Astronomia de Posição
2º semestre - 2023

Aula_16 – 06/11/2023

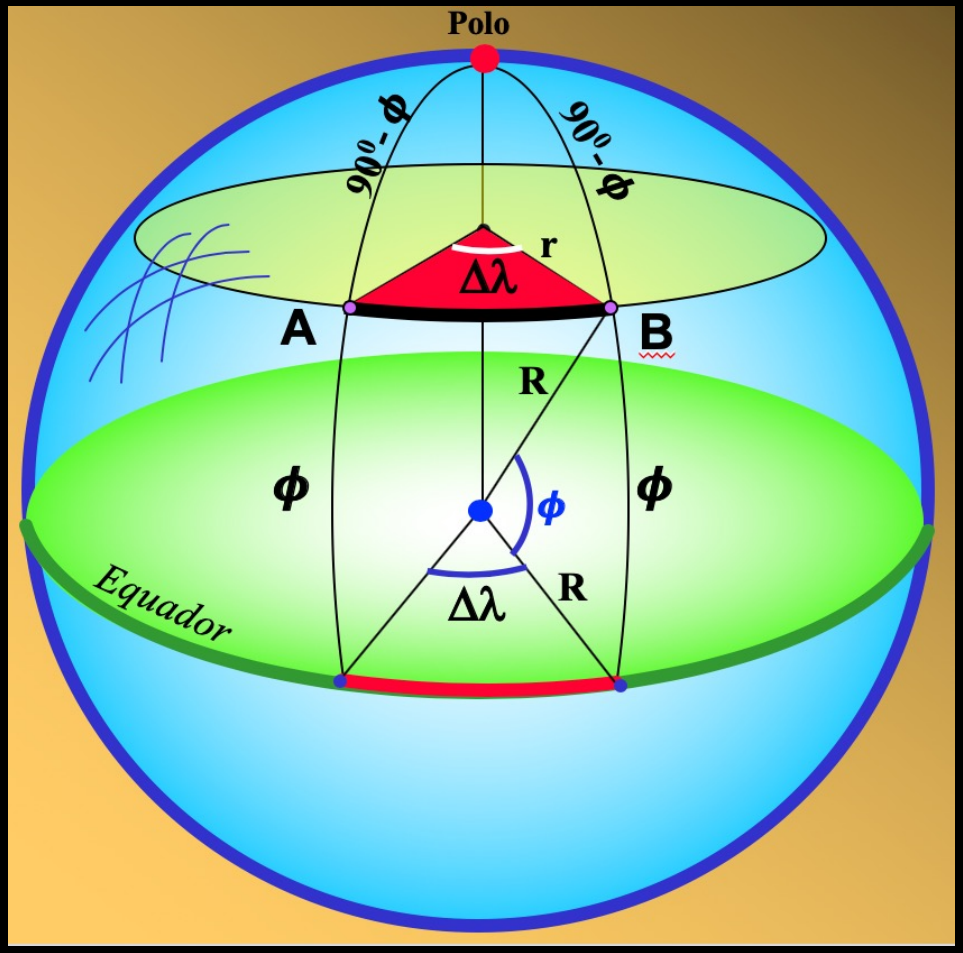
Noções de trigonometria esférica

Ramachrisna Teixeira
IAG-USP
rama.teixeira@iag.usp.br

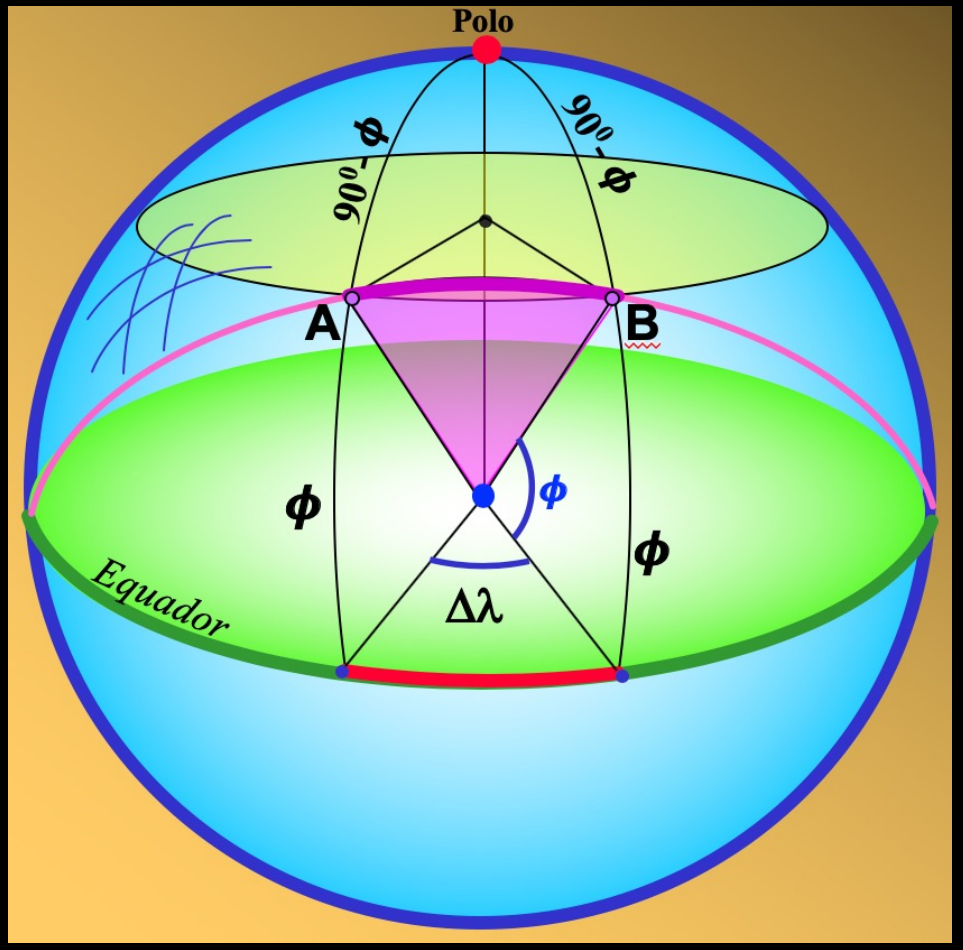
Gaia/ESA/DPAC

E1 - Duas cidades A e B estão sobre um mesmo paralelo de latitude (38º 33´ N) e afastadas por 123º 19´ em longitude. Tomando o raio da Terra igual a 6378Km calcule a distância em Km entre as duas cidades ao longo do paralelo e ao longo do grande círculo.

