

Energia Renovável do Oceano

- Espectro de energia de ondas;
- Parâmetros estatísticos;
- Espectros padronizados;
- Estatística de potencial energético

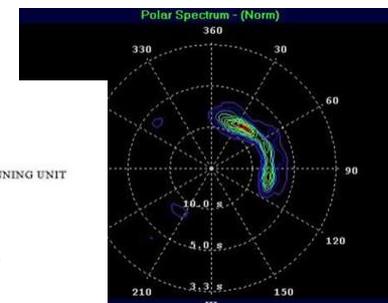
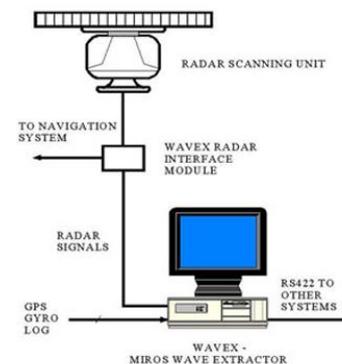
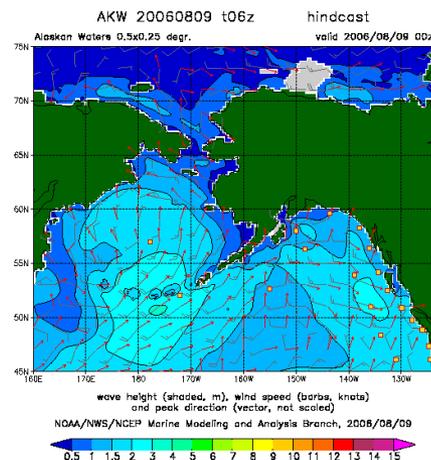
Bibliografia recomendada

Sugestões para estudo:

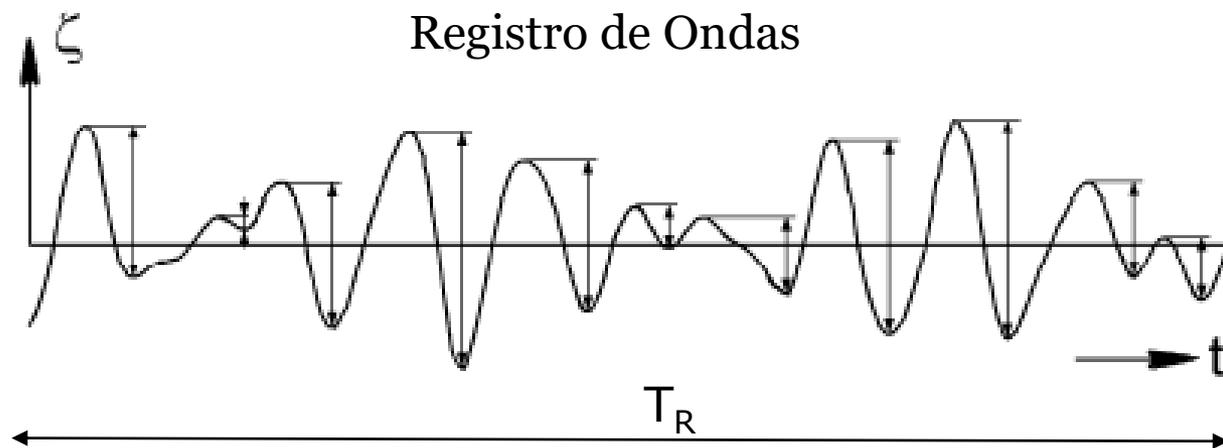
1. JOURNÉE, J.M.J & MASSIE, W.W. Offshore Hydromechanics, Apostila, Delft University of Tech., Holanda, 1a Ed., 2001 (Capítulos 5.3, 5.4, 5.5);
2. OCHI, M.K. Ocean Waves. The Stochastic Approach. Cambridge Ocean Tech. Series (6), Cambridge University Press, 1998.
3. FORTES, J.F., Avaliação do potencial de energias marinhas na região de São Sebastião. Dissertação de Mestrado, IOUSP, 2018

