

**Questão 1** – Considere a estrutura cuja seção transversal está descrita na Figura 1.

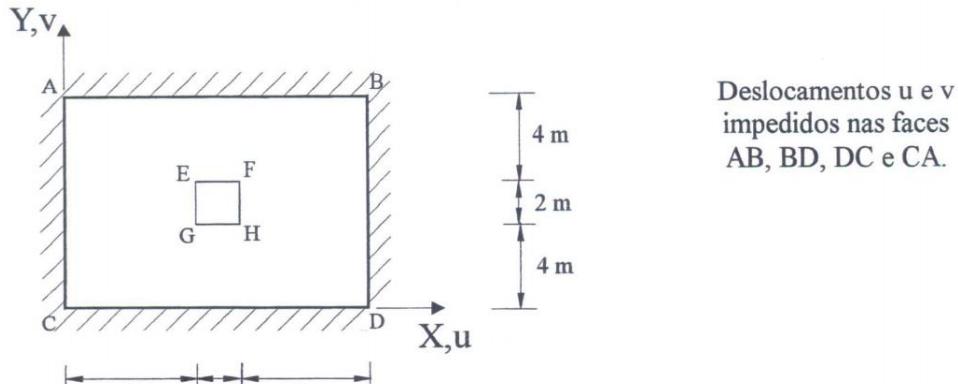


Figura 1

A estrutura tem uma região vazada representada em sua seção transversal pelo retângulo EFGH. A estrutura é longa na direção ortogonal a sua seção transversal sendo que nas seções de extremidade os deslocamentos na direção ortogonal à seção são impedidos. A região vazada é preenchida por um fluido que exerce uma pressão constante  $p = 10000 \text{ kN/m}^2$  nas superfícies definidas por EF, EG, GH e FH. Considere  $E = 2,1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  e  $\nu = 0,3$ .

Na Figura 2 mostra-se um modelo de elementos finitos, que tira partido da simetria, correspondente à região hachurada indicada também na Figura 2.

