



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Introdução aos Elementos de Máquinas

PMR 3307 – A24

**Projeto de engrenagens
Dimensionamento AGMA**

Exercício orientado

2023.2



Projeto segundo a AGMA

Exercício

Observação

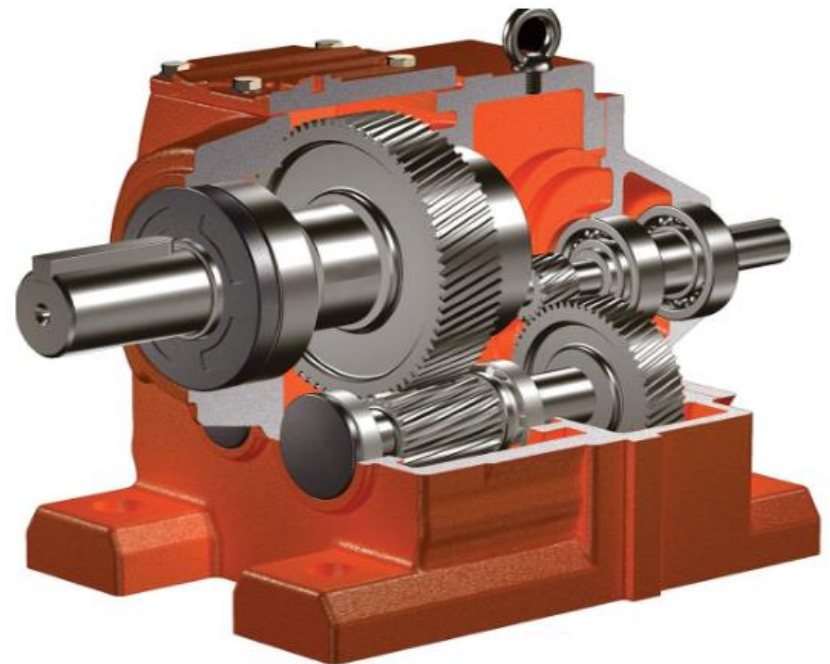
Referência: Capítulos 13, **14** e 15 do Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition, McGraw–Hill Primis, 2006



Projeto segundo a AGMA

Exercício

Dimensionamento das engrenagens de um Redutor





Projeto segundo a AGMA

Exercício

Dimensionamento das engrenagens de um Redutor





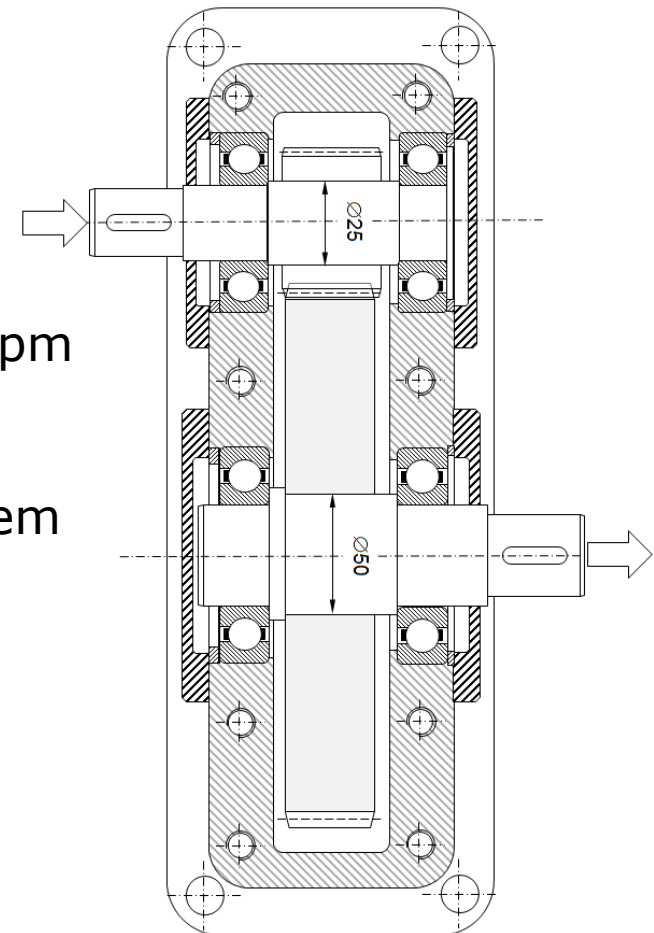
Projeto segundo a AGMA

Exercício

O projeto simplificado de um redutor de um estágio é apresentado na figura abaixo

Dados:

- Relação de redução de 1:3
- Potência transmitida (H): 4,0 kW a 1.850 rpm
- A redução é feita com um único par de engrenagens, ambas montadas centradas em eixos curtos, suportados por mancais de elementos rolantes.





Projeto segundo a AGMA

Exercício

Dados: **Pinhão**

- ⇒ cilíndrico de dentes retos
- ⇒ comercial, fabricado por geração e acabamento convencional (não são retificados)
- ⇒ **Módulo 4**
- ⇒ 12 dentes
- ⇒ espessura do dente de 12,7 mm (0,5 pol.)
- ⇒ grau de qualidade (Qv) 8.
- ⇒ fabricado em aço grau 1
- ⇒ material: Ansi 1045
- ⇒ dureza integral de 84 HB
- ⇒ relação de Poisson é 0,29
- ⇒ Módulo de Young: 206 GPa
- ⇒ ângulo de pressão de 20°
- ⇒ O sistema opera enclausurado com carregamento suave, sem choque
- ⇒ O perfil dos dentes é sem coroa
- ⇒ Rpm: 1850



Projeto segundo a AGMA

Exercício

Primeiro passo: Definir a geometria do pinhão e da engrenagem

Dados:

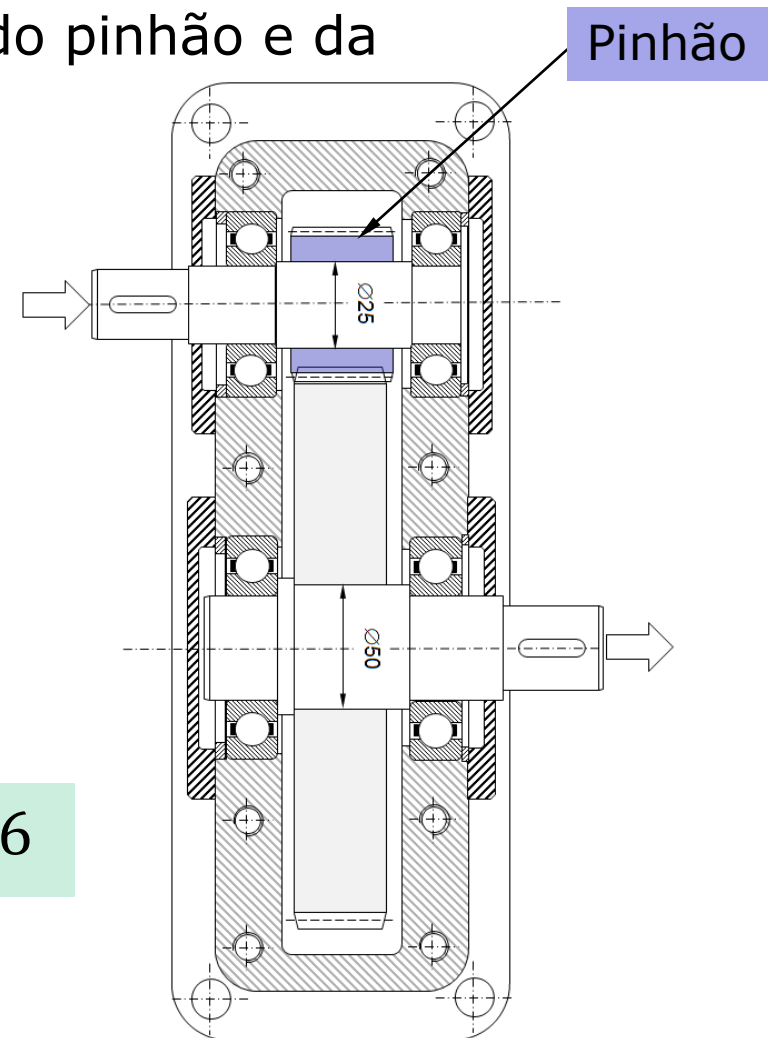
⇒ Relação de redução de 1:3

⇒ Módulo 4

⇒ 12 dentes

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} \Rightarrow 3 = \frac{Z_2}{12} \Rightarrow 3 * 12 = Z_2 = 36$$



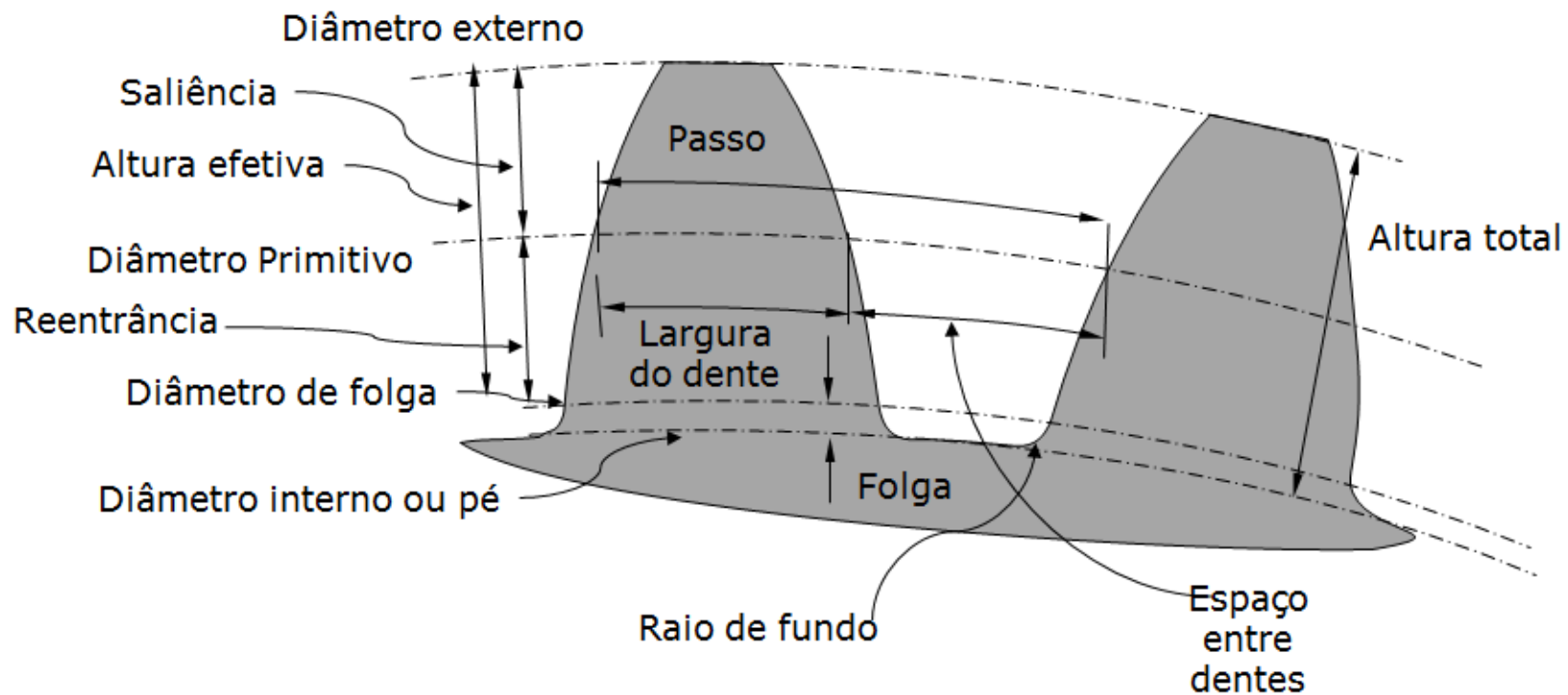


Projeto segundo a AGMA

Exercício

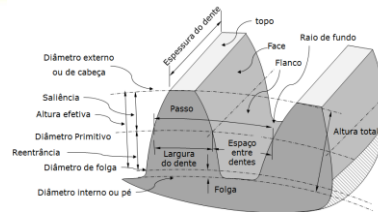
➤ Definir a geometria do pinhão e da engrenagem

Dados:



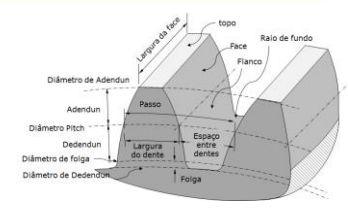


Terminologia de Engrenagens



Norma ISO

Número de dentes	Z
Módulo	m
Passo	t_0
Largura do dente	s_0
Espaço entre dentes	l_0
Diâmetro primitivo	d_0
Diâmetro entre centros	a_0
Altura comum do dente	h
Altura da cabeça do dente	h_k
Altura do pé do dente	h_f
Altura do dente	h_z
folga	S_k
Diâmetro externo	d_k
Diâmetro do pé do dente	d_f
Diâmetro de base	d_g
Ângulo de pressão	α_0
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenamento	t_e
Grau de recobrimento	ϵ



AGMA – Shigley

Número de dentes	N
Módulo	m
Circular pitch	p
Largura do dente	t
Espaço entre dentes	—
Diâmetro pitch	d
Diâmetro entre centros	C
Altura comum do dente	h
Addendum	a
Dedendum	b
Altura do dente	h_t
folga	c
Diâmetro de addendum	D_a
Diâmetro de raiz	D_R
Diâmetro de trabalho	D_K
Ângulo de pressão	ϕ
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenamento	$?$
Razão de contato	m_p



Conversões

De		Para		Conversão
Módulo	m	Diâmetro Pitch	d	$d = m \cdot N$
Módulo	m	Círculo Pitch	p	$p = m \cdot \pi = (D/N) \cdot \pi$
Diâmetro Pitch	d	Módulo	m	$m = d/N = 24,5 / d$
Módulo e Diâmetro Pitch		Número de dentes	N	$N = D/m$
Módulo	m	Adendo	a	$a = m$
Módulo	m	Dedendo	b	$b = 1,25 \cdot m$
Módulo, Dia. Pitch ou no. de dentes		Diâmetro externo	d_e	$d_e = d + 2 \cdot m = m \cdot (N + 2)$
Módulo e Diâmetro Pitch		Diâmetro da raiz	d_i	$d_i = d - 2,5m$
Diâmetro Pitch e ângulo de pressão		Diâmetro do círculo base	d_b	$d_b = d \cdot \cos \phi$
Módulo e ângulo de pressão		Pitch base	P_b	$P_b = m \cdot \pi \cdot \cos \phi$
Módulo	m	Espessura do dente	t	$t = (\pi/2) \cdot m$
Módulo e número de dentes		Distância entre centros		$C = m(N_1 + N_2)/2$
Raio externo, raio do círculo de base, distância entre centros e ângulo de pressão		Razão de contato		$m_p = \frac{\sqrt{R_{a1} - R_{b1}} + \sqrt{R_{b1} + R_{b2}} - C \cdot \sin \phi}{m \cdot \pi \cdot \cos \phi}$
Alteração na espessura do dente		Backlash linear		$B_{LA} = B \cdot \cos \phi$ $Z_1 = \frac{2}{\sin \phi}$
Backlash linear no círculo Pitch		Backlash linear na linha de ação		$Ba = 6880 (B/D) \text{ (em minutos de arco)}$
Ângulo de pressão		Menor número de dentes		$N_c = \frac{2}{\sin^2 \phi}$