Ondas Irregulares: Aleatoriedade

Monitoramento de Ondas



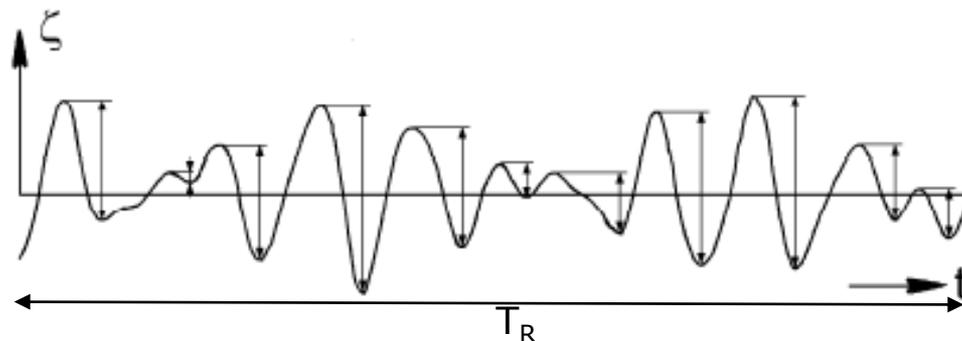
Ondas Irregulares: Aleatoriedade



- **Estado de mar:** condição durante a qual a estatística das ondas permanece invariante (processo estocástico *ergódico*)
- Duração típica: 3 horas
- Número representativo de ciclos de ondas: $N_C \cong 1000$

Espectro de Energia das Ondas do Mar

- Ao invés de avaliarmos a estatística de ondas em um estado de mar com base em registros, é mais conveniente trabalharmos com seu *espectros de energia*:



- Decomposição em *Série de Fourier*:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T_R} \quad \Rightarrow \quad \zeta(t) = \sum_{j=1}^{\infty} [c_j \cos \omega_j t + s_j \sin \omega_j t] = \sum_{j=1}^{\infty} [A_j e^{i(\omega_j t - \varepsilon_j)} + (*)] / 2$$

$$\omega_j = j\Delta\omega$$

$$A_j = \sqrt{c_j^2 + s_j^2}$$

$$\varepsilon_j = \arctan(s_j/c_j)$$

Espectro de Energia das Ondas do Mar

- Decomposição em *Série de Fourier*:

$$\zeta(t) = \sum_{j=1}^{\infty} [c_j \cos \omega_j t + s_j \sin \omega_j t] = \sum_{j=1}^{\infty} [A_j e^{i(\omega_j t - \varepsilon_j)} + (*)] / 2$$

$$c_j = \frac{2}{T} \int_0^T \zeta(t) \cos \omega_j t \cdot dt$$

$$s_j = \frac{2}{T} \int_0^T \zeta(t) \sin \omega_j t \cdot dt$$

$$-\pi \leq \varepsilon_j \leq \pi$$

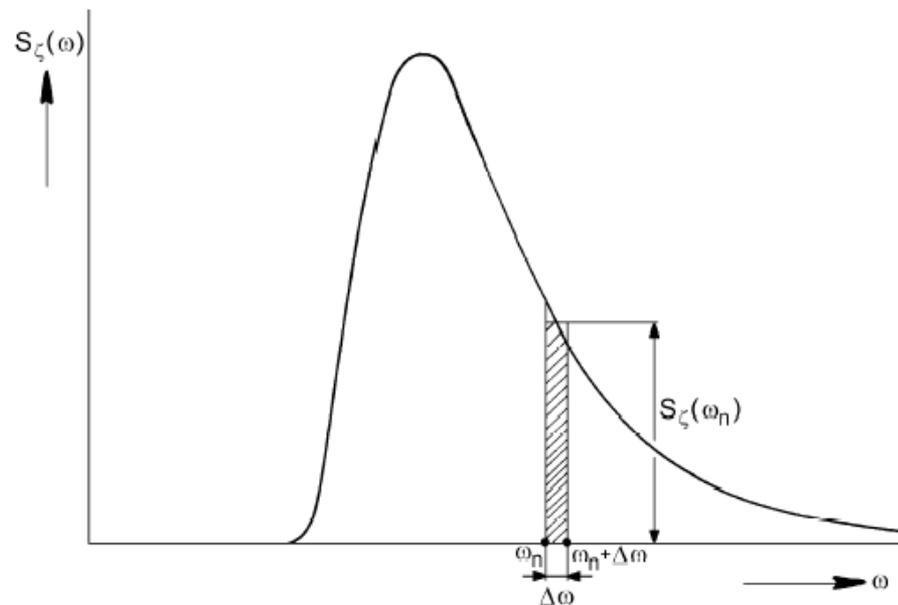
Espectro de Energia das Ondas do Mar

- **Espectro de Energia:** medida da densidade de energia média de ondas em cada raia de frequência

$$S_{\zeta}(\omega_n) = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\Delta\omega} \sum_{\omega_n}^{\omega_n + \Delta\omega} \frac{1}{2} A_n^2 \right]$$