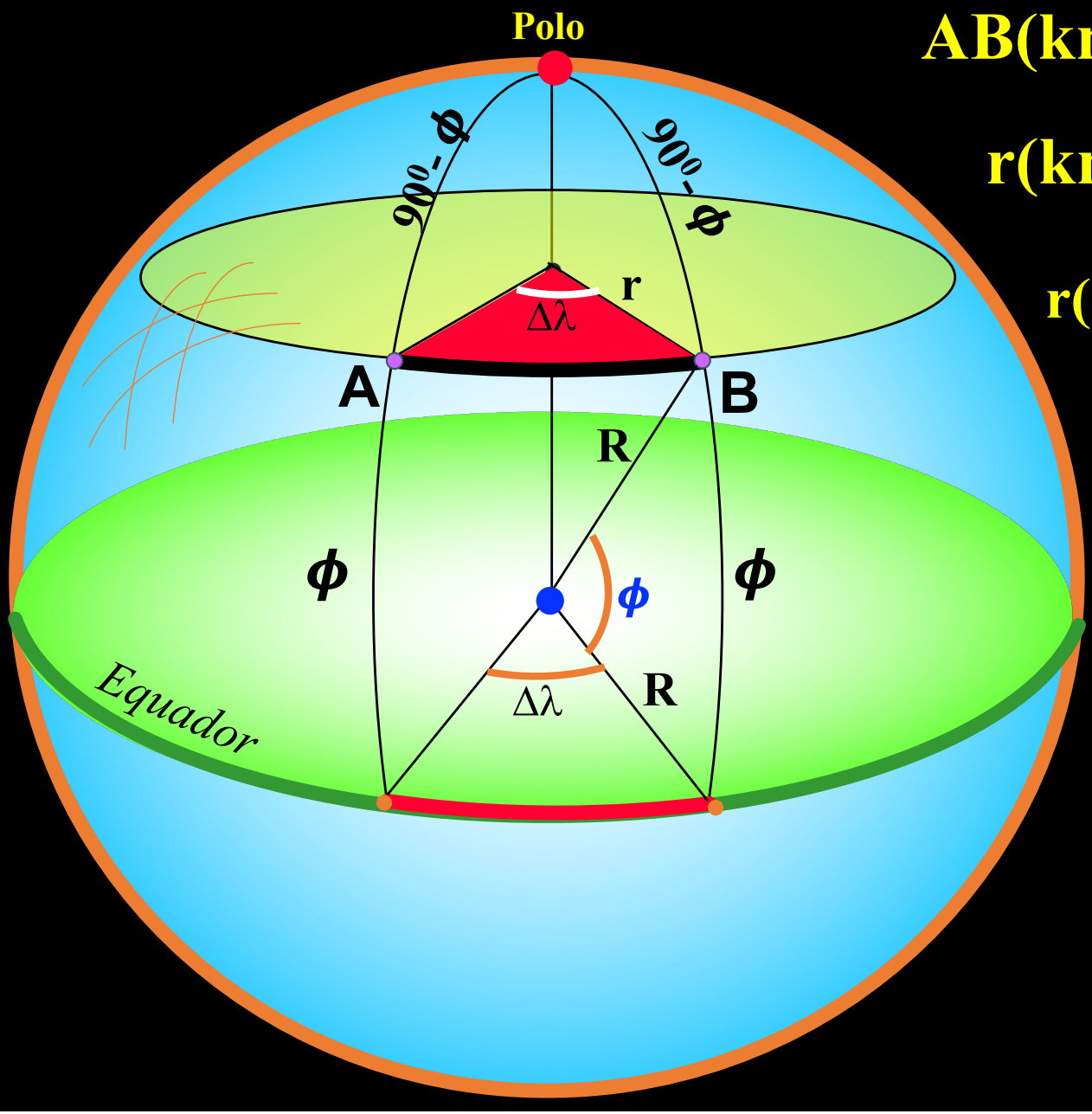
a) AB em Km – paralelo de latitude



b) AB em Km - grande círculo



a) AB em Km – paralelo de latitude



$AB(km) = r(km) \cdot \Delta\lambda(rd)$

$r(km) = R(km) \cdot \cos\phi$

$r(km) = 6378 \times 0.78 = 4988Km$

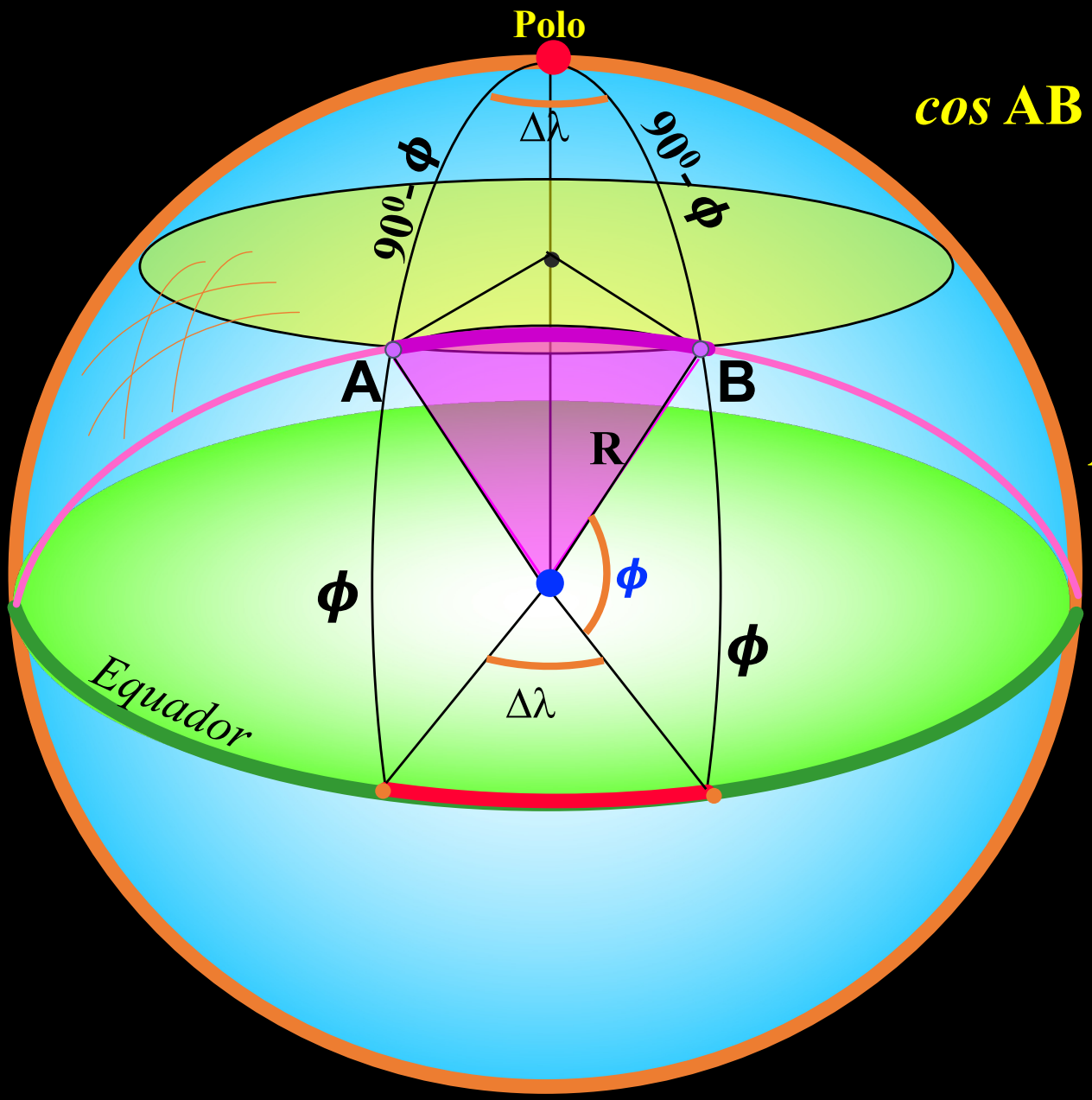
$AB(km) = 4988 \times 2.15$

⬇

AB = 10736 Km

b) AB em Km - grande círculo

$$\cos AB = \cos(90-\phi) \cdot \cos(90-\phi) + \operatorname{sen}(90-\phi) \cdot \operatorname{sen}(90-\phi) \cdot \cos \Delta\lambda$$