Projeto segundo a AGMA

Exercício

Módulo

A norma DIN 780 P1 e P2 definem o perfil do dente e as dimensões da envolvente e MÓDULOS (m) normalizados

0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9			
1	1,25	1,50	1,75						
2	2,25	2,50	2,75						
3	3,25	3,50	3,75						
4	4,5								
5	5,5								
6	6,5								
7	8	9							
10	11	12	13	14	15	16	17	18	
20	22	24	27	30	33	36	39	42	45
50	55	60	65	70	75				

Ângulos de pressão Normalizados

14,5° - 17,5° - **20°** - 22,5° - 25°



Projeto segundo a AGMA

Exercício

- Definir a geometria do pinhão e da engrenagem

Dados:

⇒ Relação de redução de 1:3

⇒ Módulo 4

⇒ $Z_1 = 12$ dentes

⇒ $Z_2 = 36$ dentes

Cálculo do diâmetro primitivo

$$d_0 = m * Z$$

p/ Pinhão

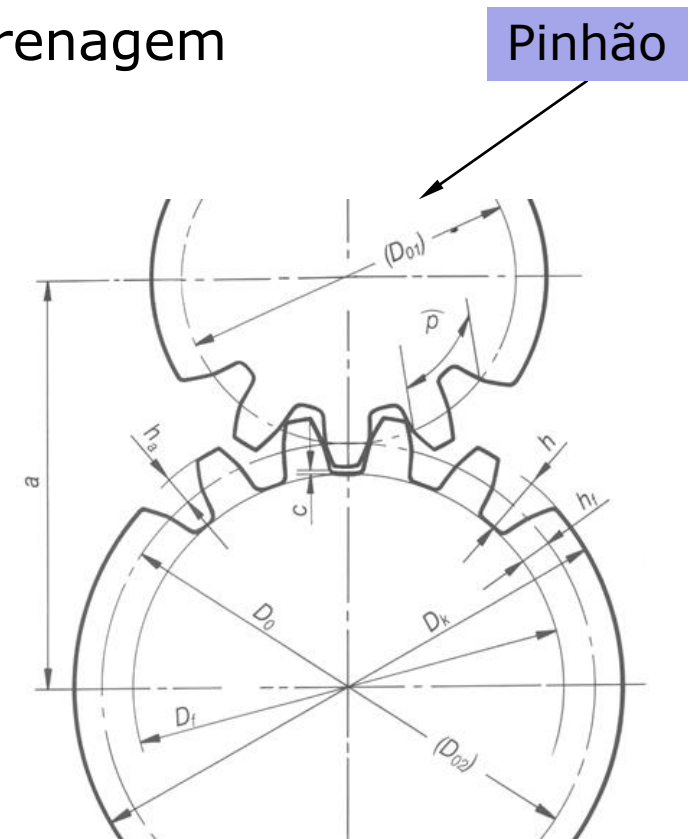
$$d_{0_1} = 4 * 12$$

$$d_{0_1} = 48 \text{ mm}$$

p/ Engrenagem

$$d_{0_2} = 4 * 36$$

$$d_{0_2} = 144 \text{ mm}$$





$$Z/(Z_1(Z_1 + Z_2) - (s_0 * Z_1) - (l_0 * Z_1)) = s_0$$

$$d_k = m * (Z_1 + Z_2)$$

Número de dentes

Módulo

Passo

Largura do dente

Espaço entre dentes

Diâmetro primitivo

Distância entre centros

Saliência - Altura da cabeça do dente

Reentrância - altura do pé do dente

Altura efetiva do dente

Altura efetiva do dente

Diâmetro externo

Diâmetro de folga ou base

Diâmetro do pé do dente

folga

Ângulo de pressão

Relação de transmissão

passo na linha de engrenamento

Grau de recobrimento

Norma ISO

Z

m

t_0

s_0

l_0

d_0

a_0

a_0

h_k

h_f

h

h_z

d_k

d_f

d_g

S_k

α_0

i

t_e

ϵ

Normalizados

$$t_0 = s_0 + l_0$$

$$s_0 = (\pi/2) * m$$

$$l_0 = (\pi/2) * m$$

$$d_0 = m * Z$$

$$a_0 = (d_{01} + d_{02})/2$$

$$a_0 = m(Z_1 + Z_2)/2$$

$$h_k = m$$

$$h_f = 1,25 * m$$

$$h = h_k + h_f$$

$$h_z = h_f + h_k$$

$$d_k = d_0 + 2 * m$$

$$d_f = d_0 - 2.5 * m$$

$$d_g = d_f - 2 * S_k$$

Normalizados

$$i = Z_2 / Z_1$$

$$t_e = s_0 + l_0$$

p/ Pinhão

$Z_1 = 12 \text{ dentes}$

$m = 4$

$$t_0 = 12,57 \text{ mm}$$

$$s_{01} = 6,28 \text{ mm}$$

$$l_{01} = 6,28 \text{ mm}$$

$$d_{01} = 48 \text{ mm}$$

$$a_0 = (48 + 144)/2 = 96$$

$$a_0 = 4(12 + 36)/2 = 96$$

$$h_{k1} = 4 \text{ mm}$$

$$h_{f1} = 5 \text{ mm}$$

$$h_1 = 9 \text{ mm}$$

$$h_{z1} = 9 \text{ mm}$$

$$d_{k1} = 56 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = 38 \text{ mm}$$

p/ Engrenagem

$Z_2 = 36 \text{ dentes}$

$m = 4$

$$s_{02} = 6,28 \text{ mm}$$

$$l_{02} = 6,28 \text{ mm}$$

$$d_{02} = 144 \text{ mm}$$

$$h_{k2} = 4 \text{ mm}$$

$$h_{f2} = 5 \text{ mm}$$

$$h_2 = 9 \text{ mm}$$

$$h_{z2} = 9 \text{ mm}$$

$$d_{k22} = 152 \text{ mm}$$

$$d_{f22} = 134 \text{ mm}$$

$$\alpha_0 = 20^\circ$$

$$i = 3$$

$$t_e = 12,57 \text{ mm}$$



Equação AGMA

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

tensões de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_l}}$$

$$\sigma < \sigma_{c total}$$

$$\sigma_{c total} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



Equação AGMA

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

tensões de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_l}}$$

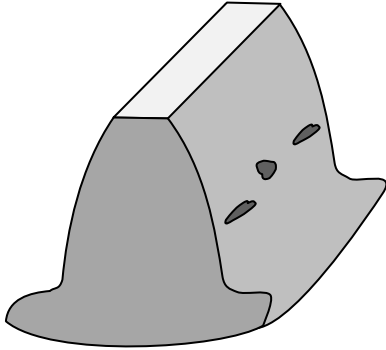
$$\sigma < \sigma_{c_{total}}$$

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



Equação AGMA

Exercício



- ▶ AGMA – Falha por flexão associada a fadiga

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

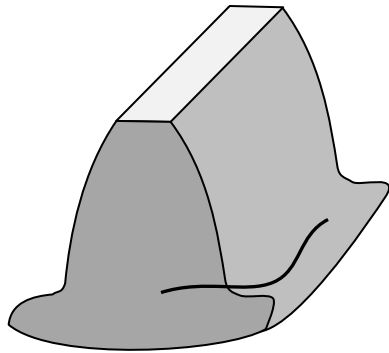
Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

→ Fator dinâmico

$$K_v = \left(\frac{A \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

Onde: V = velocidade tangencial a linha de pitch [m/s],

$$\text{► } A = 50 + 56 (1 - B)$$

$$\text{► } B = 0,25(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}$$

$$V_{t_{max}} = \frac{A + (Q_v - 3)^2}{200}$$

→ Índice de precisão de transmissão



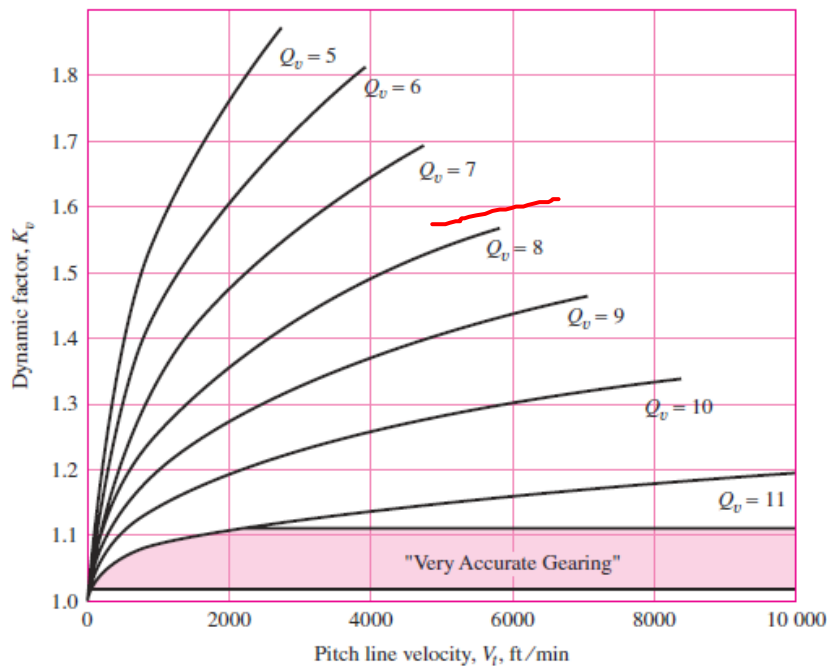
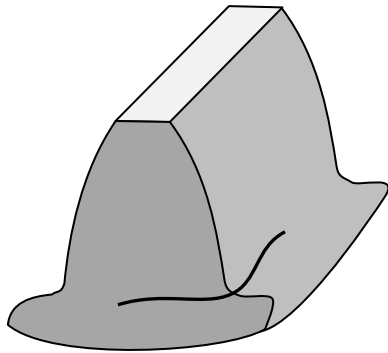
Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

→ Fator dinâmico



Q_v = grau de precisão das engrenagens



Equação AGMA

Exercício

- ▶ Determinação do fator dinâmico **K_v**
- ▶ O fator dinâmico tenta compensar erros de manufatura e operação
- ▶ Os principais erros observados são:
 - Erros geométricos e dimensionais nos dentes resultantes da fabricação
 - Vibração do dente durante o engrenamento devido a sua rigidez
 - Intensidade da velocidade na linha de pitch
 - Desbalanceamento do elementos em rotação
 - Desgaste e deformação plástica na face de contato
 - Desalinhamentos lineares e angulares, resultantes da flexão dos eixos
 - Atrito nos dentes



Fator Dinâmico Kv

- ▶ Para compensar estes erros a AGMA definiu graus de qualidade (quality numbers)
- ▶ Estes definem as tolerâncias para engrenagens de diversos tamanhos
- ▶ Graus de 3 a 7 – engrenagens comerciais
- ▶ Graus de 8 a 12 - engrenagens de precisão



Fator Dinâmico Kv

- Equações para o fator dinâmico: ► Sistema métrico

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

- Onde:

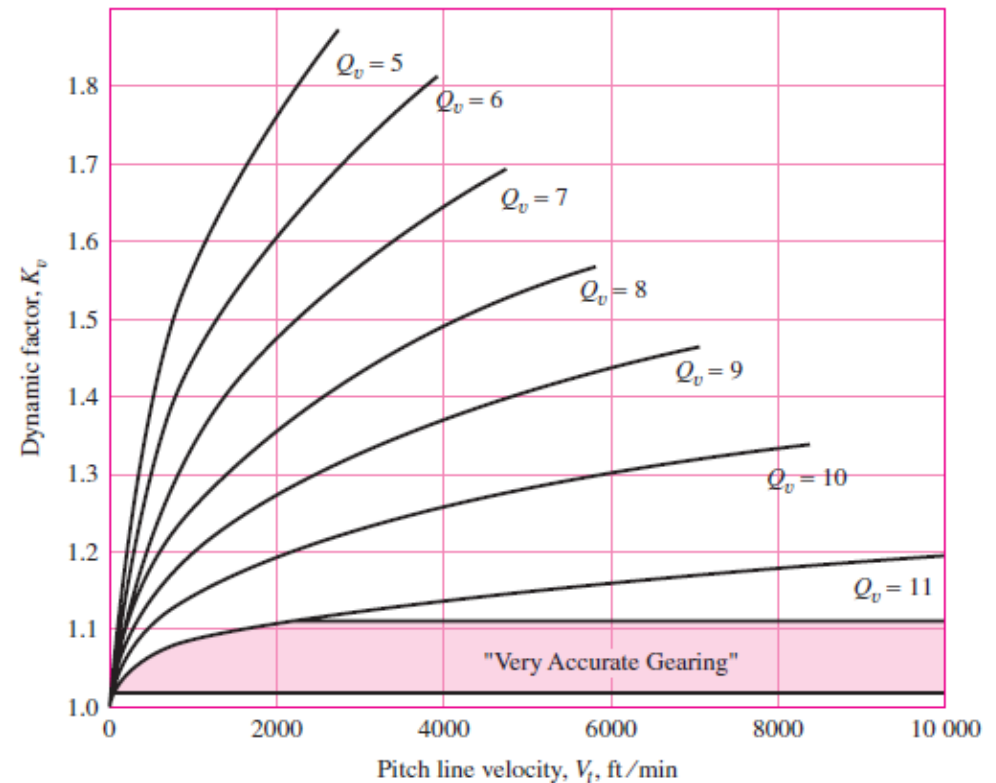
$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3}$$

$$V_{tmax} = (A + (Q_v - 3))^2 [ft/min]$$

$$1 \text{ m/min} = 3.28084 \text{ ft/min}$$

$$V_{tmax} = \frac{A + (Q_v - 3)^2}{200}$$





Fator Dinâmico Kv

$$V_{tmax} = \frac{(35,44 + (8-3))^2}{200}$$

$$V_{tmax} = \frac{(35,44 + (5))^2}{200}$$

► Equações para o fator dinâmico: ► Sistema métrico

⇒ Rpm: 1850

⇒ grau de qualidade (Qv) 8.