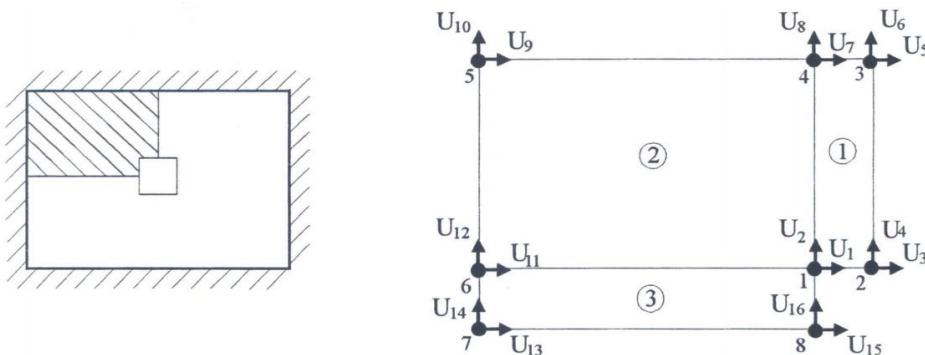


Figura 2

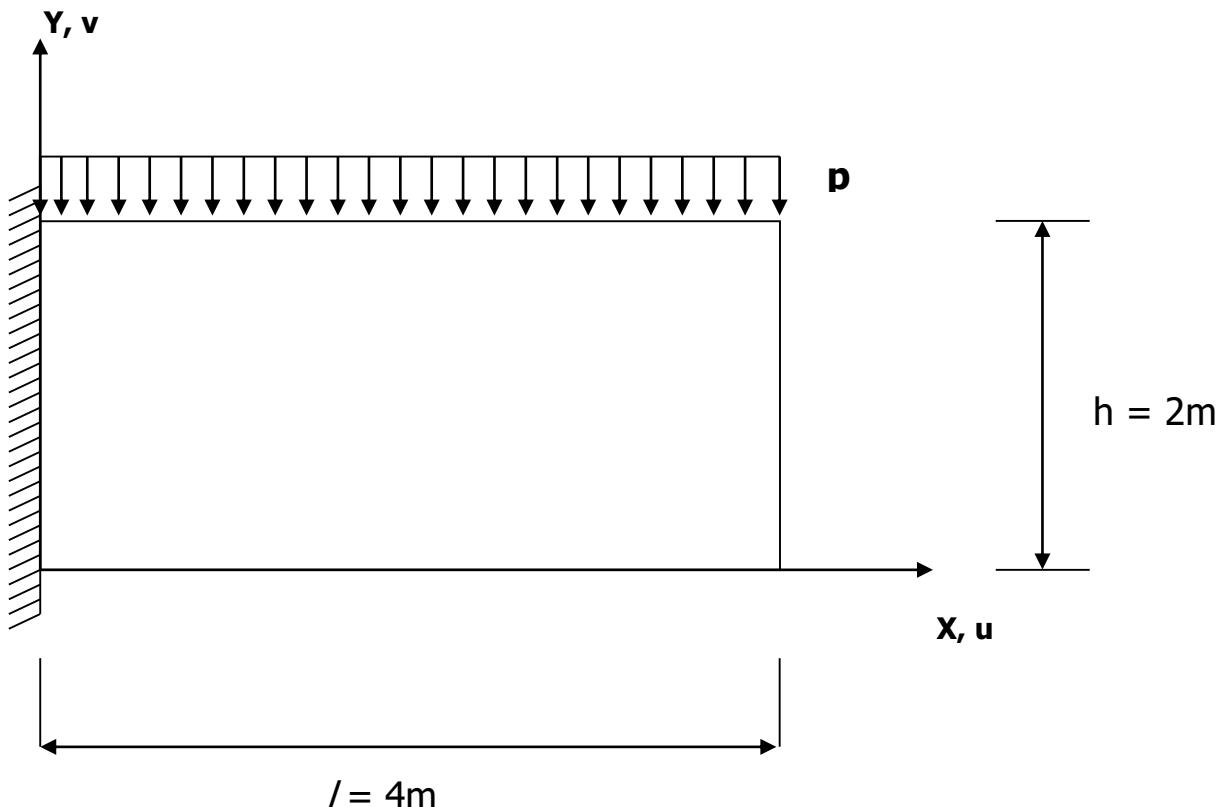
Pedem-se:

- i. Qual o modelo matemático da elasticidade plana que deve ser utilizado para modelagem deste problema?
- ii. Indique quais as vinculações que devem ser introduzidas nos nós para que o modelo de elementos finitos represente a situação descrita;
- iii. Calcule os coeficientes  $K_{11}, K_{22}, K_{12}$  da matriz de rigidez do modelo, considerando a expressão exata da matriz de rigidez do elemento retangular (veja **Moodle**);

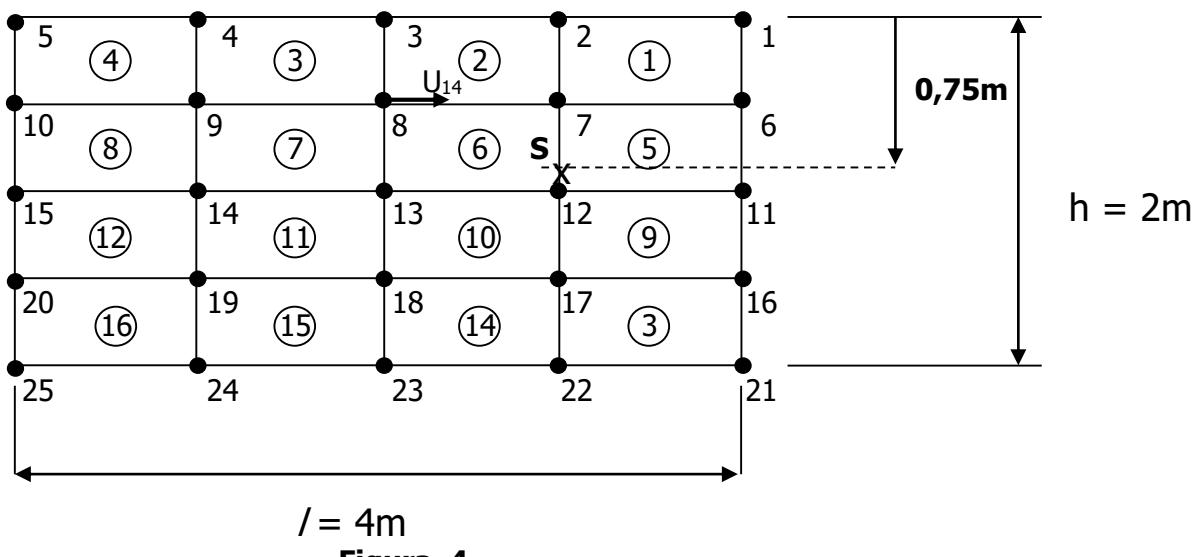
**iv.** Calcule o carregamento externo correspondente aos graus de liberdade  $U_1$  e  $U_2$ , isto é  $R_1$  e  $R_2$ ;

**v.** Considerando os deslocamentos  $U_1 = -2 \times 10^{-4} \text{ m}$  e  $U_2 = 1,3 \times 10^{-4} \text{ m}$ , calcular as componentes de deformação  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  e  $\gamma_{xy}$  para o ponto de coordenadas  $X = 5,0 \text{ m}$  e  $Y = 7,5 \text{ m}$ .