$$\cos AB = \operatorname{sen}^2\phi + \cos^2\phi \cdot \cos \Delta\lambda$$

$$\cos AB = 0.048661$$

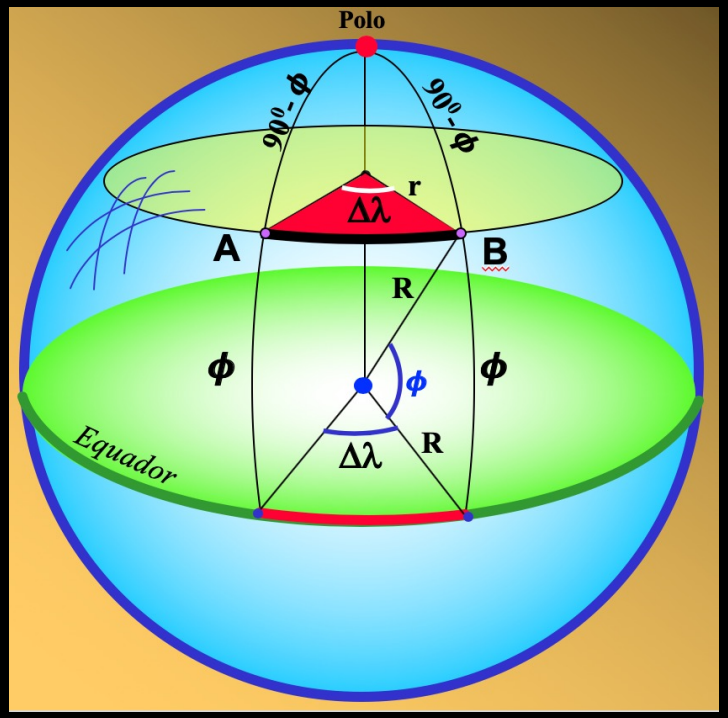
$$AB = 87.2^{\circ} = 1.522rd$$

$$AB(km) = R(km) \cdot AB(rd)$$

$$AB(km) = 6378 \times 1.522$$

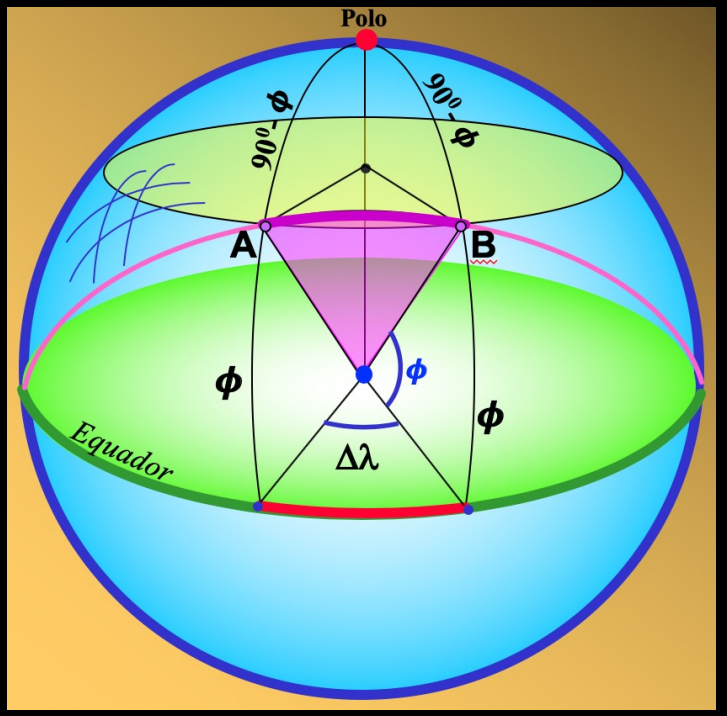
$$AB = 9708\ Km$$

a) AB em Km – paralelo de latitude



AB = 10736 Km

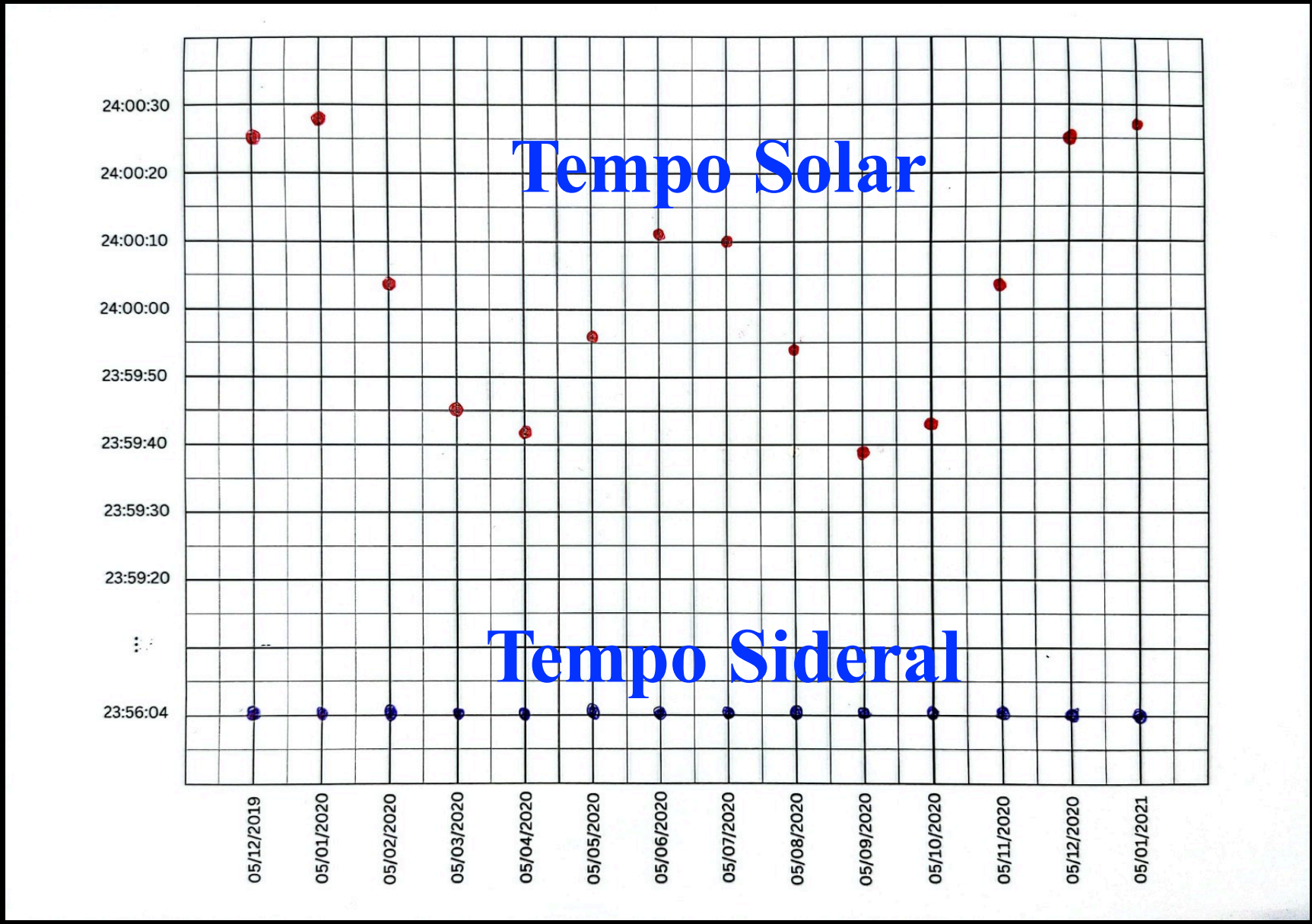
b) AB em Km - grande círculo



AB = 9708 Km

E2 - Obter a variação da ascensão reta do Sol em função da variação de sua longitude eclíptica.

Movimento anual aparente do Sol em Ascensão Reta - Stellarium



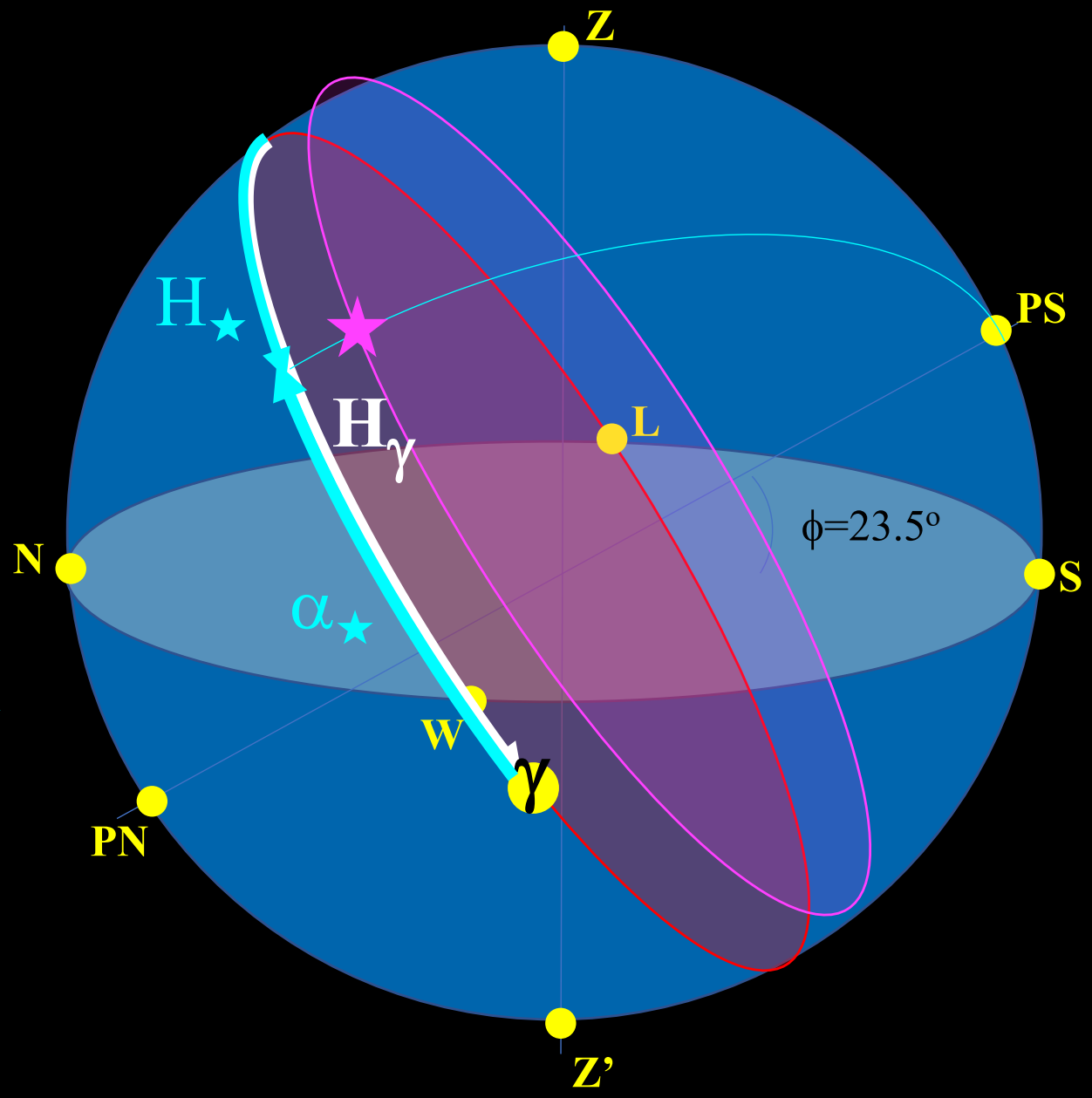
Tempo Sideral

$$TS = H\gamma$$

$$\Downarrow$$

$$TS = H_{\star} + \alpha_{\star}$$

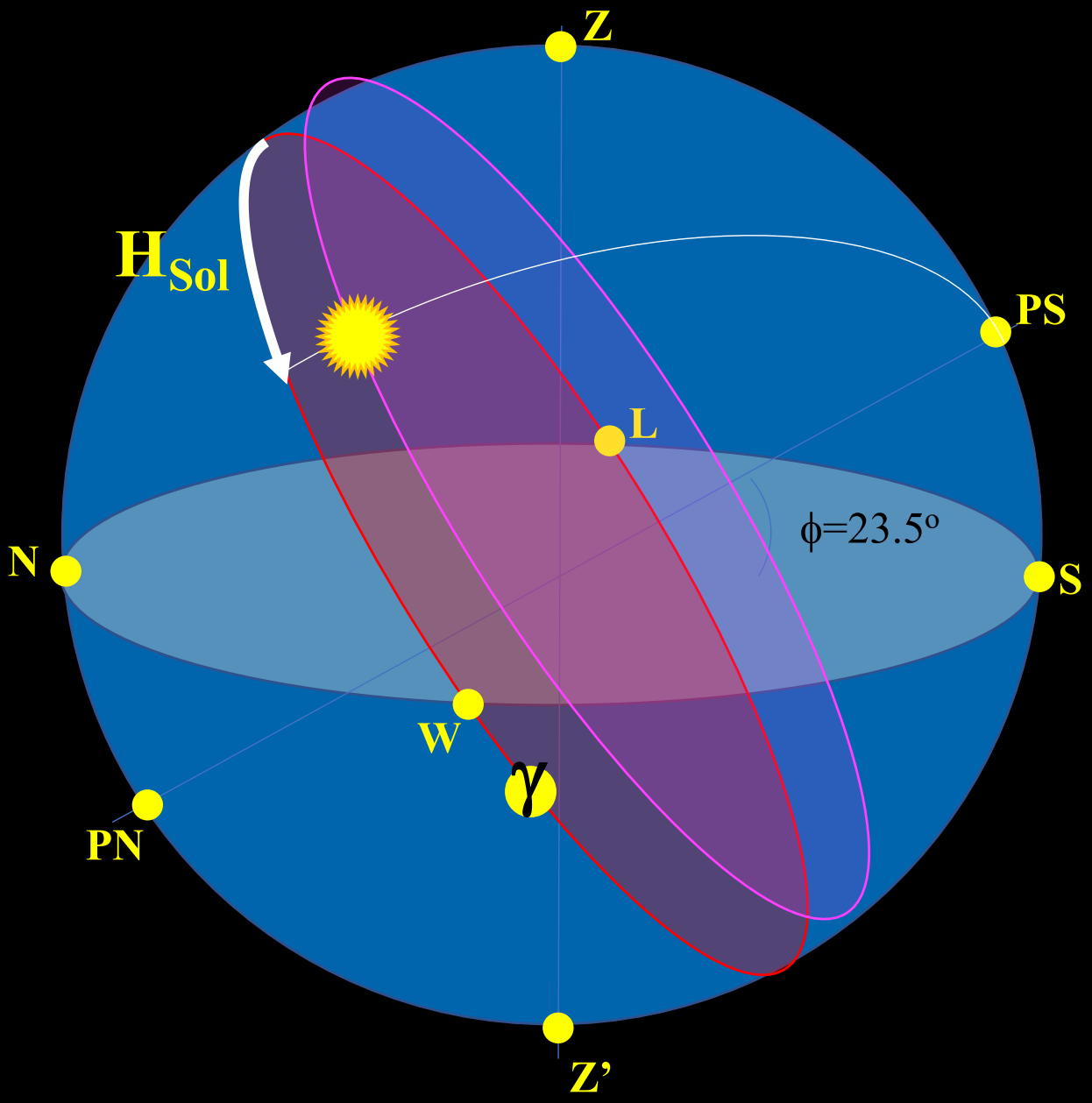
TS uniforme a menos de irregularidades na rotação da Terra e de deslocamentos do ponto vernal