$$B = 0,25 (12 - Q_v)^{2/3}$$

$$B = 0,25 (12 - 8)^{2/3}$$

$$B = 0,25 (4)^{2/3}$$

$$B = 0,25(0,67)$$

$$B = 1,26$$

$$A = 50 + 56 (1 - B)$$

$$A = 50 + 56 (1 - 1,26)$$

$$A = 50 + 56 (-0,26)$$

$$A = 50 - 14,56$$

$$A = 35,44$$

$$V_{tmax} = (A + (Q_v - 3))^2$$

$$V_{tmax} = (35,44 + (8 - 3))^2$$

$$V_{tmax} = (35,44 + (5))^2$$

$$V_{tmax} = (40,44)^2$$

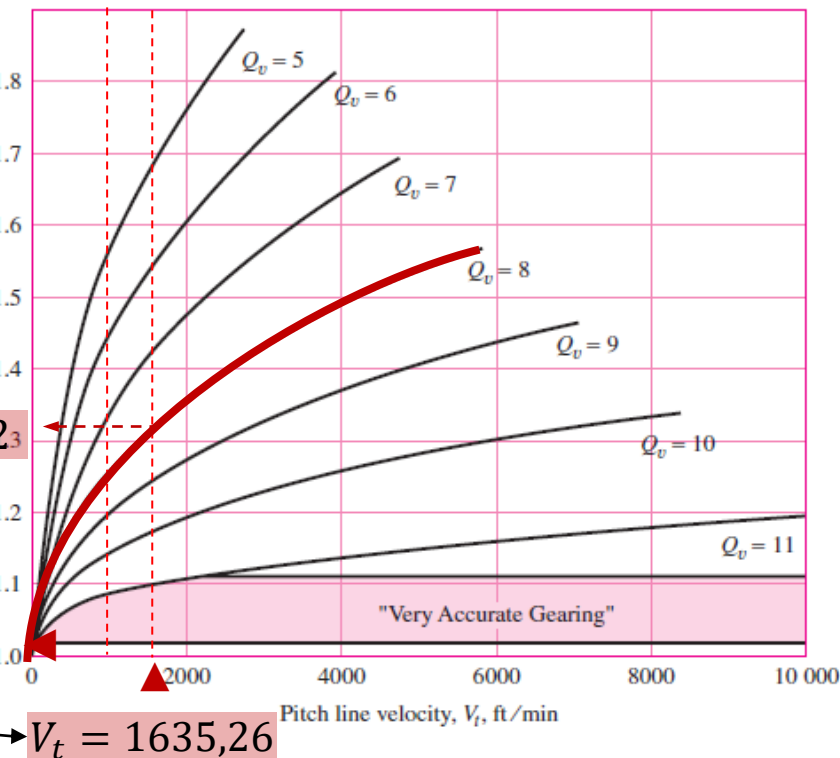
$$V_{tmax} = 1635,39 \text{ ft/min}$$

$$1 \text{ m/min} = 3.28084 \text{ ft/min}$$

$$V_{tmax} = 498,47 \text{ m/min}$$

$$V_{tmax} = 8,31 \text{ m/s}$$

$$K_v \cong 1,323$$





Fator Dinâmico Kv

► Equações para o fator dinâmico: ► Sistema métrico

⇒ Rpm: 1850

⇒ grau de qualidade (Qv) 8.

$$B = 0,25 (12 - Q_v)^{2/3}$$

$$B = 0,25 (12 - 8)^{2/3}$$

$$B = 0,25 (4)^{2/3}$$

$$B = 0,25(0,67)$$

$$B = 0,63$$

$$A = 50 + 56 (1 - B)$$

$$A = 50 + 56 (1 - 1,26)$$

$$A = 50 + 56 (-0,26)$$

$$A = 50 - 14,56$$

$$A = 35,44$$

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + \sqrt{1635,39}}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + \sqrt{1636}}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + 40,45}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + 40,45}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{75,79}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = (2,14)^{0,63}$$

$$K_v = 1,61$$

$$V_{tmax} = 1635,39 \text{ ft/min}$$

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + \sqrt{200 \cdot 498,47}}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + \sqrt{1636}}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + 40,45}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{35,44 + 40,45}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = \left(\frac{75,79}{35,44} \right)^{0,63}$$

$$K_v = (2,14)^{0,63}$$

$$K_v = 1,61$$

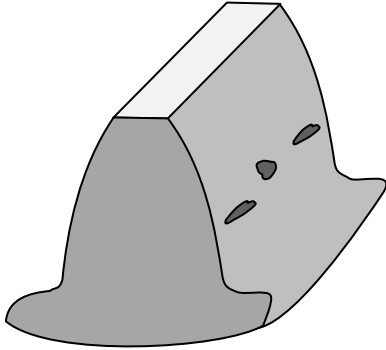
$$V_{tmax} = 8,18 \text{ m/s}$$



Equação AGMA

Exercício

- ▶ AGMA – Falha por flexão associada a fadiga



$$\sigma = 1,32 K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

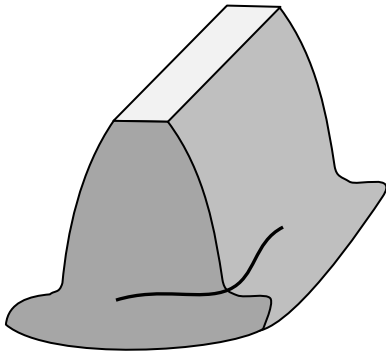
Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de sobrecarga

Table of Overload Factors, K_o

$$K_A = K_o$$

Driven Machine

Power source	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25

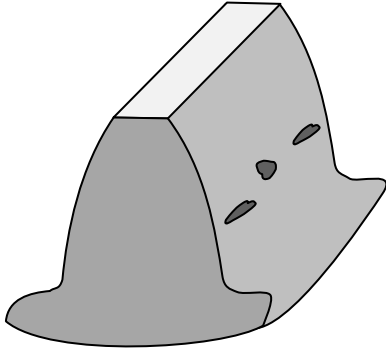
$$K_A = 1$$



Equação AGMA

Exercício

- ▶ AGMA – Falha por flexão associada a fadiga



$$\sigma = 1,32 \cdot 1 \cdot K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

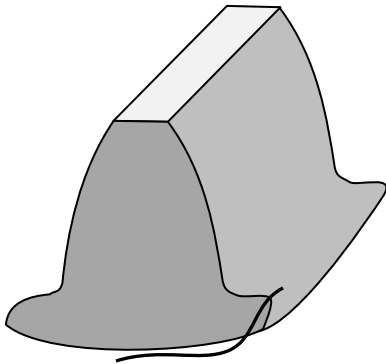
Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção do alinhamento da malha

Fator de alinhamento da malha

Fator modificador da proporção do pinhão

Fator de proporção do pinhão

Fator de correção da carga

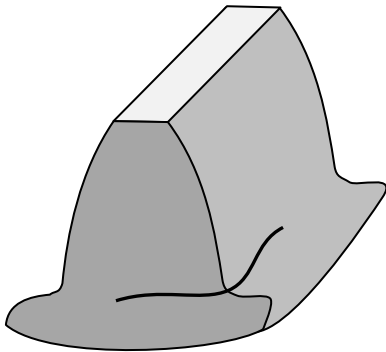
Fator de distribuição de carga na face



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção da carga

$$C_{mc} = \begin{cases} 1 \\ 0.8 \end{cases}$$

for uncrowned teeth
for crowned teeth

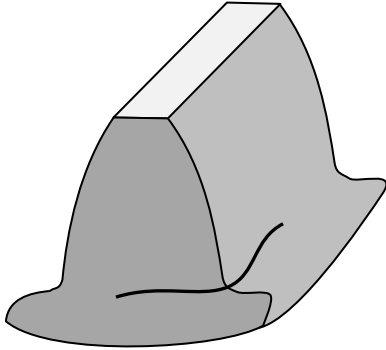
Definido no projeto

$$C_{mc} = 1$$



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

Fator de proporção do pinhão

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{b}{10d} - 0,0025 & b \leq 25,4 \text{ mm (1 pol.)} \\ \frac{b}{10d} - 0,0375 + 0,0125b & 25,4 < b \leq 431,8 \text{ mm (17 pol.)} \\ \frac{b}{10d} - 0,1109 + 0,0207b - 0,000228 b^2 & 431,8 < b \leq 1.016 \text{ mm (40 pol.)} \end{cases}$$

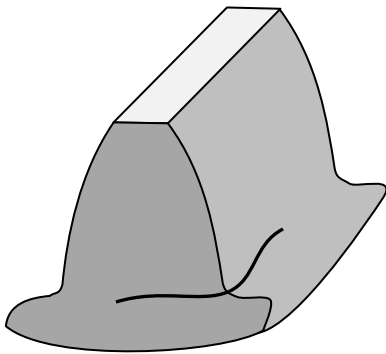
onde: b = largura da face do dente
 d = espessura da engrenagem



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

Fator de proporção do pinhão

$$C_{pf} = \frac{b}{10d} - 0,0025$$

$$C_{pf} = \frac{12,7}{10 * 12,7} - 0,0025$$

$$C_{pf} = 0,1 - 0,0025$$

$$C_{pf} = 0,0975$$

$$b = 12,7 \leq 25,4 \text{ mm (1 pol.)}$$

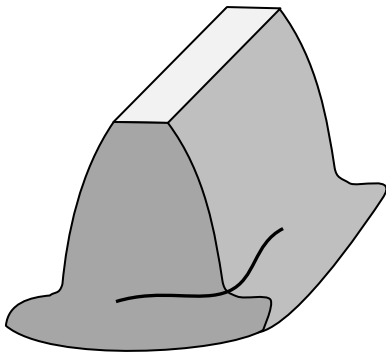
$$d = b = 12,7 \text{ mm (engrenagem de dentes retos)}$$



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



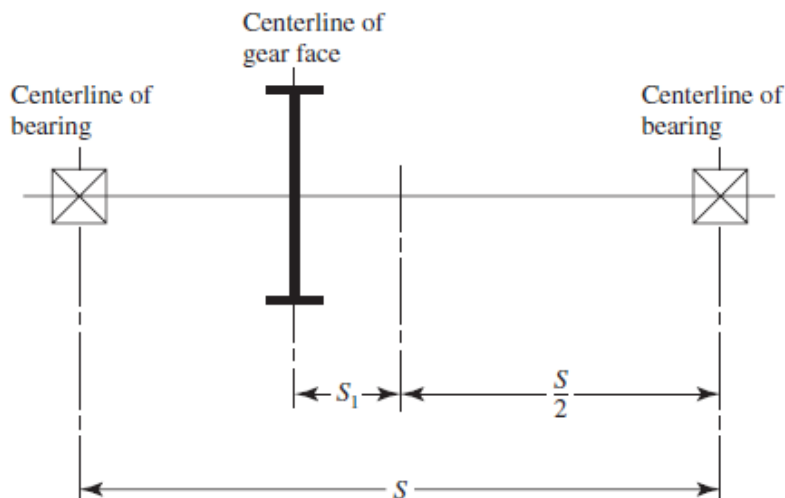
$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

Fator modificador da proporção do pinhão

Como a engrenagem está montada no eixo



$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \Rightarrow \frac{S_1}{S} < 0,175 \\ 1,1 & \Rightarrow \frac{S_1}{S} \geq 0,175 \end{cases}$$



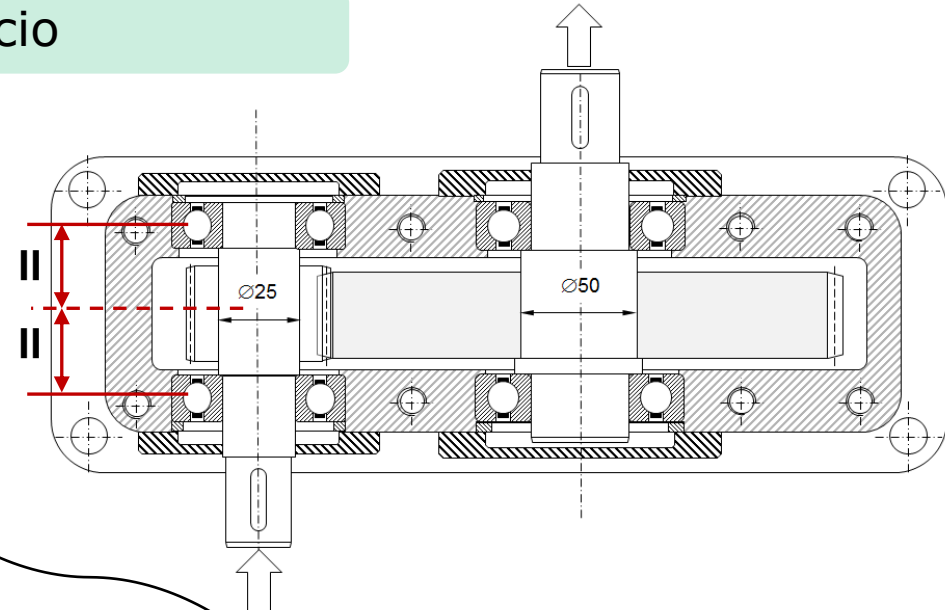
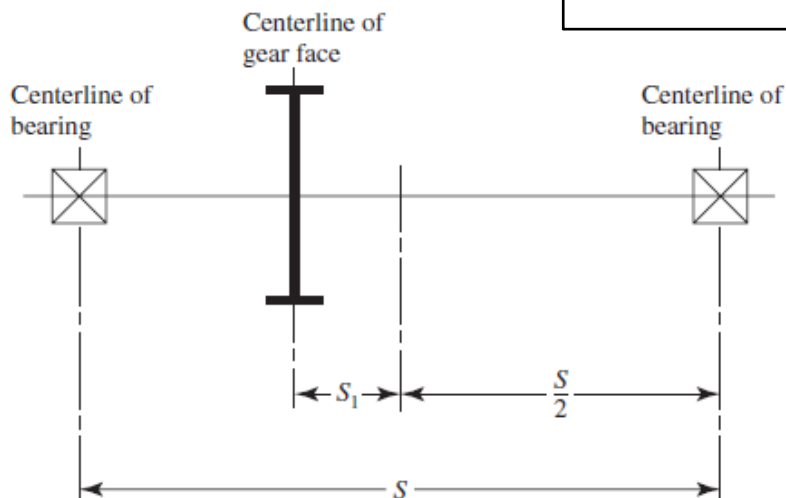
Equação AGMA