**Questão 2** – Considere a chapa mostrada na Figura 3. A discretização por elementos finitos retangulares de 4 nós, mostrada na Figura 4, foi utilizada para solucionar o problema. Os deslocamentos calculados estão fornecidos na tabela abaixo. Pedem-se:

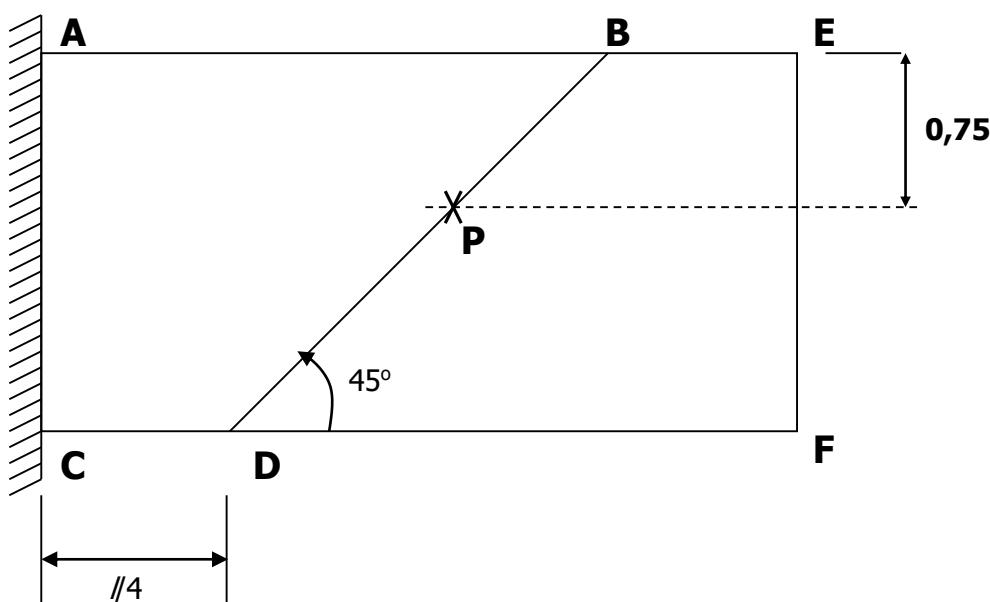


**Figura 3**

**Figura 4**

Considere  $E = 2,1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  e  $\nu = 0,3$ .

- i.** Calcular o elemento  $K_{14,14}$  da matriz de rigidez do modelo. Não é necessário efetuar as integrações;
- ii.** Calcular a tensão  $\sigma_{xy}$  no ponto  $S$ , tomando este ponto como um ponto do elemento 6 e do elemento 5;
- iii.** Considere que a chapa foi cortada por um plano ortogonal que tem traço no plano da chapa dado por BD, mostrado na Figura 5. Calcule a partir da solução de elementos finitos, a tensão no ponto  $P$  associada à ação da parte DBEF da chapa sobre a parte ABDC.

**Figura 5**

**Dados: Deslocamentos nodais em metros (m)**

Nó	Deslocamento Horizontal - u	Deslocamento Vertical - v
1	3.01156E-04	-1.05696E-03
2	2.90230E-04	-7.58585E-04
3	2.54447E-04	-4.58601E-04
4	1.70125E-04	-1.97917E-04
5	0.00000E+00	0.00000E+00
6	1.54158E-04	-1.04783E-03
7	1.45134E-04	-7.48133E-04
8	1.22576E-04	-4.44522E-04
9	6.96506E-05	-1.70890E-04
10	0.00000E+00	0.00000E+00
11	1.01966E-05	-1.04102E-03
12	7.39761E-06	-7.41451E-04
13	4.27442E-06	-4.35034E-04
14	7.70152E-07	-1.60340E-04
15	0.00000E+00	0.00000E+00
16	-1.33773E-04	-1.03835E-03
17	-1.30469E-04	-7.38625E-04
18	-1.13567E-04	-4.34364E-04
19	-6.74720E-05	-1.61685E-04

---

07 de junho de 2018

20	0.00000E+00	0.00000E+00
21	-2.80822E-04	-1.03800E-03
22	-2.75700E-04	-7.39481E-04
23	-2.45525E-04	-4.39093E-04
24	-1.64130E-04	-1.78097E-04
25	0.00000E+00	0.00000E+00