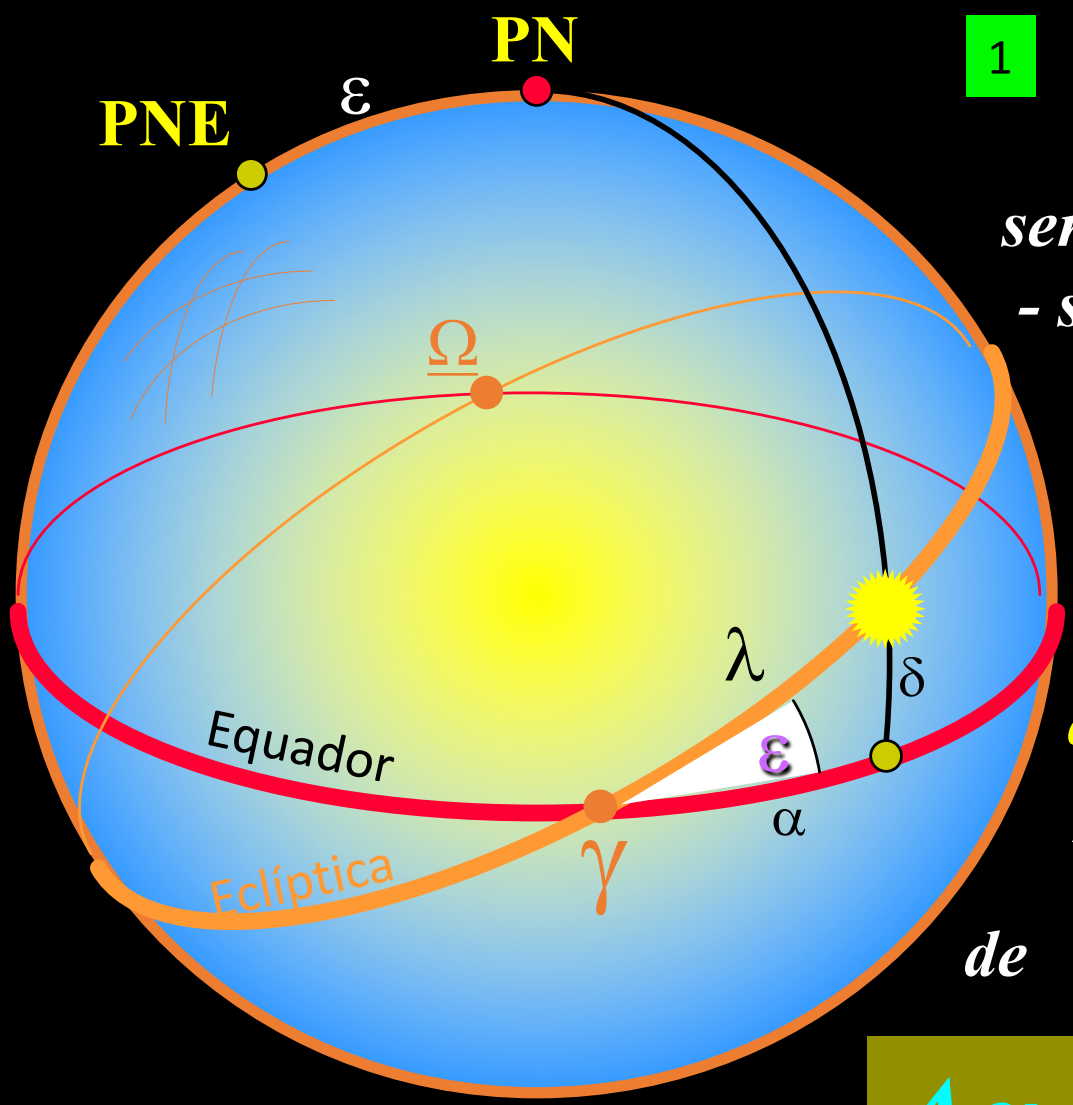
Tempo Solar

$T_{Sol} = H_{Sol} + 12h$

não uniforme devido ao seu movimento variável em ascensão reta



E2 - Obter a variação da ascensão reta do Sol em função da variação de sua longitude eclíptica.



$$\cos\lambda = \cos\delta \,.\, \cos\alpha + \operatorname{sen}\delta \,.\, \operatorname{sen}\alpha \,.\, \cos 90^o$$

1 $\quad \cos\lambda = \cos\delta \,.\, \cos\alpha$

$$\operatorname{sen}\lambda \,.\, \cos\varepsilon = \cos\delta \,.\, \operatorname{sen}\alpha - \\ - \operatorname{sen}\delta \,.\, \cos\alpha \,.\, \cos 90^o$$

2 $\quad \operatorname{sen}\lambda \,.\, \cos\varepsilon = \cos\delta \,.\, \operatorname{sen}\alpha$

2 ÷ 1

$$tg\alpha = tg\lambda \,.\, \cos\varepsilon$$

derivando em relação ao tempo

$$\Delta\alpha / \cos^2\alpha = \Delta\lambda \,.\, \cos\varepsilon / \cos^2\lambda$$

de 1 $\quad \cos^2\lambda = \cos^2\delta \,.\, \cos^2\alpha$

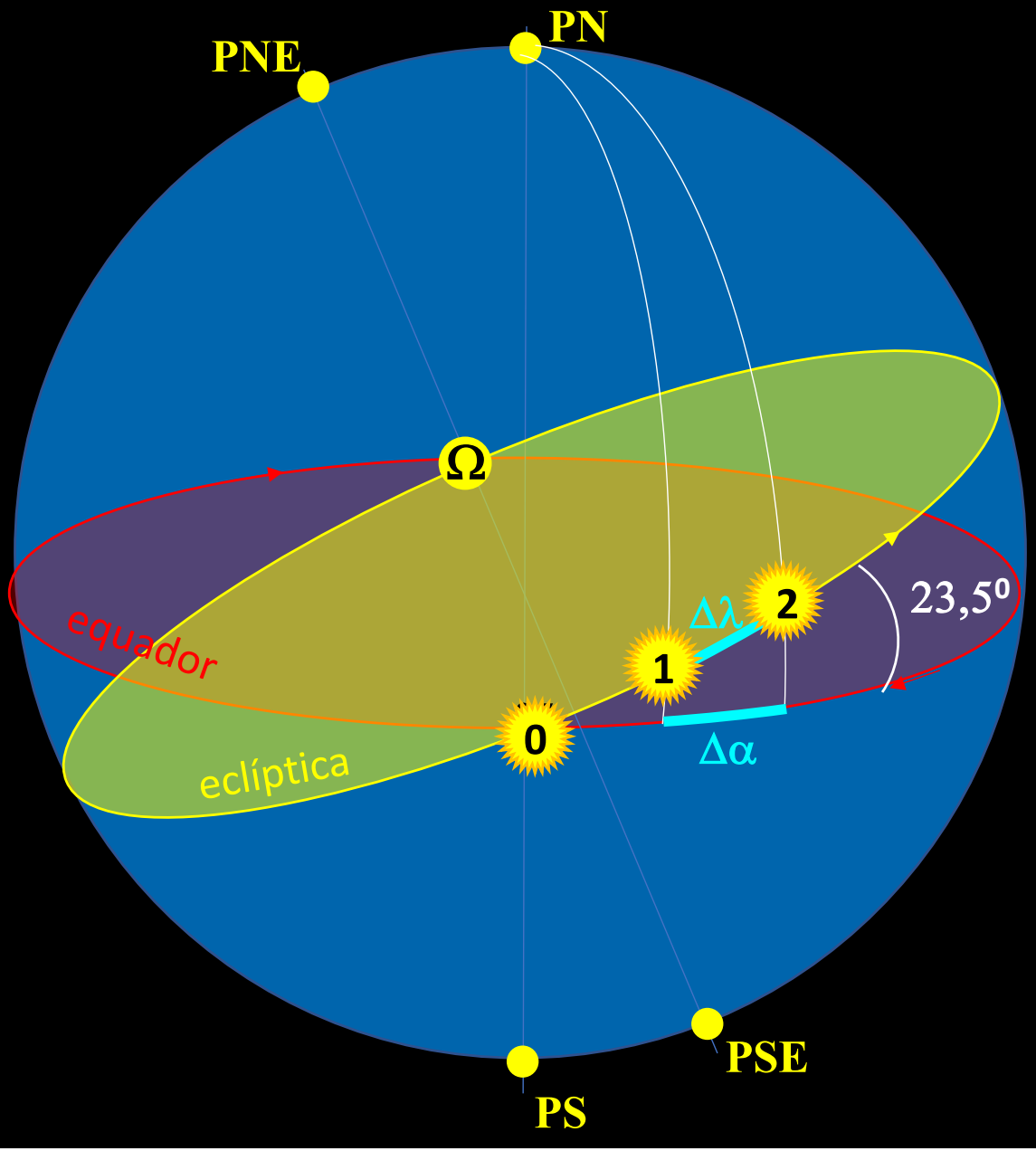
$$\Delta\alpha = \Delta\lambda \,.\, \cos\varepsilon / \cos^2\delta$$