Exercício

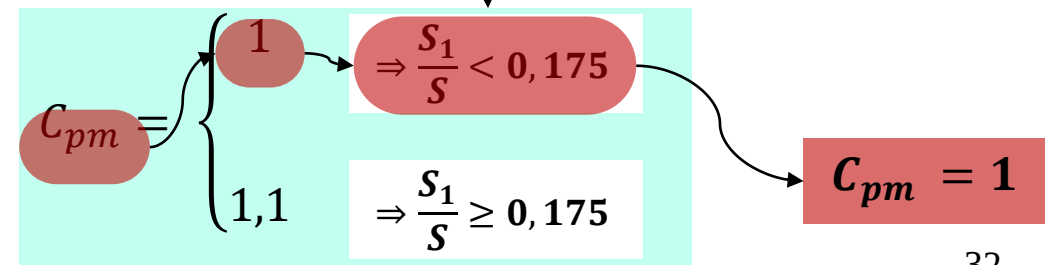
► falha por flexão

$$\frac{s_1}{s} = \frac{0}{s} = 0 \Leftarrow$$

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$



Fator modificador da proporção do pinhão
Como a engrenagem está montada no eixo

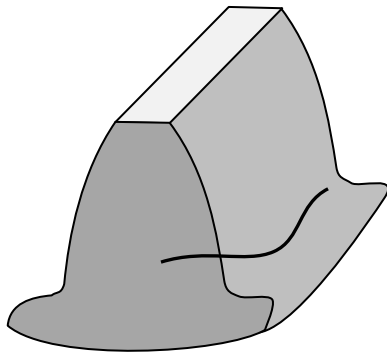




Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

Onde **F** é a largura da face do dente em polegadas

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

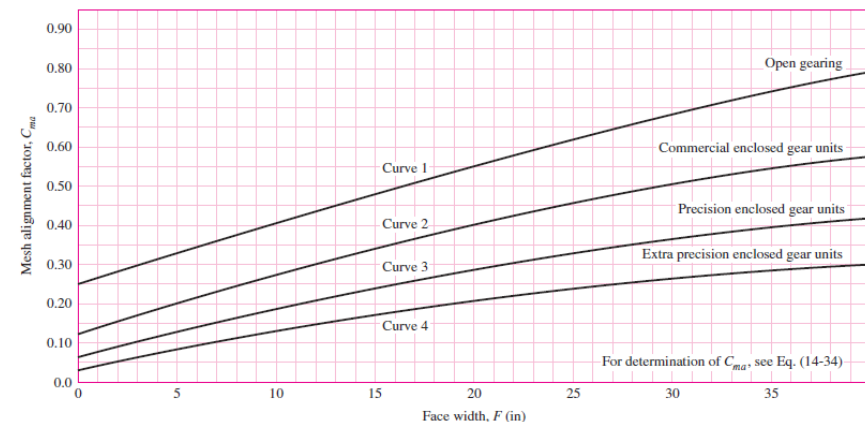
$$C_{ma} = A + BF + CF^2$$

Fator de alinhamento da mesh

Condition	A	B	C
Open gearing	0.247	0.0167	$-0.765(10^{-4})$
Commercial, enclosed units	0.127	0.0158	$-0.930(10^{-4})$
Precision, enclosed units	0.0675	0.0128	$-0.926(10^{-4})$
Extraprecision enclosed gear units	0.00360	0.0102	$-0.822(10^{-4})$

*See ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20–22, for SI formulation.

$$C_{ma} = A + B \left(\frac{b}{25,4} \right) + C \left(\frac{b}{25,4} \right)^2$$

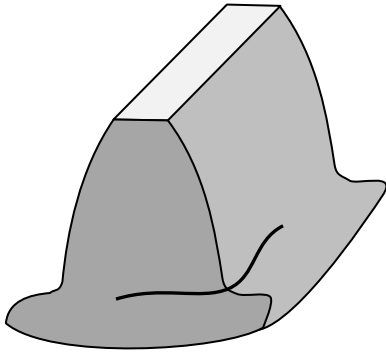


Onde **b** é a largura da face do dente em milímetros



Equação AGMA

Exercício



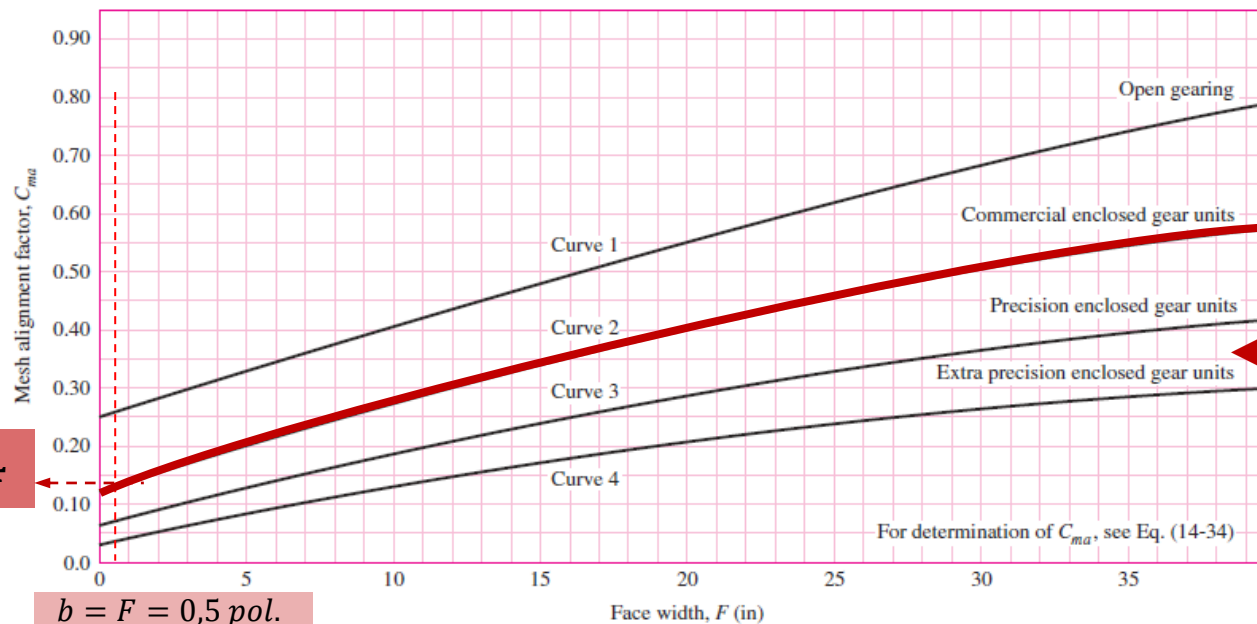
► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de alinhamento da mesh

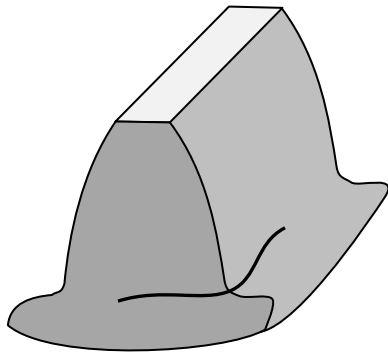


$$C_{ma} \cong 0,14$$



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de alinhamento da mesh

$$C_{ma} = A + B \left(\frac{b}{25,4} \right) + C \left(\frac{b}{25,4} \right)^2$$

$$C_{ma} = 0,127 + 0,0158 \left(\frac{12,7}{25,4} \right) - 0,930E^{-4} \left(\frac{12,7}{25,4} \right)^2$$

$$C_{ma} = 0,127 + 0,0158 (0,5) - 0,930E^{-4} (0,5)^2$$

$$C_{ma} = 0,127 + 0,0079 - 0,00002325$$

$$C_{ma} = 0,1349$$

$$C_{ma} = 0,14$$

Condition

A

B

C

Open gearing

0.247

0.0167

-0.765(10⁻⁴)

Commercial, enclosed units

0.127

0.0158

-0.930(10⁻⁴)

Precision, enclosed units

0.0675

0.0128

-0.926(10⁻⁴)

Extraprecision enclosed gear units

0.00360

0.0102

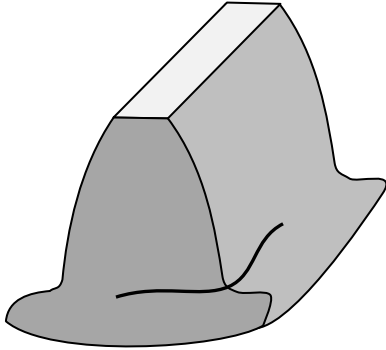
-0.822(10⁻⁴)

*See ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20–22, for SI formulation.



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção do alinhamento da *mesh*

$$C_e = \begin{cases} 0,8 & \Rightarrow \text{para engrenagens ajustadas na montagem, ou ajustadas por lapidação ou ambas} \\ 1 & \Rightarrow \text{para qualquer outra condição} \end{cases}$$

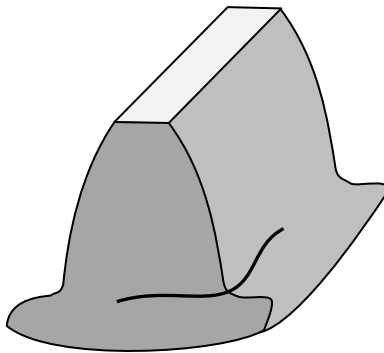
$$C_e = 1$$



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$C_e = \begin{cases} 0.8 & \text{for gearing adjusted at assembly, or compatibility} \\ & \text{is improved by lapping, or both} \\ 1 & \text{for all other conditions} \end{cases}$$

$$\sigma = K_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

$$C_e = 1$$

$$C_{ma} = 0,14$$

$$C_{pm} = 1$$

$$C_{pf} = 0,0975$$

$$C_{mc} = 1$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 * 1 + 0,14 * 1)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,0975 + 0,14)$$

$$K_{H\beta} = 1 + 1(0,2375)$$

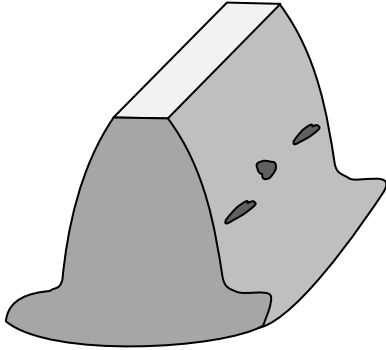
$$K_{H\beta} = 1 + 0,2375$$

$$K_{H\beta} = 1,2375$$



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = 1,32 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot Y_X \cdot K_B \cdot \frac{W_t}{b \cdot m \cdot Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

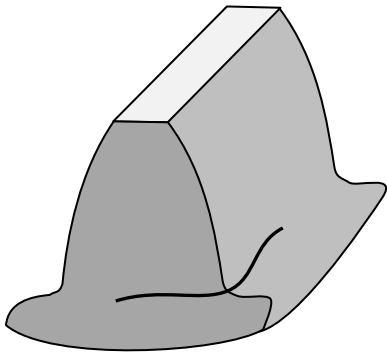
Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

→ Fator de resistência a flexão

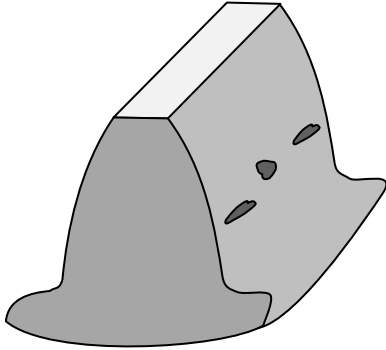
$$K_S = Y_X = 1,192 \left(\frac{b \sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

$K_S = Y_X = 1$ por recomendação da norma AGMA



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = 1,32 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot 1 \cdot K_B \frac{W_t}{b \cdot m \cdot Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

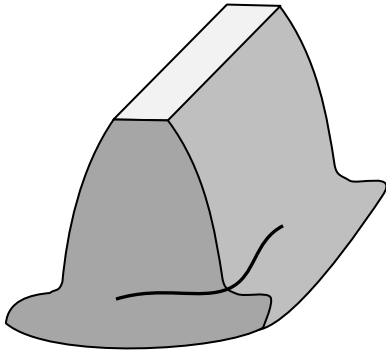
Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



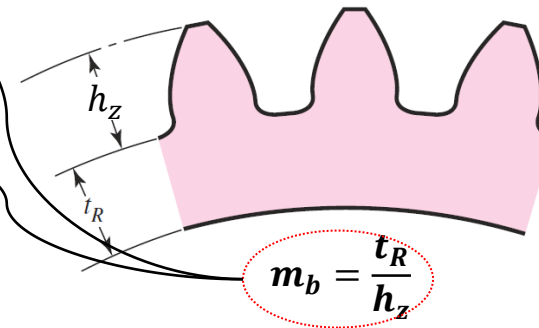
$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Fator ajuste da espessura

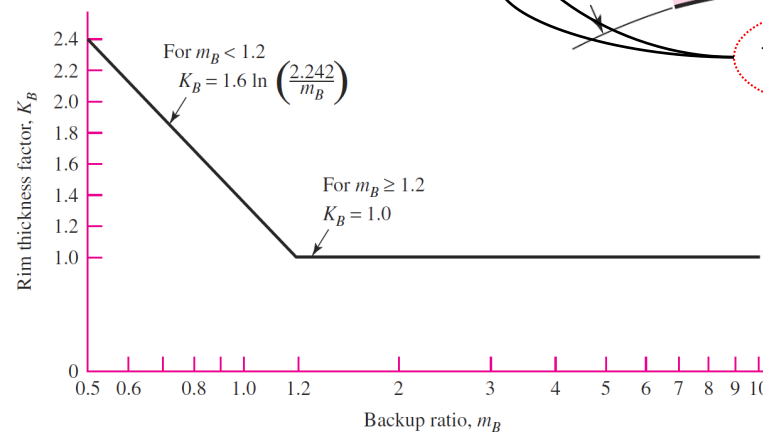
$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \left(\frac{2,242}{m_b} \right) \\ 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_b < 1,2$$

$$\Rightarrow m_b \geq 1,2$$



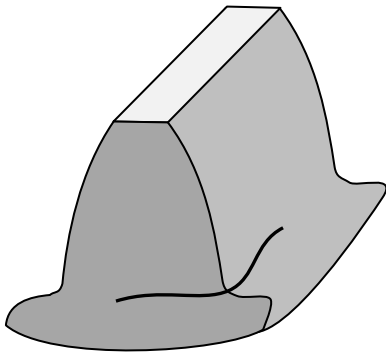
$$m_b = \frac{t_R}{h_z}$$





Equação AGMA

Altura efetiva do dente



Exercício

► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

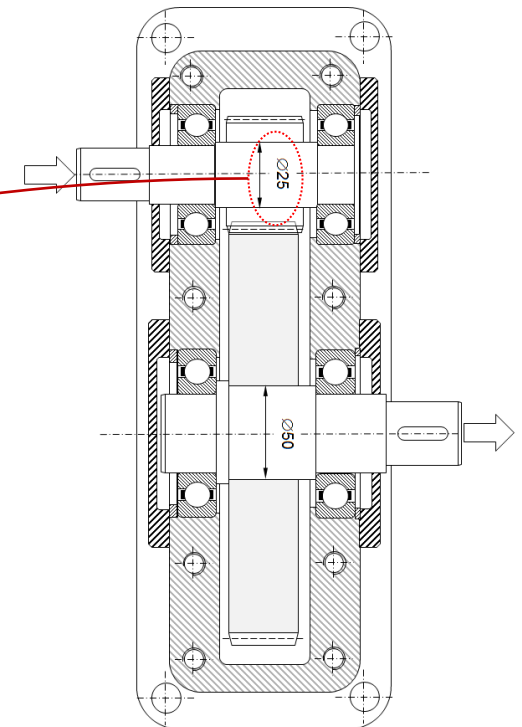
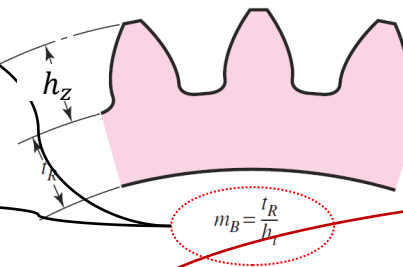
$$h_{z_2} = 9 \text{ mm}$$

