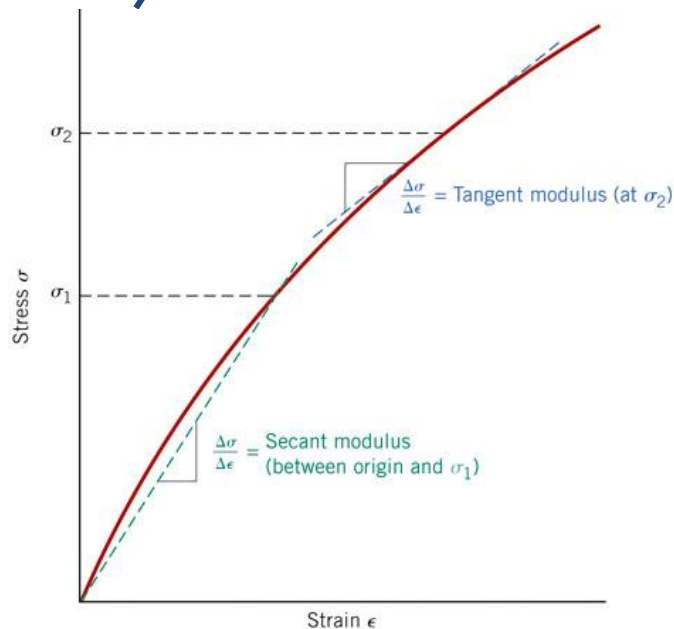
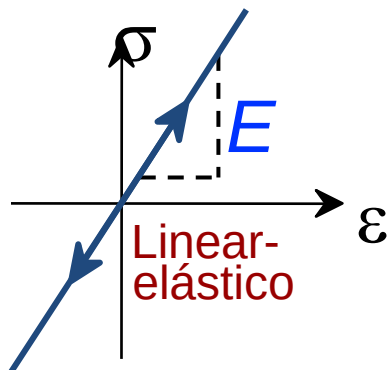
($F = K x$)



Propriedades Mecânicas dos Metais

Deformação Elástica

- Módulo de Elasticidade, E**
(ou módulo de Young)

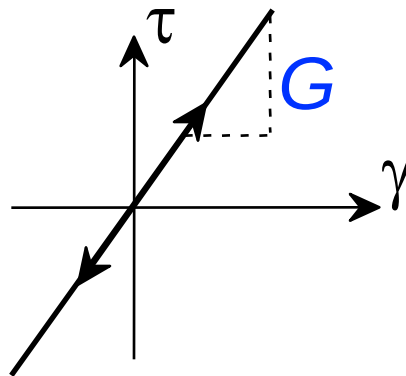


Propriedades Mecânicas dos Metais

Outros módulos elásticos

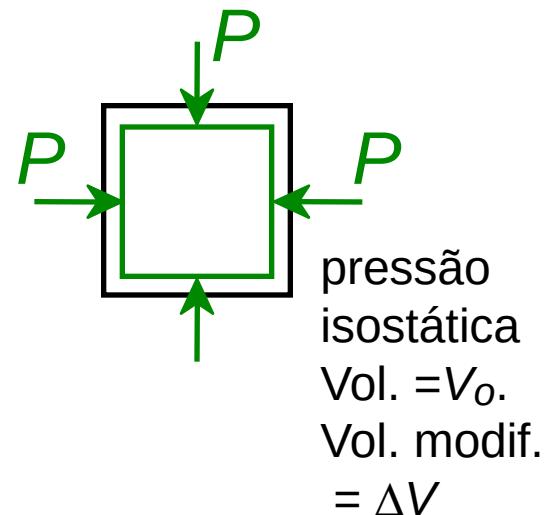
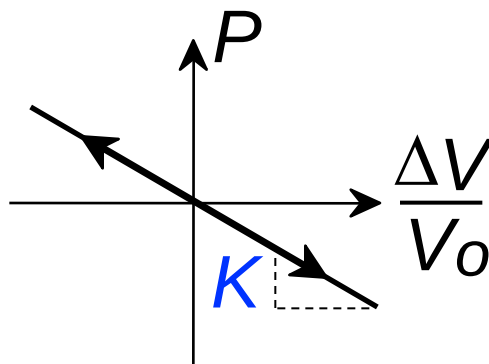
- **Módulo de cisalhamento, G :**