Movimento anual aparente do Sol em Ascensão Reta

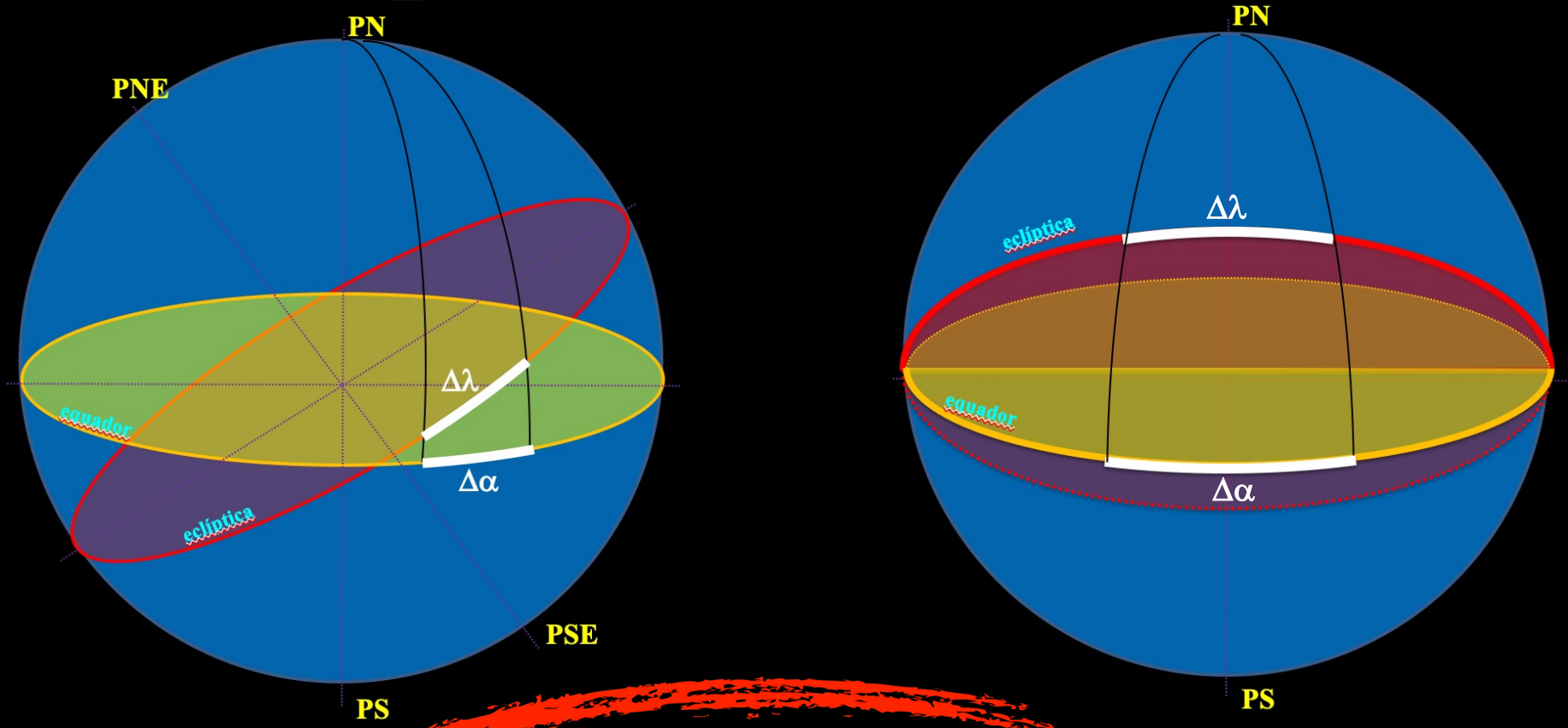
$\Delta\alpha$ variável devido:

- ***Não uniformidade do movimento solar aparente na eclíptica (Kepler $\Rightarrow \Delta\lambda$ variável)***

- ***Projeção deslocamento na eclíptica sobre o equador depende da posição do Sol.***