$$h_{z_1} = 9 \text{ mm}$$

$$d_{f_1} = 38 \text{ mm}$$

Fator ajuste da espessura

$$K_B = \begin{cases} 1,6 \ln \left(\frac{2,242}{m_b} \right) & \Rightarrow m_b < 1,2 \\ 1 & \Rightarrow m_b \geq 1,2 \end{cases}$$



$$t_R = (d_f - d_{eixo})/2 \quad m_b = \frac{t_R}{h_z}$$

$$t_R = (38 - 25)/2$$

$$t_R = 6,5 \text{ mm}$$

$$m_b = \frac{6,5}{9}$$

$$m_b = 0,72$$

$$K_B = 1,6 \ln \left(\frac{2,242}{m_b} \right)$$

$$K_B = 1,6 \ln \left(\frac{2,242}{0,72} \right)$$

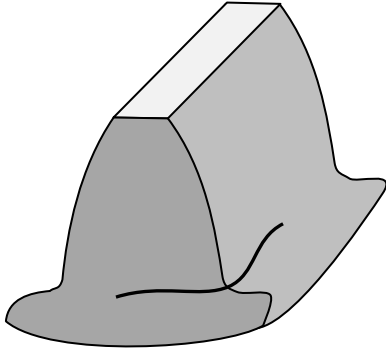
$$K_B = 1,6 * 1,13$$

$$K_B = 1,81$$



Equação AGMA

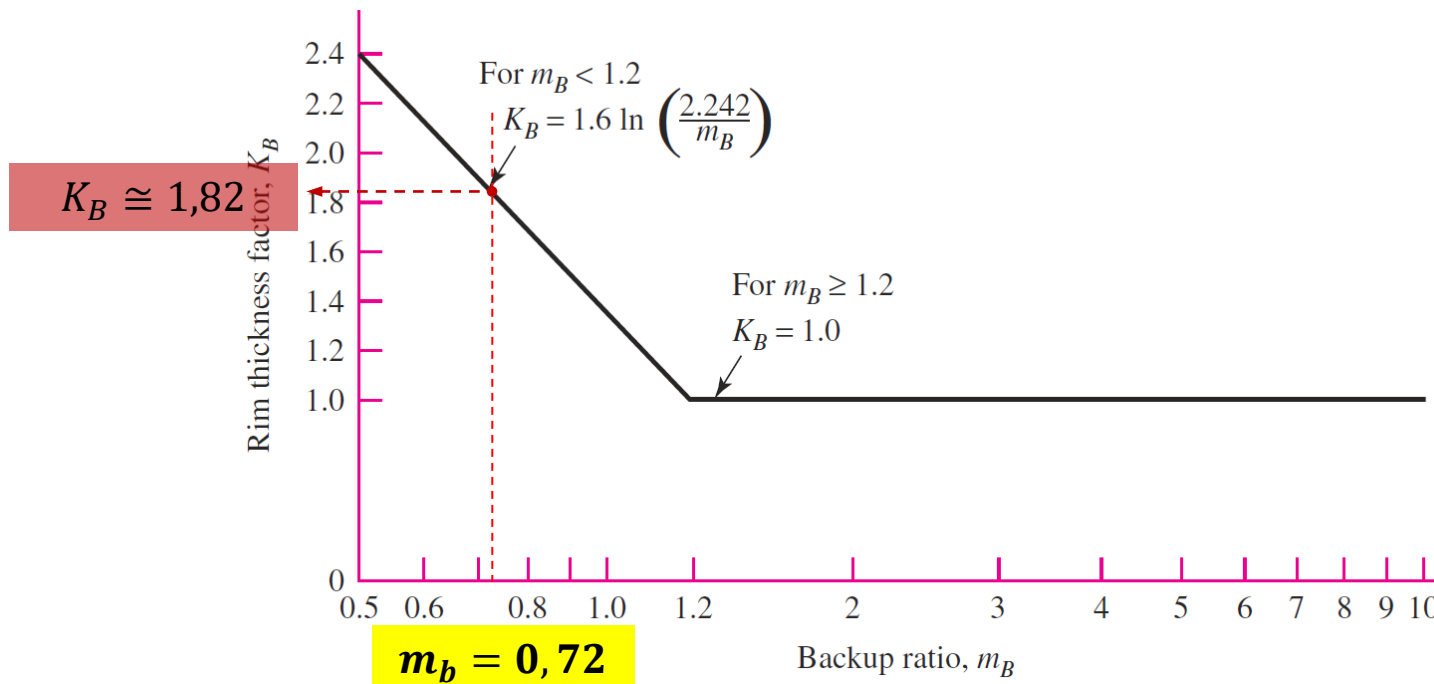
Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

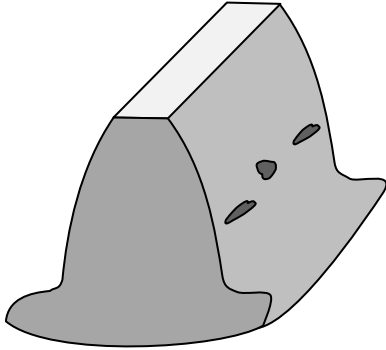
Fator ajuste da espessura





Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = 1,32 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot 1 \cdot 1,82 \cdot \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

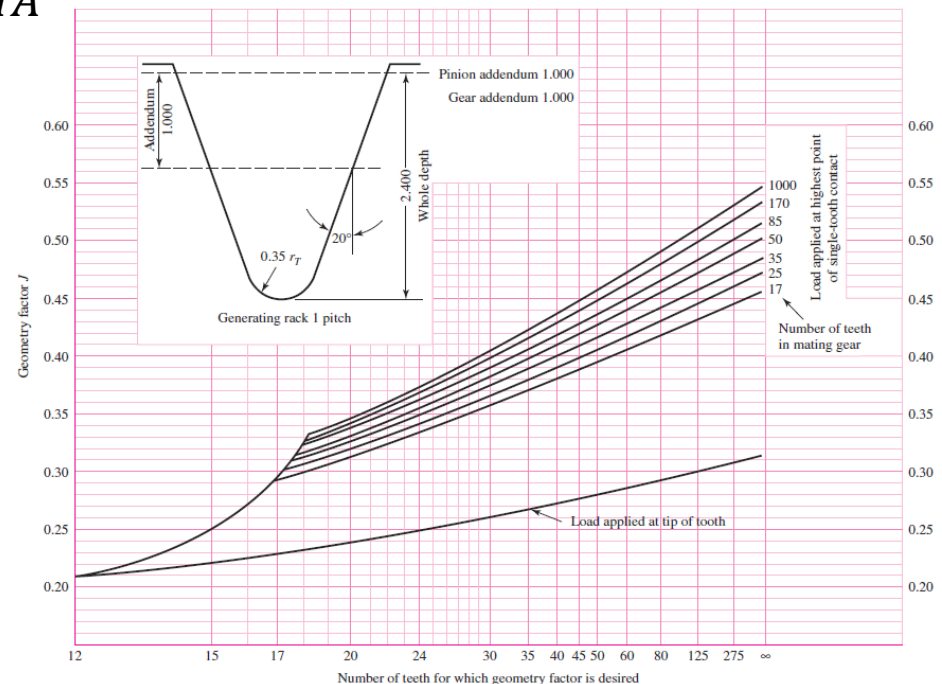
Fator geométrico para flexão

$Y =$ Fator de forma AGMA

$$Y_J = \frac{Y}{K_f m_N}$$

$$m_N = \frac{p_N}{0,95 Z}$$

$K_f =$ Fator de correção de tensão





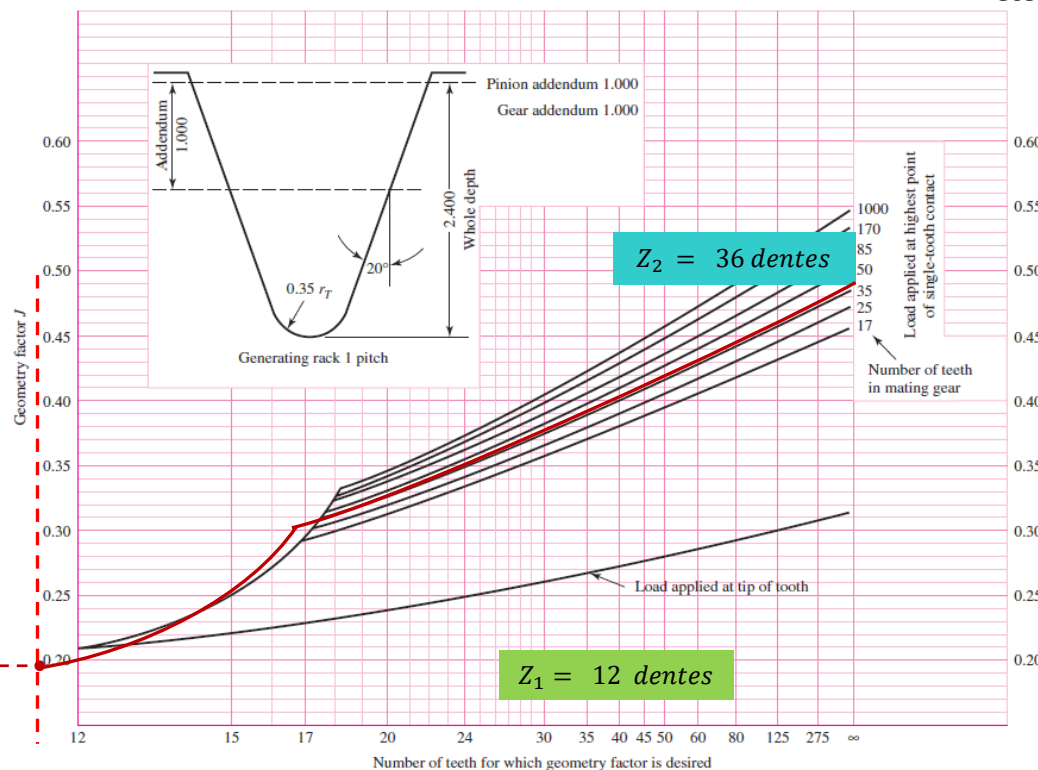
Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

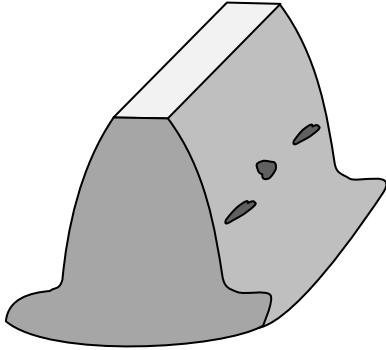
↳ Fator geométrico para flexão





Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = 1,32 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot 1 \cdot 1,82 \cdot \frac{W_t}{b \cdot m \cdot 0,21}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

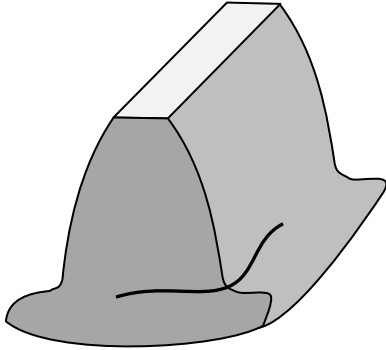
Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício

► falha por flexão



$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

→ Módulo da engrenagem

→ Espessura do dente

Dados do problema

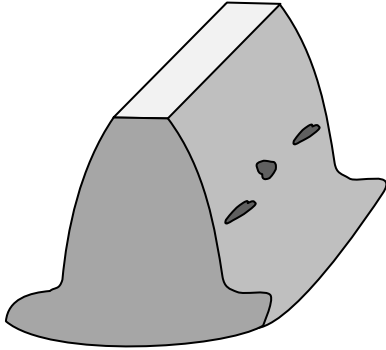
⇒ Módulo 4

⇒ espessura do dente de 12,7 mm (0,5 pol.)



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = \underbrace{1,32}_{\text{Fator dinâmico}} \underbrace{1}_{\text{Fator de sobrecarga}} \underbrace{1,24}_{\text{Fator de distribuição de carga}} \underbrace{1}_{\text{Fator de resistência a flexão}} \underbrace{1,82}_{\text{Fator de espessura}} \frac{W_t}{\underbrace{12,7}_{\text{Espessura do dente}} \underbrace{4}_{\text{módulo}} \underbrace{0,21}_{\text{Fator geométrico para flexão}}}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

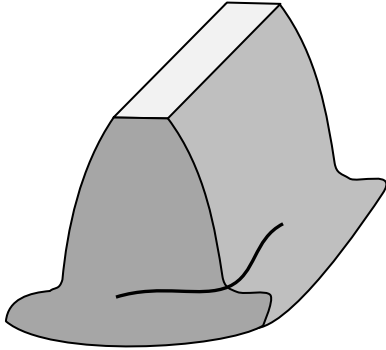
Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = K_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

$$W_t = \frac{60.000 H}{\pi d n}$$

Potência [kW]

Rotação [rpm]

Diâmetro da engrenagem [mm]

⇒ Rpm: 1850

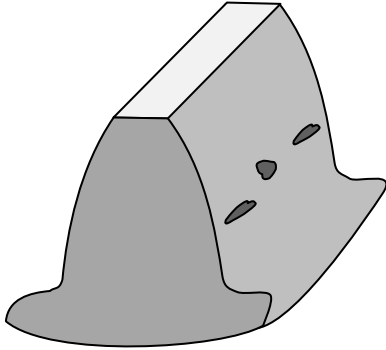
⇒ Potência transmitida (H): 4,0 kW

$$d_{0_1} = 48 \text{ mm}$$



Equação AGMA

Exercício



► falha por flexão

$$\sigma = 1,32 \cdot 1 \cdot 1,24 \cdot 1 \cdot 1,82 \cdot \frac{W_t}{12,7 \cdot 4 \cdot 0,21}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Espessura do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

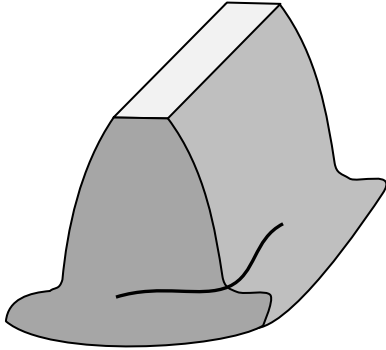
Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por flexão

$$\sigma = k_v K_O K_H K_B K_S \frac{W_t}{b m Y_J}$$

↘ Fator dinâmico

- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma < \sigma_{total}$$

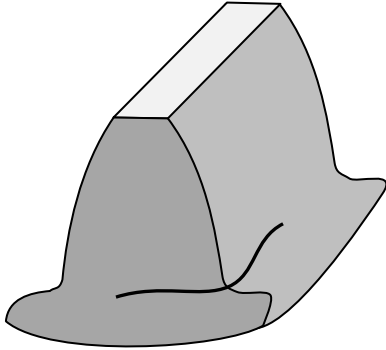
$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$