$$\tau = G \gamma$$



- **Módulo volumétrico, K :**

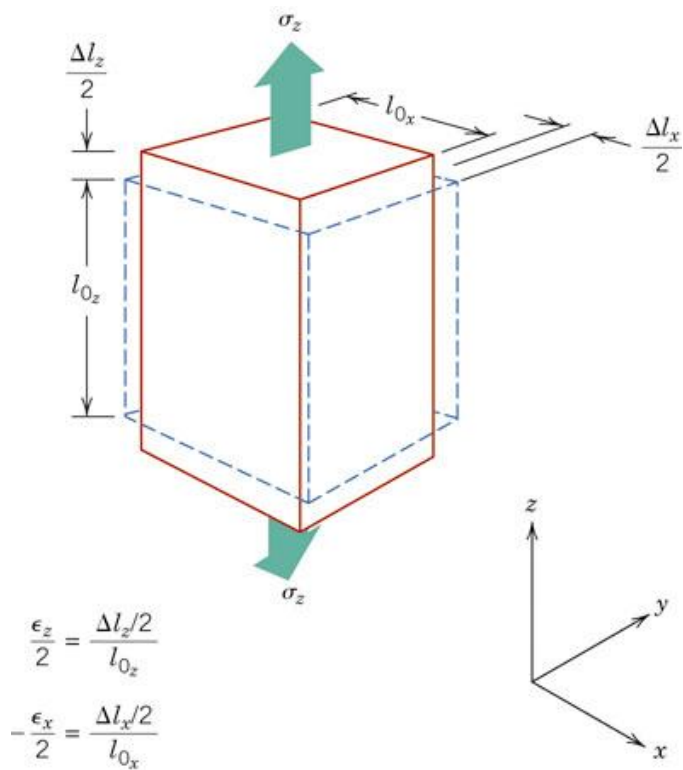
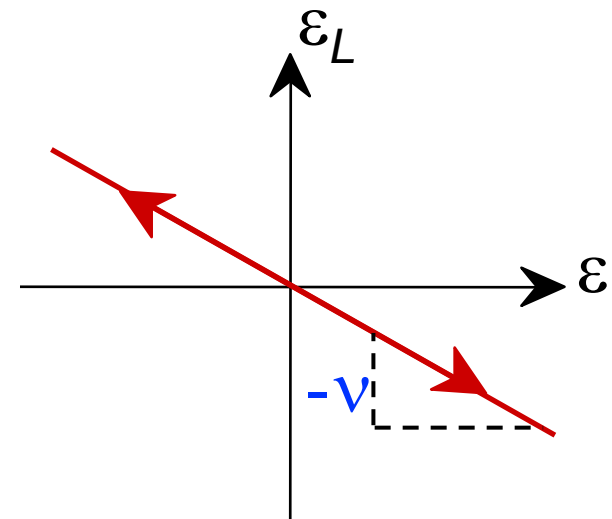
$$P = -K \frac{\Delta V}{V_0}$$



Propriedades Mecânicas dos Metais

• Coeficiente de Poisson, ν :

$$\nu = -\frac{\epsilon_L}{\epsilon}$$



metals: $\nu \sim 0.33$

ceramics: $\nu \sim 0.25$

polymers: $\nu \sim 0.40$

Para materiais isotrópicos:

$$E = 2G(1 + \nu)$$

Propriedades Mecânicas dos Metais

<i>Metal Alloy</i>	<i>Modulus of Elasticity</i>		<i>Shear Modulus</i>		<i>Poisson's Ratio</i>
	<i>GPa</i>	<i>10⁶ psi</i>	<i>GPa</i>	<i>10⁶ psi</i>	
Aluminum	69	10	25	3.6	0.33
Brass	97	14	37	5.4	0.34
Copper	110	16	46	6.7	0.34
Magnesium	45	6.5	17	2.5	0.29
Nickel	207	30	76	11.0	0.31
Steel	207	30	83	12.0	0.30
Titanium	107	15.5	45	6.5	0.34
Tungsten	407	59	160	23.2	0.28

Para materiais isotrópicos:

$$E = 2G(1 + \nu)$$