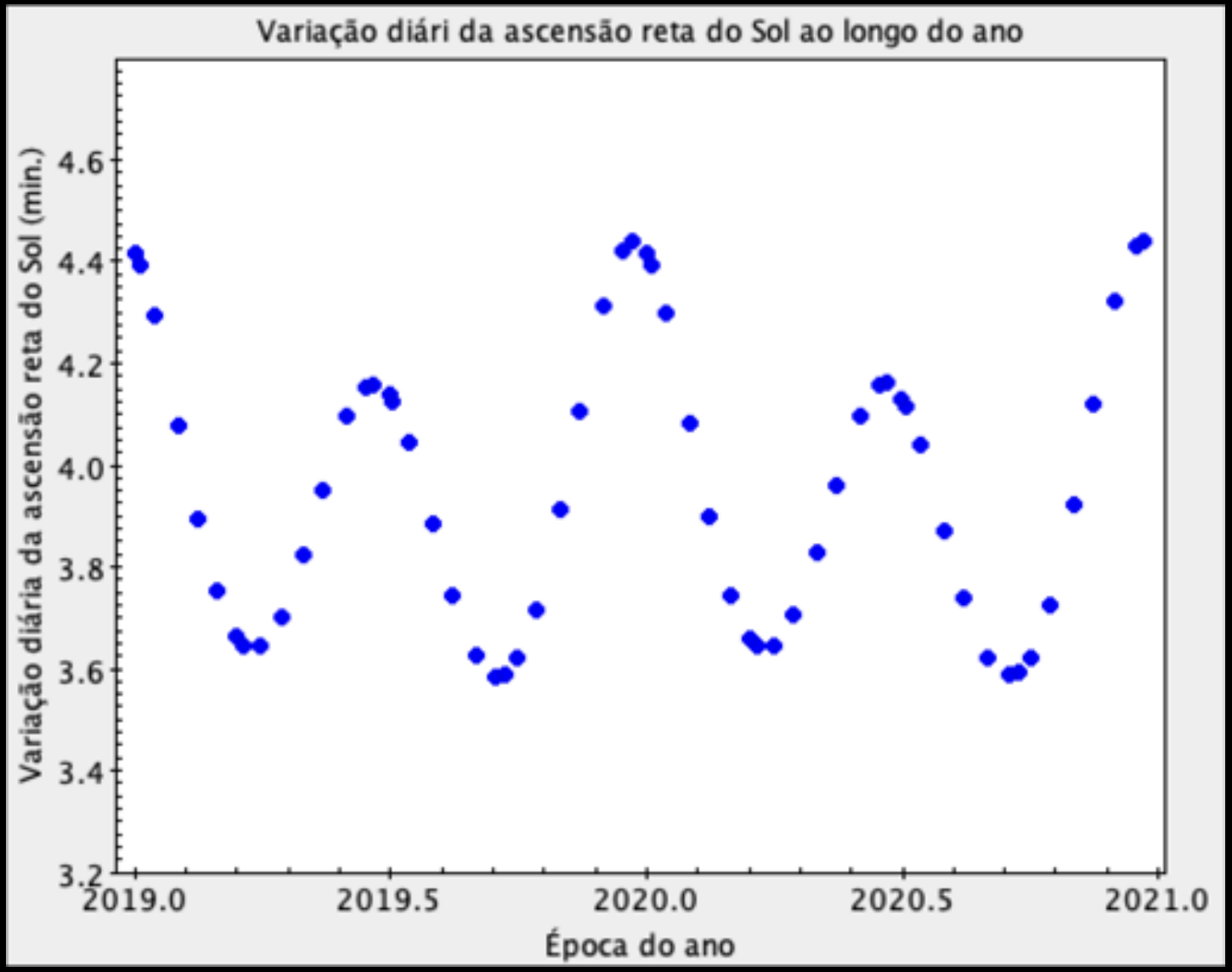


Irregularidades do Tempo Solar Verdadeiro



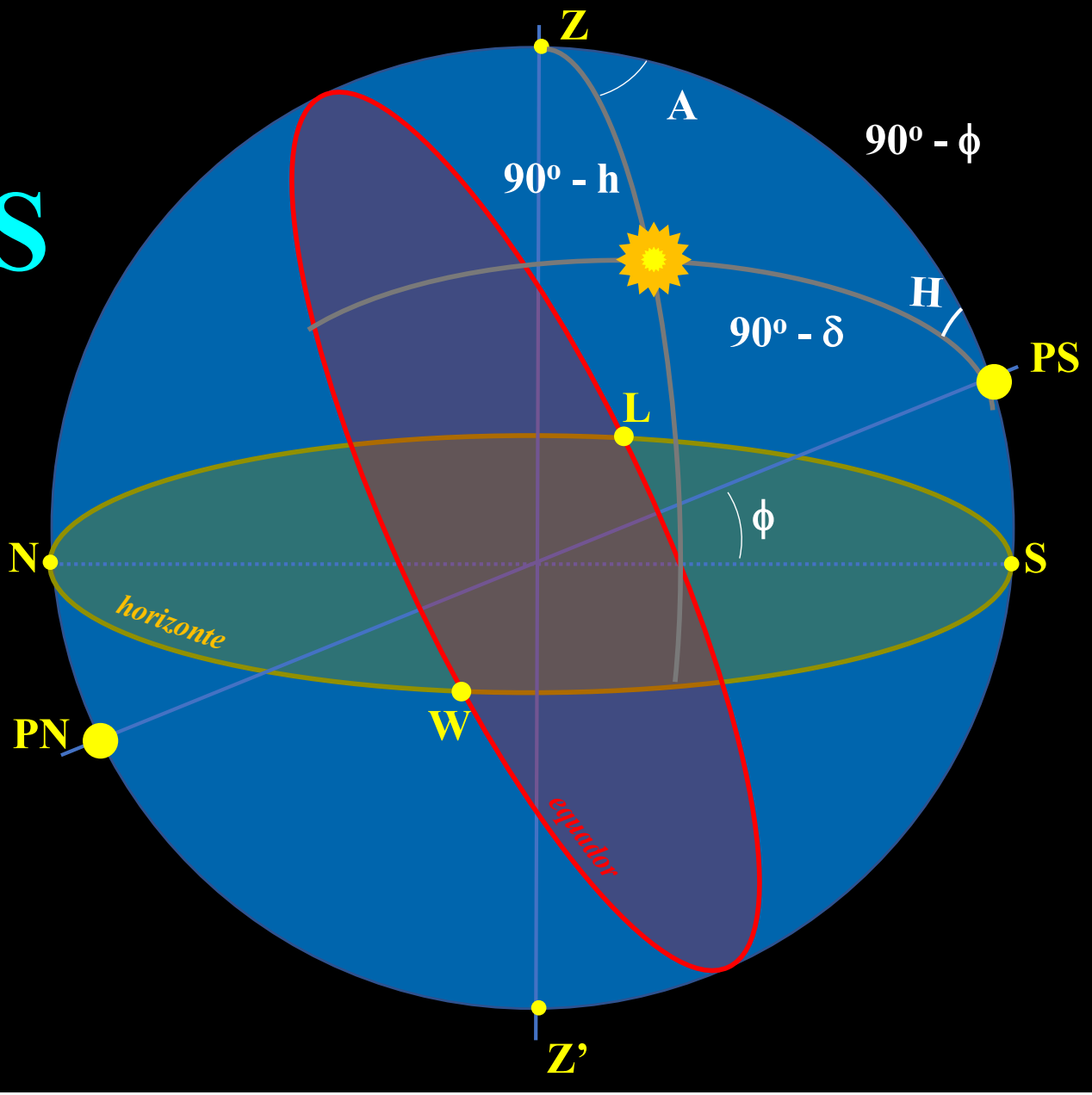
$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\lambda.\cos\varepsilon}{\cos^2\delta}$$

Variação da ascensão reta do ao longo do ano

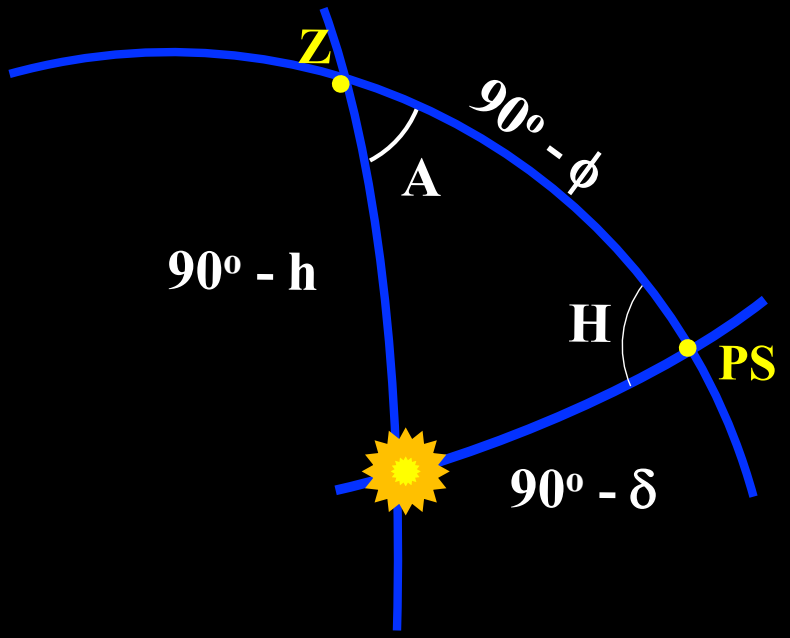


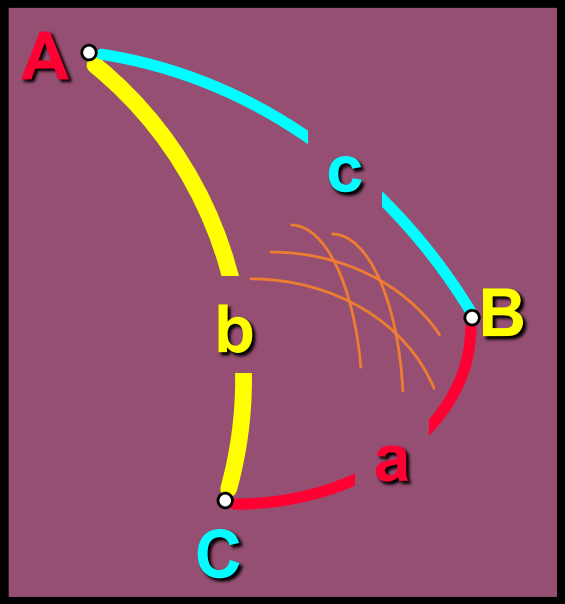
E3 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

solstício de verão - HS



solstício de verão - HS



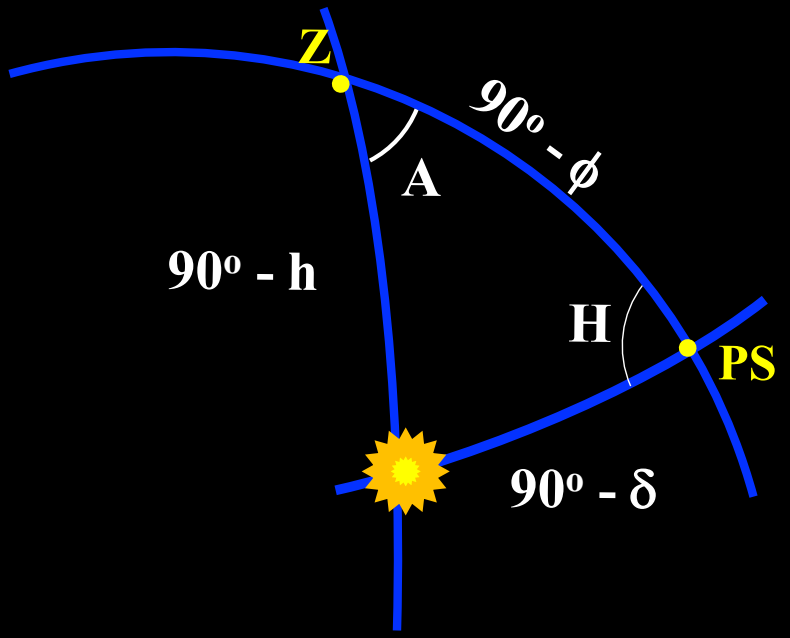


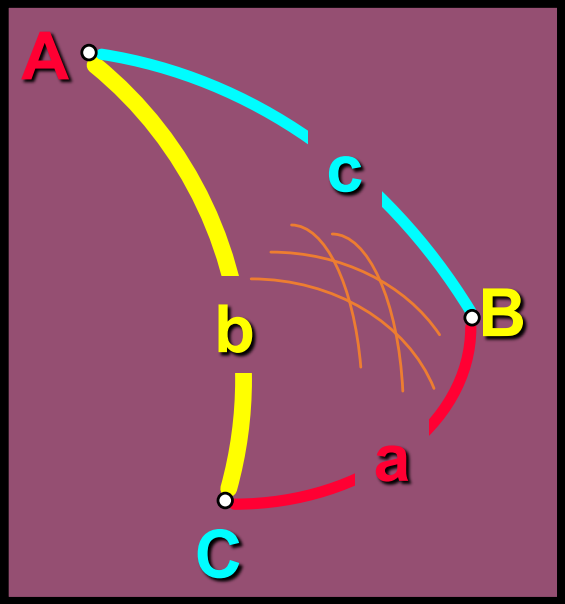
$$\cos a = \cos b \,.\, \cos c + \operatorname{sen} b \,.\, \operatorname{sen} c \,.\, \cos A$$

$$\cos(90^o-\delta) = \cos(90^o-h).\cos(90^o-\phi) + \operatorname{sen}(90^o-h).\operatorname{sen}(90^o-\phi).\cos(A)$$

$$\operatorname{sen}(\delta) = \operatorname{sen}(h).\operatorname{sen}(\phi) + \cos(h).\cos(\phi).\cos(A)$$

solstício de verão - HS





$$sen(\delta) = sen(h).sen(\phi) + cos(h).cos(\phi).cos(A)$$

nascer/ocaso ➡ $h = 0^o$

$$sen(\delta) = cos(\phi).cos(A)$$

solstício de verão - HS

$$sen(\delta) = cos(\phi).cos(A)$$

$$cos(A) = \frac{sen(\delta)}{cos(\phi)}$$

equinócios ➡ $\delta = 0^o$

$$cos(A) = 0 \begin{cases} \rightarrow A_o = 90^o \\ \rightarrow A_n = 270^o \end{cases}$$

solstício de verão - HS

$$sen(\delta) = cos(\phi).cos(A)$$

$$cos(A) = \frac{sen(\delta)}{cos(\phi)}$$

solstício verão ➡ $\delta = 23,5^o$ *figura já organizada com o Sol no hemisfério sul*