Equação AGMA

Exercício



► Critério de falha por flexão

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

Fator de confiabilidade

Tensão de ciclos de fadiga a flexão

Fator dinâmico

Fator de segurança a flexão

Tensão AGMA de flexão



Equação AGMA

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{total} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

tensões de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_l}}$$

$$\sigma < \sigma_{c total}$$

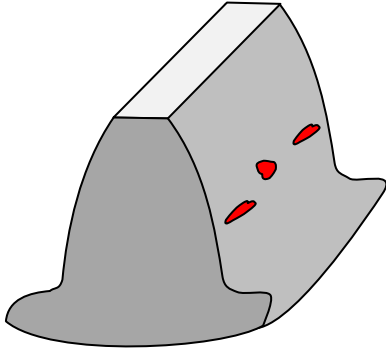
$$\sigma_{c total} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



Equação AGMA

Exercício

- falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

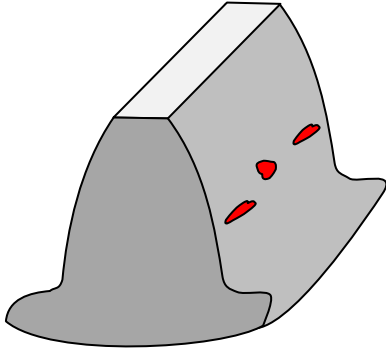
Diagram illustrating the AGMA equation for contact stress, with labels for each term:

- Z_E : Coeficiente elástico
- K_v : Fator dinâmico
- K_A : Fator de sobrecarga
- Y_X : Fator de resistência a flexão
- K_H : Fator de distribuição de carga
- β : Fator de resistência para *pitting*
- $\left(\frac{W_t}{d_w b} \right)$: Espessura do dente
- $\left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)$: Diâmetro *pitch* do pinhão
- $\left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)$: Fator de superfície



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

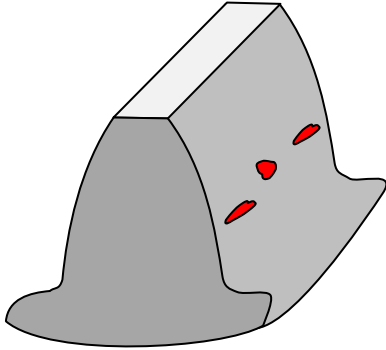
Coeficiente elástico

$$Z_E = C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$



Equação AGMA

Exercício



- falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

$$K_v = \left(\frac{A \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

Fator dinâmico

Onde: V = velocidade tangencial a linha de pitch [m/s],

► $A = 50 + 56 (1 - B)$

► $B = 0,25(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}$

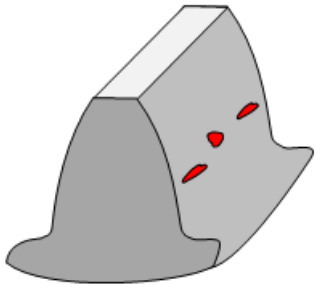
$$V_{t_{max}} = \frac{A + (Q_v - 3)^2}{200}$$

Índice de precisão de transmissão



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

→ Fator de sobrecarga

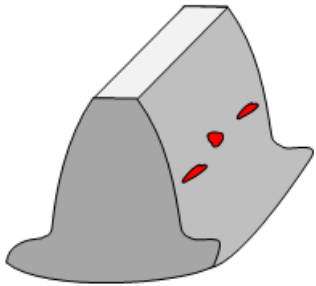
Table of Overload Factors, $K_o = K_A$

Driven Machine			
Power source	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de distribuição de carga

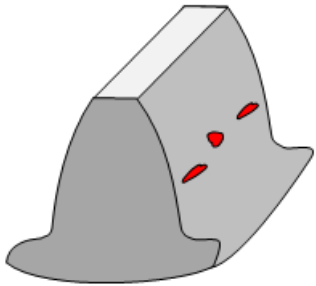
$$K_S = Y_X = 1,192 \left(\frac{b\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

$K_S = Y_X = 1$ por recomendação da norma AGMA



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_m = K_{H\beta} = C_{mf} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção do alinhamento da malha

Fator de alinhamento da malha

Fator modificador da proporção do pinhão

Fator de proporção do pinhão

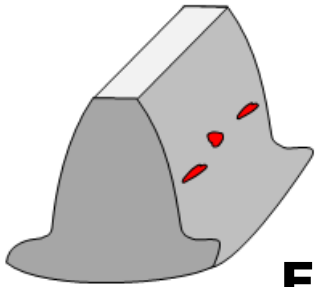
Fator de correção da carga

Fator de distribuição de carga na face



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

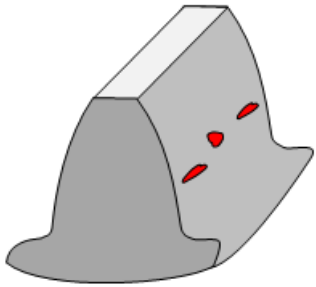
Fator de condicionamento de superfície C_f (Zr)

- ▶ A validade destas equações depende:
 - ▶ do acabamento superficial, não somente as características topográficas do (ex. shaving, retificado, lapidado)
 - ▶ Tensão residual
 - ▶ Deformação plástica (endurecimento) devido ao uso
- ▶ Ainda não existem recomendações de norma para o acabamento superficial de dentes de engrenagens



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de forma - K_s

- ▶ O fator de forma não uniformemente as propriedades do material em função do tamanho do dente. Este depende:
 - ▶ Da dimensão do dente
 - ▶ Diâmetro da peça
 - ▶ Razão entre a dimensão do dente e o diâmetro da peça
 - ▶ Largura da face
 - ▶ Padrão da área de tensão
 - ▶ Razão entre a profundidade total e do dente
 - ▶ Dureza e tratamento térmico



Equação AGMA

Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de forma - K_s

- ▶ Em geral $K_s = 1$, principalmente por que as pesquisas ainda não são conclusivas

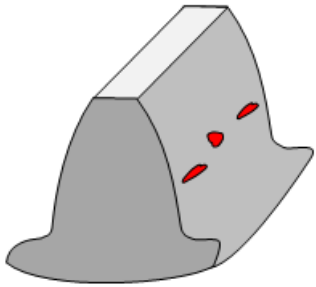
$$K_s = \frac{1}{k_b} = 1,192 \left(\frac{F \sqrt{Y}}{P} \right)$$



Equação AGMA

Exercício

- ▶ falha por fadiga de contato



Fator de distribuição de carregamento – Km (KH)

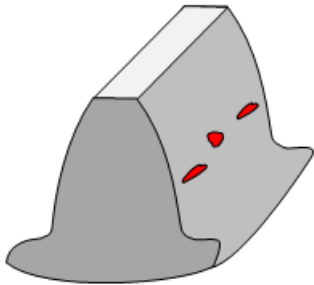
- ▶ O fator de distribuição de carregamento modifica as equações de tensões de forma a refletir uma distribuição não uniforme ao longo da linha de contato

$$K_m = C_{fm} = 1 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$



Fator de distribuição de carregamento – Km (KH)

► Para $Km = C_{fm} = 1 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$



$$C_{mc} = \begin{cases} 1 & \text{for uncrowned teeth} \\ 0.8 & \text{for crowned teeth} \end{cases}$$

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10d} - 0.025 & F \leq 1 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F & 1 < F \leq 17 \text{ in} \\ \frac{F}{10d} - 0.1109 + 0.0207F - 0.000228F^2 & 17 < F \leq 40 \text{ in} \end{cases}$$

Note that for values of $F/(10d) < 0.05$, $F/(10d) = 0.05$ is used.

$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \text{for straddle-mounted pinion with } S_1/S < 0.175 \\ 1.1 & \text{for straddle-mounted pinion with } S_1/S \geq 0.175 \end{cases}$$

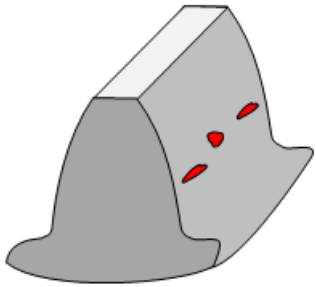
$$C_{ma} = A + BF + CF^2 \quad (\text{see Table 14-9 for values of } A, B, \text{ and } C)$$

$$C_e = \begin{cases} 0.8 & \text{for gearing adjusted at assembly, or compatibility} \\ & \text{is improved by lapping, or both} \\ 1 & \text{for all other conditions} \end{cases}$$



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de distribuição de carregamento – K_m (KH)

- ▶ Valores empíricos de A, B e C para uso na equação

$$C_{ma} = A + B F + C F^2$$

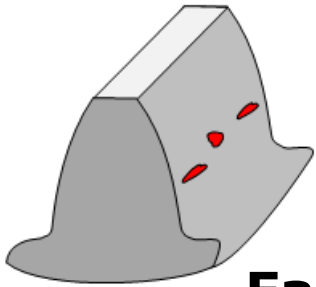
Condition	A	B	C
Open gearing	0.247	0.0167	$-0.765(10^{-4})$
Commercial, enclosed units	0.127	0.0158	$-0.930(10^{-4})$
Precision, enclosed units	0.0675	0.0128	$-0.926(10^{-4})$
Extraprecision enclosed gear units	0.00360	0.0102	$-0.822(10^{-4})$

*See ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20–22, for SI formulation.



Equação AGMA

Exercício

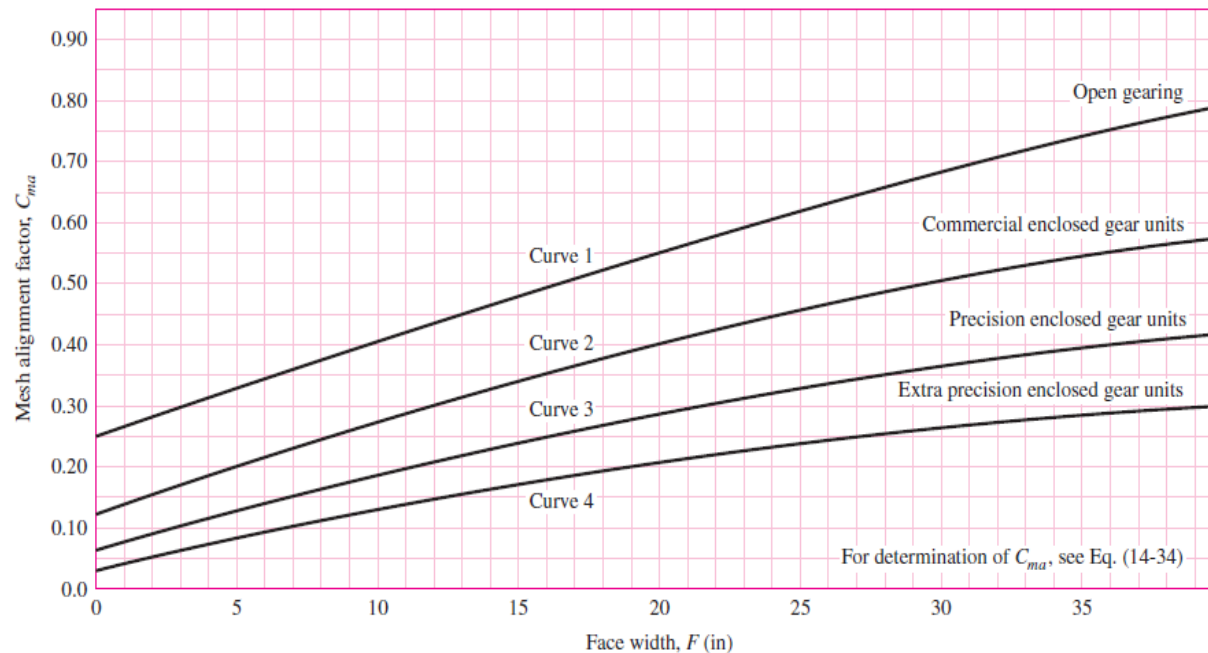


- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de distribuição de carregamento – K_m (KH)

- ▶ Valores empíricos de A, B e C para uso na equação

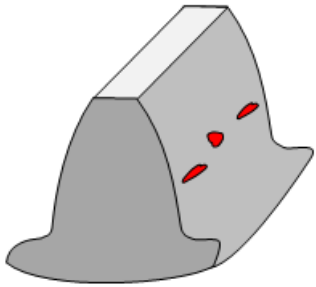
$$C_{ma} = A + B F + C F^2$$





Equação AGMA

Exercício



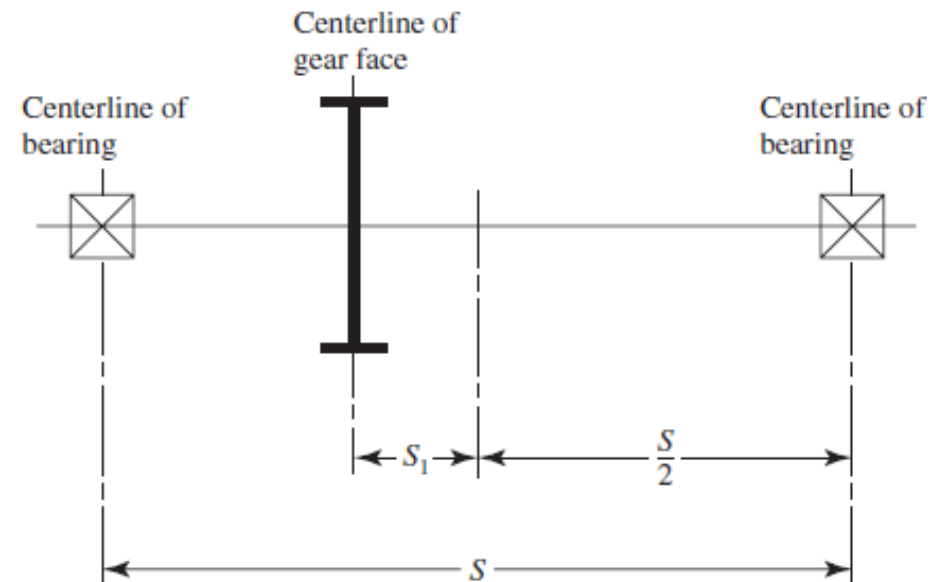
- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de distribuição de carregamento – K_m (KH)

- ▶ Definição das distâncias S e S_1 usadas para definir C_{pm}

- ▶ $C_{pm} = 1$ para $\frac{S_1}{S} < 0,175$

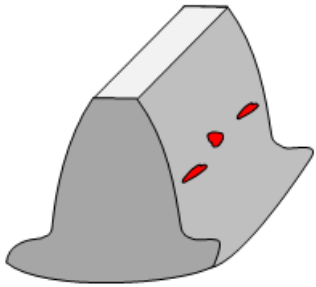
$$C_{pm} = 1,1 \text{ para } \frac{S_1}{S} \geq 0,175$$





Equação AGMA

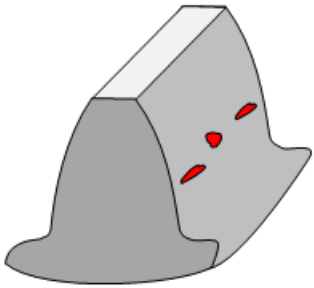
Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de razão de dureza – C_H

- ▶ Considerando que geralmente o pinhão tem menor número de dentes do que a engrenagem, este estará sujeito a ciclos maiores de tensão de contato.
- ▶ Mesmo com o endurecimento natural resultante do uso, recomenda-se que o pinhão tenha maior dureza, de forma a se obter uma resistência uniforme.
- ▶ O fator de razão de dureza C_H é somente empregado para o projeto da engrenagem



Equação AGMA

Exercício ► falha por fadiga de contato

Fator de razão de dureza – C_H

► Os valores para o fator de razão de dureza C_H são obtidos através da equação:

► Onde: $C_H = 1 + A'(m_g - 1)$

► Se $A' = 8,98 \times 10^{-3} \left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29 \times 10^{-3}$

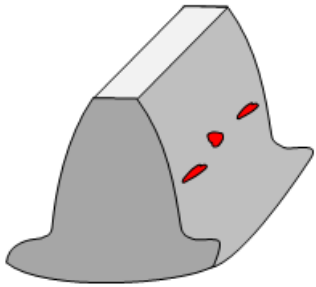
► Se $\left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) < 1,2$ então $A' = 0$

$\left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) > 1,7$ então $A' = 0,00698$



Equação AGMA

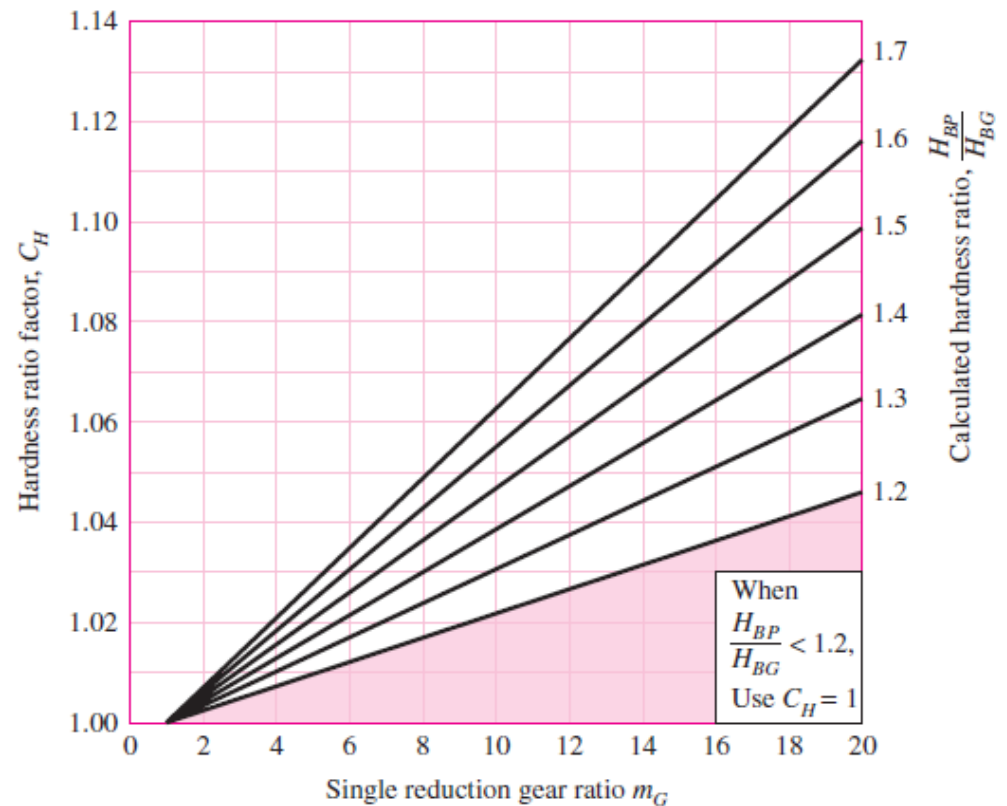
Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de razão de dureza – C_H

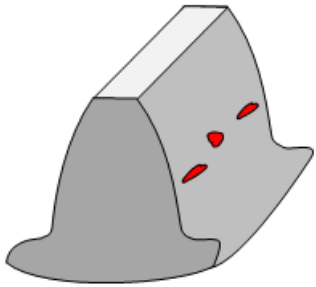
- ▶ Para aço endurecido





Equação AGMA

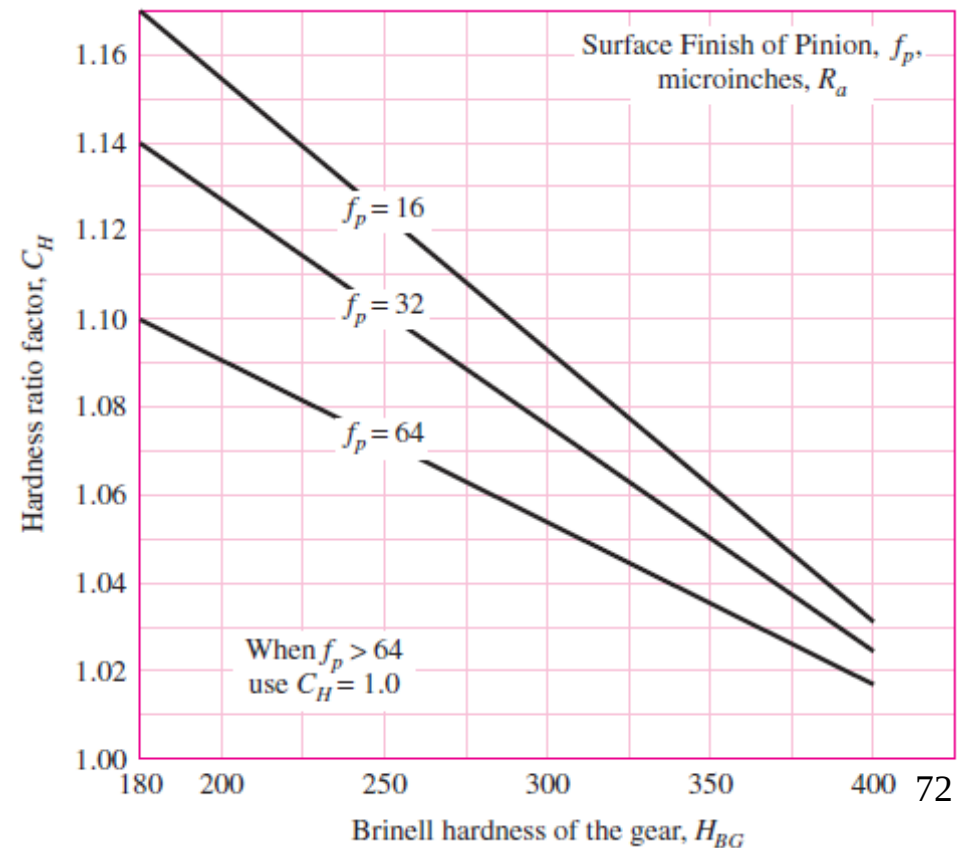
Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de razão de dureza – C_H

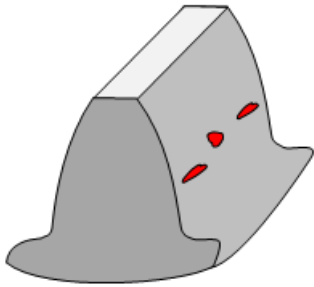
- ▶ Para aço endurecido - pinhão





Equação AGMA

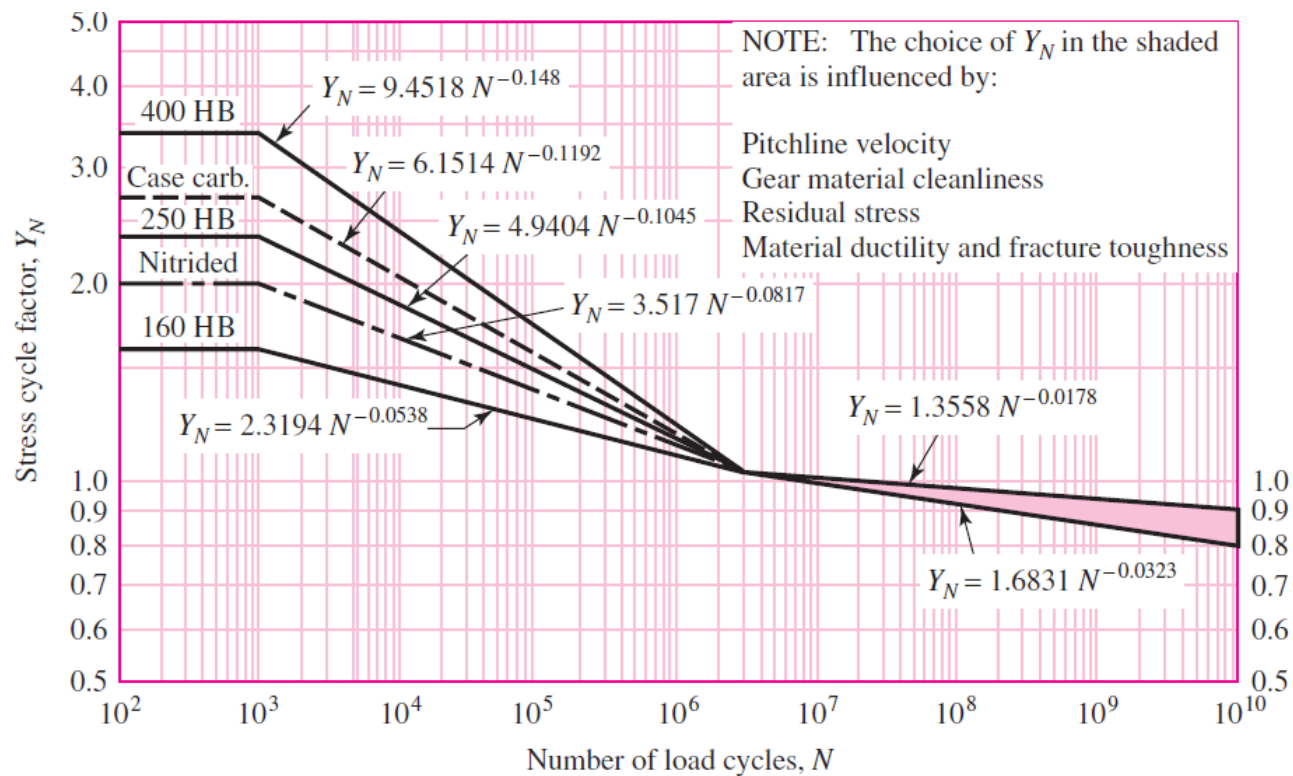
Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de tensão cíclica – Y_N e Z_N

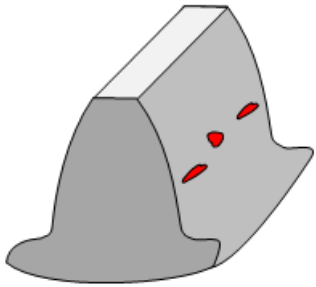
- ▶ Fator de tensão cíclica para flexão - Y_N





Equação AGMA

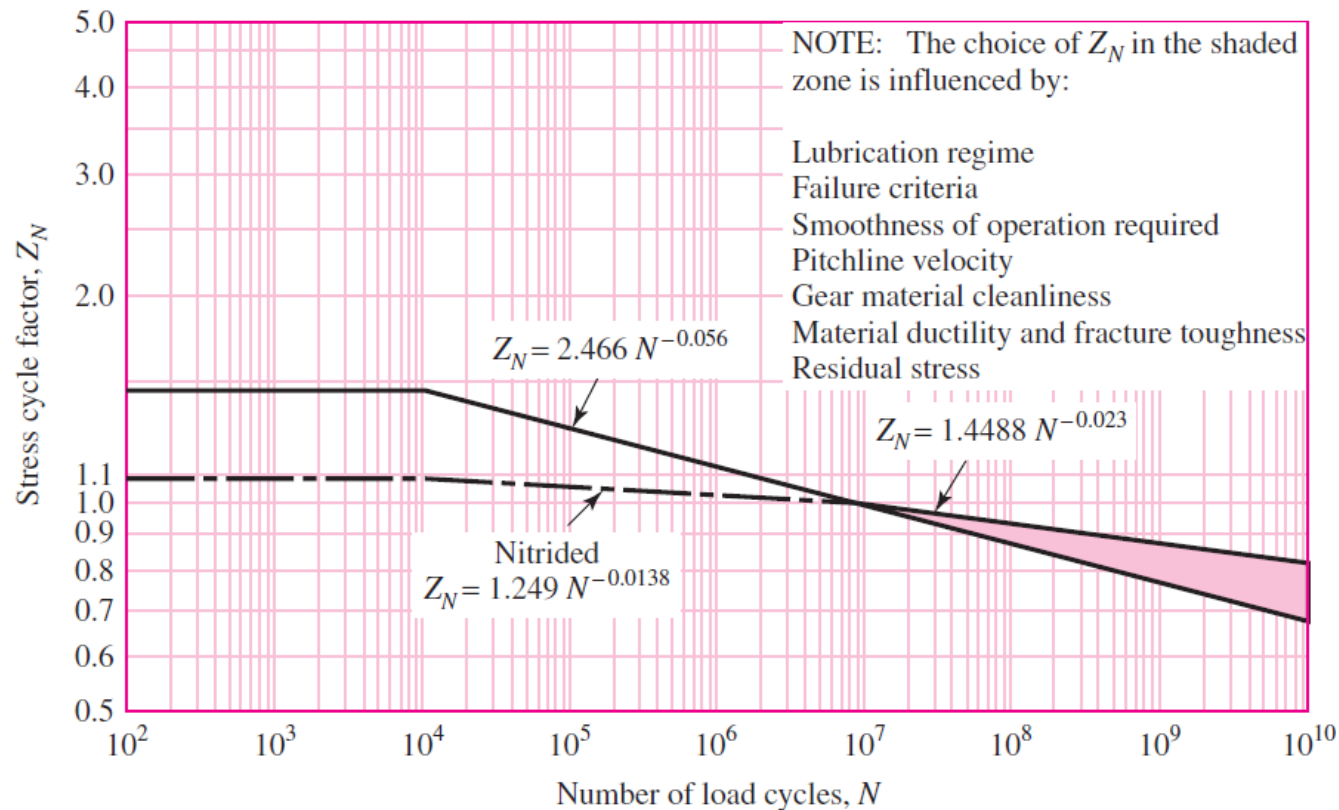
Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de tensão cíclica – Y_N e Z_N

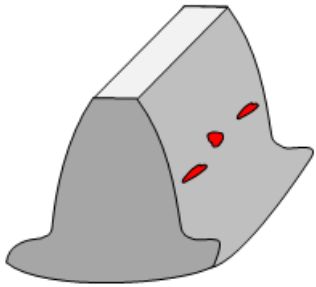
- ▶ Fator de tensão cíclica para tensão – Z_N





Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de confiabilidade – K_R ou Y_Z

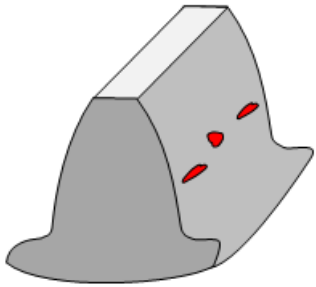
- ▶ Fator de confiabilidade contabiliza o efeito da probabilidade estatística de falha do material na fadiga
- ▶ As tensões **St** e **Sc** estão baseadas em uma confiabilidade de 99%
- ▶ Fator de confiabilidade – K_R ou Y_Z

Reliability	K_R (Y_Z)
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70



Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

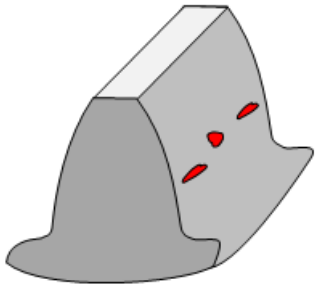
Fator de temperatura – K_T ou Y_θ

- ▶ Para óleo ou temperatura de contato de até 120°C,
 - ▶ $K_T = Y_\theta = 1$.
- ▶ Para temperaturas superiores $K_T = Y_\theta \gg 1$ e deve-se providenciar alguma solução que permita troca de calor.