$$cos(A) = +tg(23,5^o)$$

➡ $A_n = 295,8^o$

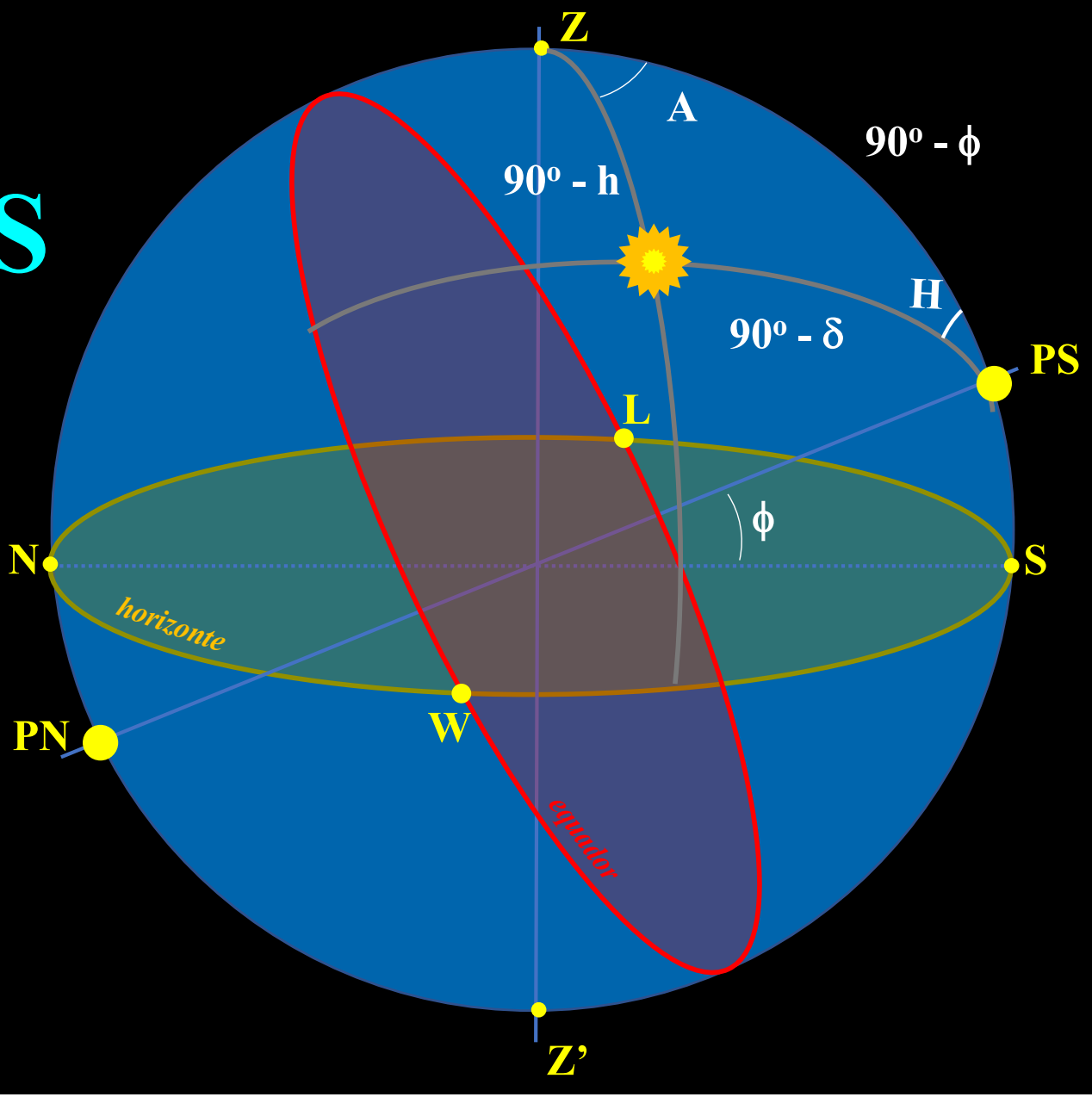
➡ $A_o = 64,2^o$

E3 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

solstício de verão - HS

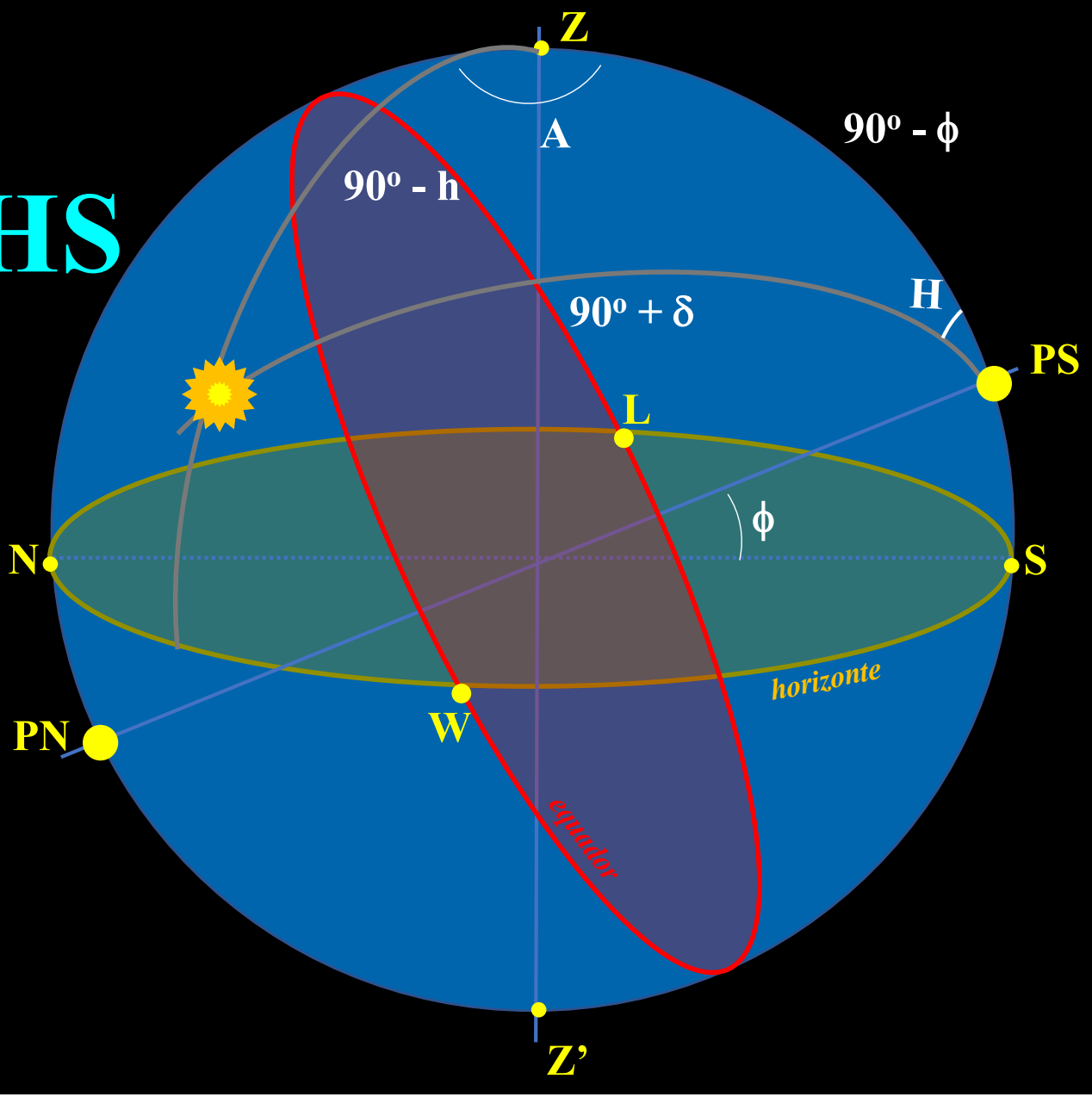
$A_n = 295{,}8^o$

$A_o = 64{,}2^o$

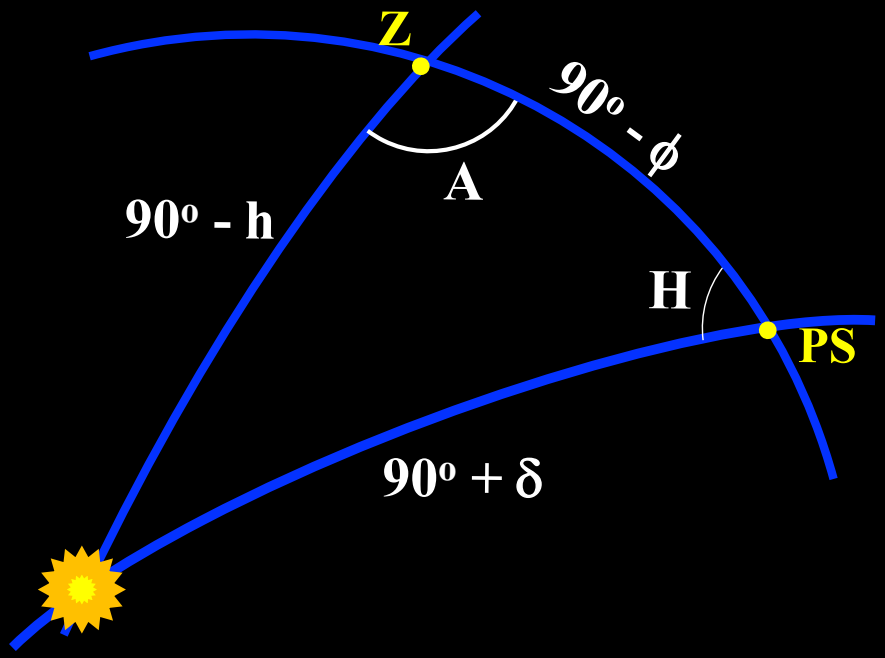


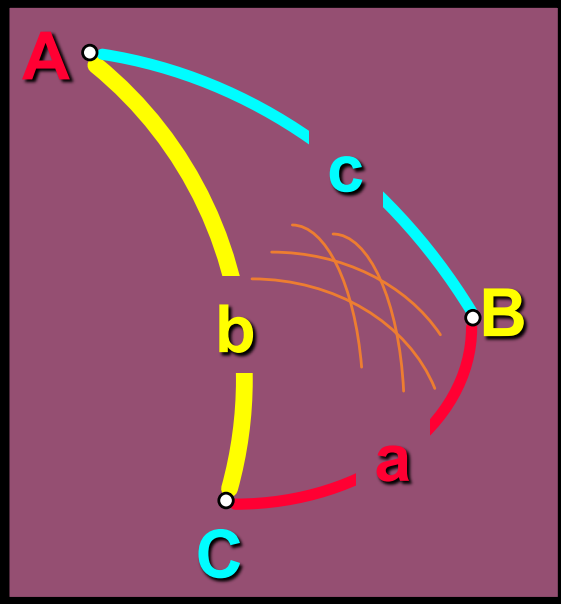
E3 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