Equação AGMA

Exercício



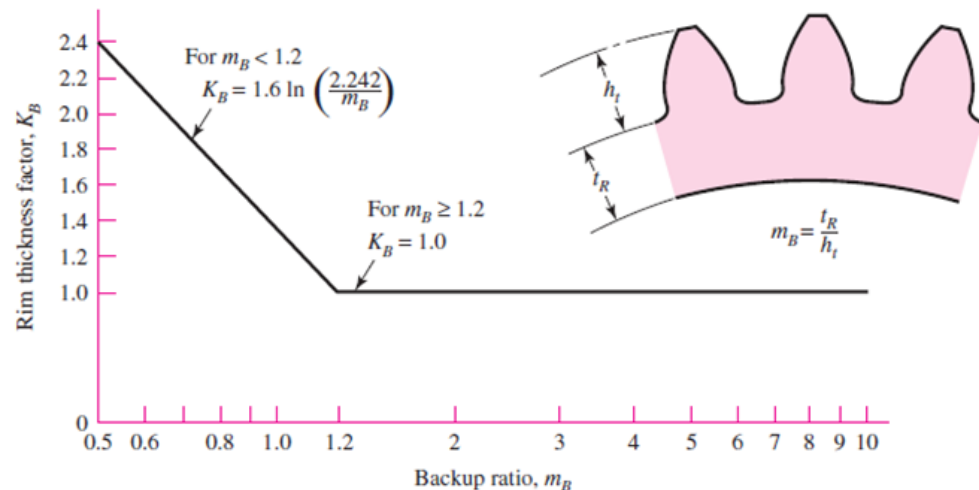
- ▶ falha por fadiga de contato

Fator de espessura da curvatura – K_B

- ▶ O Fator de espessura da curvatura – K_B , ajusta as estimativas da tensão de dobramento (flexão) para engrenagens de espessuras curvatura fina.
- ▶ O fator K_B depende do fator m_B :

- ▶
$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

$$K_B = \begin{cases} 1.6 \ln \frac{2.242}{m_B} & m_B < 1.2 \\ 1 & m_B \geq 1.2 \end{cases}$$





Equação AGMA

Exercício

- falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

→ Fator de resistência ao *pitting*

$$Z_I = I = \begin{cases} \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} & \text{external gears} \\ \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} & \text{internal gears} \end{cases}$$

$$m_N = 1$$

$$m_G = \frac{N_G}{N_P} = \frac{d_G}{d_P}$$

Diâmetro *pitch* da engrenagem

Diâmetro *pitch* do pinhão



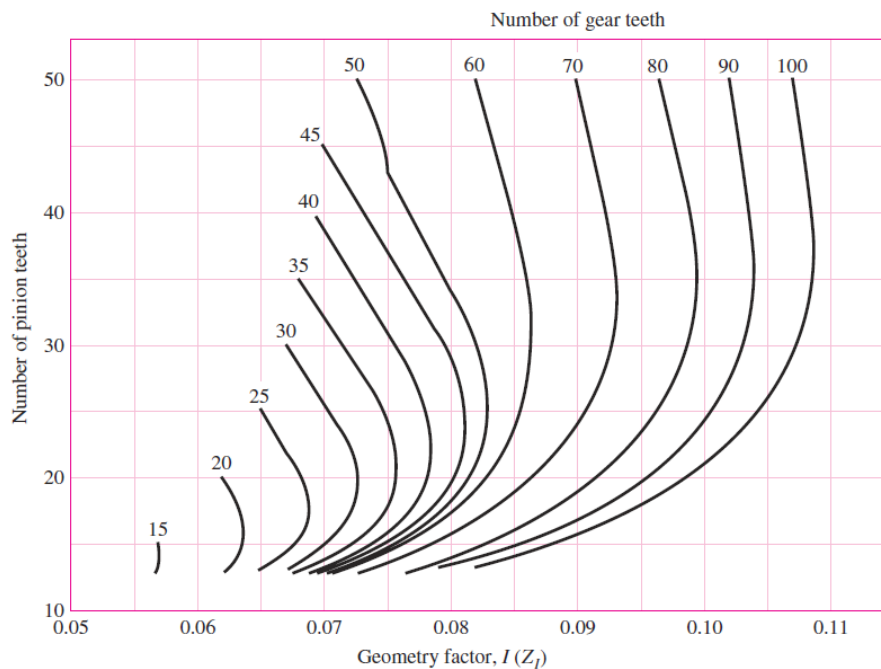
Equação AGMA

Exercício

- falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

→ Fator de resistência ao *pitting*

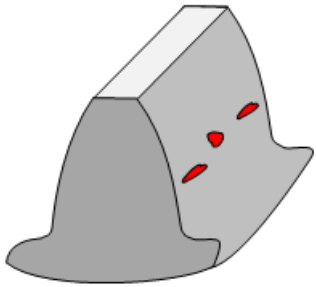




Equação AGMA

Exercício

- falha por fadiga de contato



$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de superfície

$Z_r = 1$ por recomendação da norma AGMA



Equação AGMA

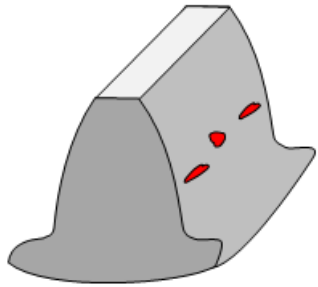
Exercício

- falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

$$W_t = 33.000 \frac{H}{V}$$

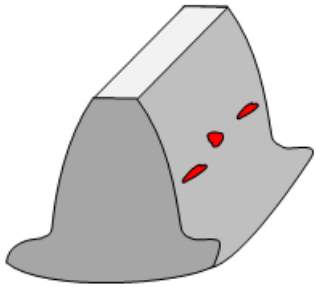
Carregamento tangencial





Equação AGMA

Exercício



- ▶ falha por fadiga de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

- ▶ Critério de falha por flexão

$$\sigma < \sigma_{c_{total}}$$

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

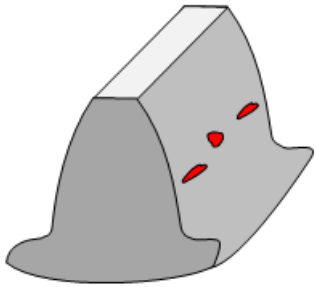
$$S_H = \frac{S_c Z_n \left(\frac{C_H}{(K_T K_R)} \right)}{\sigma_c}$$



Equação AGMA

Exercício

- falha por fadiga de contato



$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$

Fator de confiabilidade

Fator de relação de durezas

Fator de resistência a fadiga por pitting

Fator de temperatura

Fator de segurança para pitting

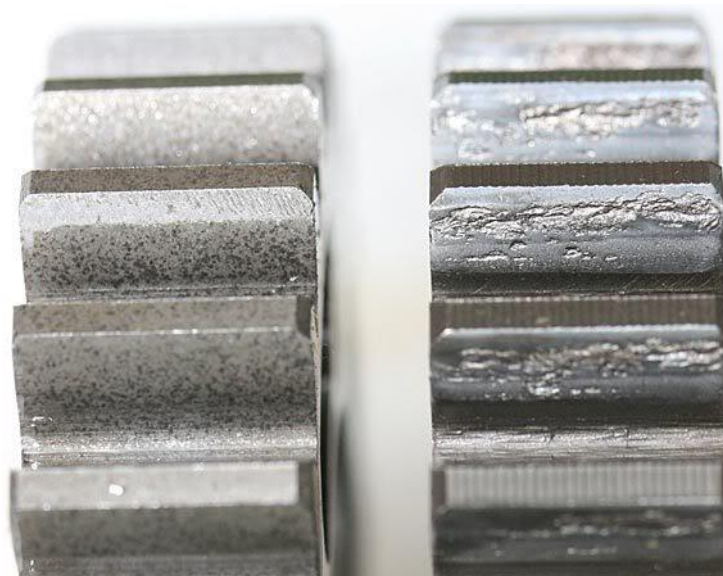
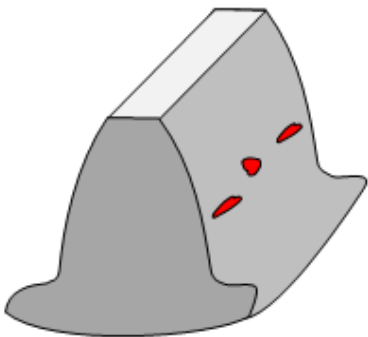
Fator de superfície de Buckingham



Equação AGMA

Considerações sobre a durabilidade da superfície

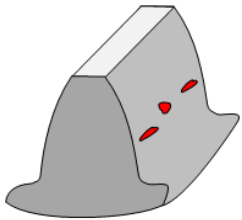
- ▶ falha por fadiga de contato
- ▶ Um dos modos de falha de engrenagens está relacionado a fadiga superficial dos dentes, pitting.
- ▶ Este é formado pela ação cíclica das tensões de





Equação AGMA

Considerações sobre a durabilidade da superfície



- ▶ falha por fadiga de contato

Durabilidade da superfície

- ▶ Empregando a teoria de contato de Hertz para dois cilindros

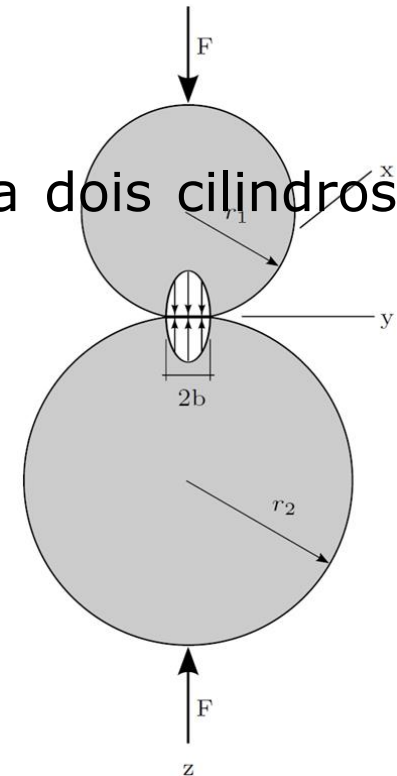
temos:

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi b l}$$

- ▶ Onde:

- P_{max} = maior pressão de contato
- F = força aplicada nos cilindros
- l = comprimento dos cilindros

- $$b = \left\{ \frac{2F}{\pi l} \frac{[(1 - \nu_1^2)/E_1] + [(1 - \nu_2^2)/E_2]}{(1/d_1) + (1/d_2)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$





Equação AGMA

Considerações sobre a durabilidade da superfície

- ▶ falha por fadiga de contato

Durabilidade da superfície

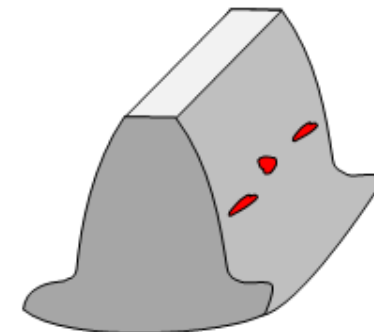
- ▶ Considerando P_{max} como σ_c (tensão compressiva de Hertz),

temos:

$$\sigma_c^2 = \frac{W_t}{\pi F \cos \phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{[(1 - \nu_1^2) / E_1] + [(1 - \nu_2^2) / E_2]}$$

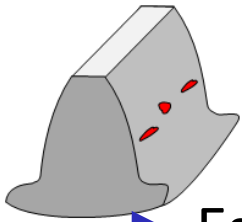
- ▶ Onde:

- r_1, r_2 = são os raios das engrenagens no ponto de contato
- ν = coeficiente de Poisson
- ϕ o ângulo de pressão





Considerações sobre a durabilidade da superfície



$$\sigma_c^2 = \frac{W_t}{\pi F \cos \phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{[(1 - \nu_1^2) / E_1] + [(1 - \nu_2^2) / E_2]}$$

- ▶ Esta equação pode ser resolvida para todos os pontos de contato durante o engrenamento
- ▶ Apesar do contato apresentar rolamento e escorregamento, será considerado que este será somente de rolamento

$$r_1 = \frac{d_p \sin \phi}{2}$$

$$r_2 = \frac{d_G \sin \phi}{2}$$

▶ Onde:

- d_p = diâmetro pitch do pinhão
- d_G = diâmetro pitch da engrenagem



Considerações sobre a durabilidade da superfície

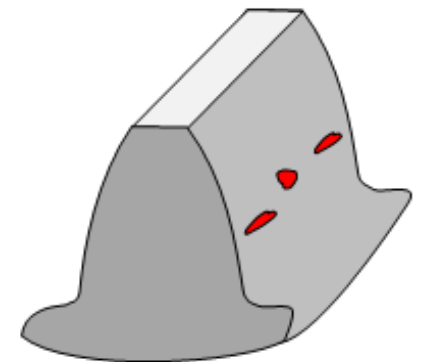
Durabilidade da superfície

- ▶ A equação
$$\sigma_c^2 = \frac{W_t}{\pi F \cos \phi} \frac{(1/r_1) + (1/r_2)}{[(1 - \nu_1^2)/E_1] + [(1 - \nu_2^2)/E_2]}$$
- ▶ apresenta quatro termos elásticos, dois para a engrenagem e dois para o pinhão
- ▶ O que permite a AGMA definir um coeficiente elástico C_p

$$C_P = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$

- ▶ Substituindo temos:

$$\sigma_c = -C_p \left[\frac{K_v W_t}{F \cos \phi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2}$$





ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FIM