solstício de inverno - HS



solstício de inverno - HS





$$\cos a = \cos b \,.\, \cos c + \operatorname{sen} b \,.\, \operatorname{sen} c \,.\, \cos A$$

$$\cos(90^o+\delta) = \cos(90^o-h).\cos(90^o-\phi) + \operatorname{sen}(90^o-h).\operatorname{sen}(90^o-\phi).\cos(A)$$

$$-\operatorname{sen}(\delta) = \operatorname{sen}(h).\operatorname{sen}(\phi) + \cos(h).\cos(\phi).\cos(A)$$

solstício de inverno - HS

$$-sen(\delta) = sen(h).sen(\phi) + cos(h).cos(\phi).cos(A)$$

nascer/ocaso ➡ $h = 0^o$

$$sen(\delta) = -cos(\phi).cos(A) \rightarrow cos(A) = \frac{-sen(\delta)}{cos(\phi)}$$

solstício inverno ➡ $\delta = 23{,}5^o$ *figura já organizada com o Sol no hemisfério norte*

$$cos(A) = -tg(23{,}5^o)$$

➡ $A_n = 244{,}2^o$

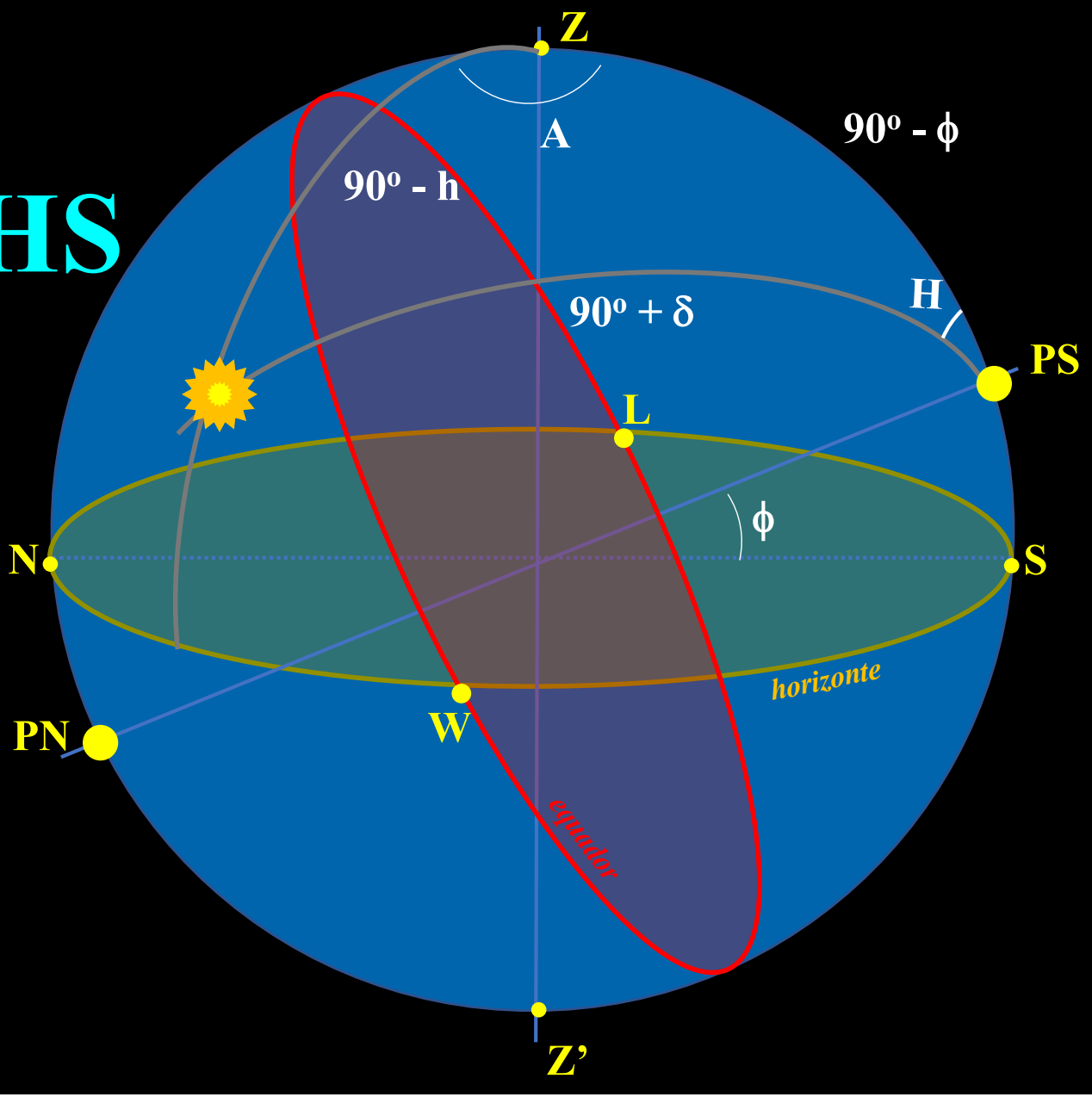
➡ $A_o = 115{,}8^o$

E3 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

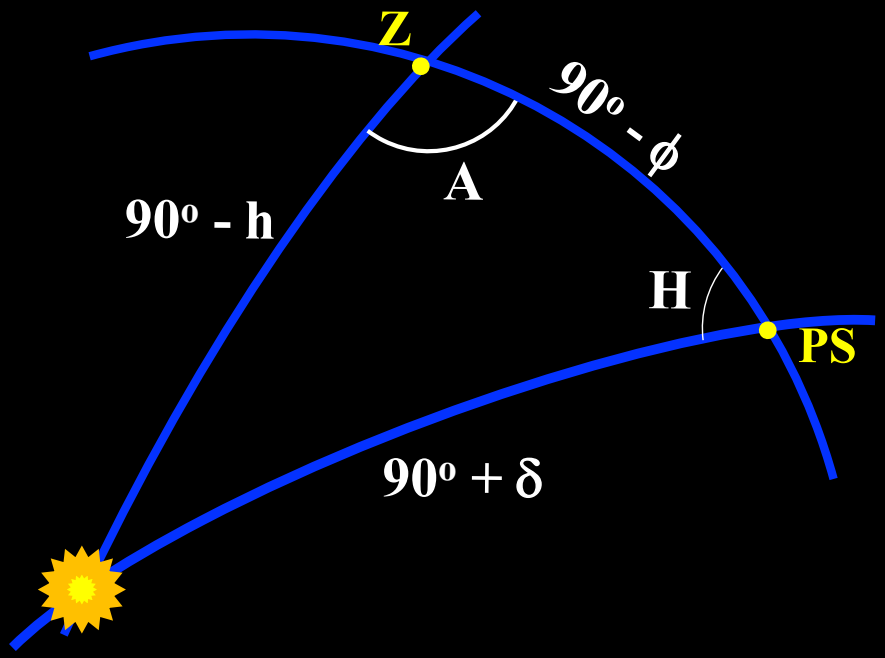
solstício de inverno - HS

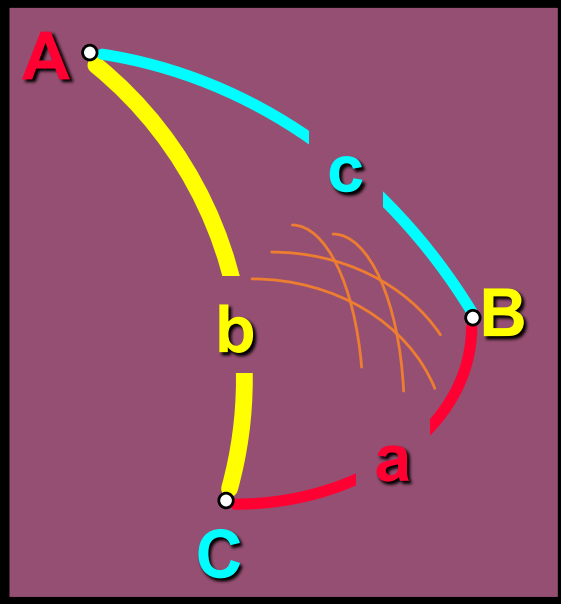
$A_n = 244{,}2^o$

$A_o = 115{,}8^o$



Equinócios





$$\cos a = \cos b \,.\, \cos c + \operatorname{sen} b \,.\, \operatorname{sen} c \,.\, \cos A$$

$$\cos(90^o+\delta) = \cos(90^o-h).\cos(90^o-\phi) + \operatorname{sen}(90^o-h).\operatorname{sen}(90^o-\phi).\cos(A)$$

$$-\operatorname{sen}(\delta) = \operatorname{sen}(h).\operatorname{sen}(\phi) + \cos(h).\cos(\phi).\cos(A)$$

Equinócios

$$-sen(\delta) = sen(h).sen(\phi) + cos(h).cos(\phi).cos(A)$$

nascer/ocaso ➡ $h = 0^o$

$$sen(\delta) = -cos(\phi).cos(A) \rightarrow cos(A) = \frac{-sen(\delta)}{cos(\phi)}$$

solstício inverno ➡ $\delta = 0^o$

$$cos(A) = 0$$

➡ $A_n = 270^o$

➡ $A_o = 90^o$

FIM