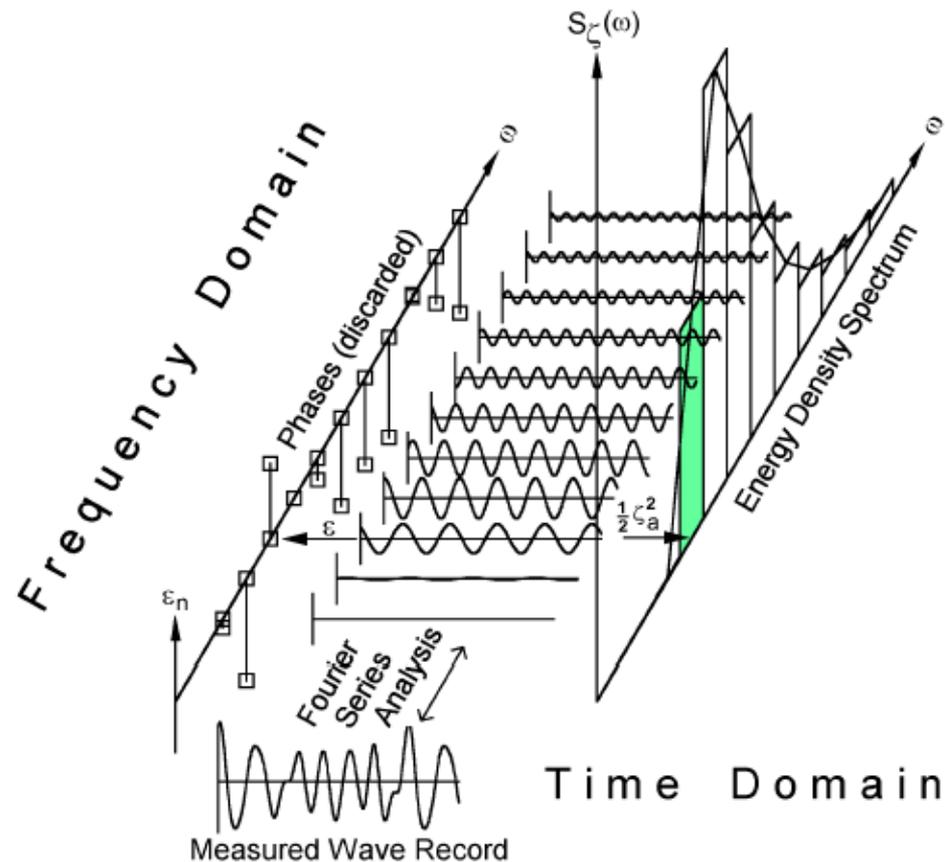
$$S_{\zeta}(\omega_n) \cdot d\omega = \frac{1}{2} A_n^2$$

m².s (SI)



3. Espectro de Energia das Ondas do Mar

- Espectro de energia de ondas: interpretação gráfica



3. Espectro de Energia das Ondas do Mar

- Relação entre $S(\omega)$ e a variância do registro σ^2

$$\sigma^2 = \overline{\zeta^2(t)} = \frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} \zeta^2(t) dt$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{T_R} \sum_k \sum_m A_k A_m \int_0^{T_R} \cos(\omega_k t - \varepsilon_k) \cos(\omega_m t - \varepsilon_m) dt$$

$\rightarrow = 0$ se $\omega_k \neq \omega_m$

$$\sigma^2 = \sum_j A_j^2 \left(\frac{1}{T_R} \int_0^{T_R} \cos^2(\omega_j t - \varepsilon_j) dt \right)$$

$$\sigma^2 = \sum_j \frac{1}{2} A_j^2 = \sum_j S(\omega_j) \Delta\omega \quad \xrightarrow{\Delta\omega \rightarrow 0} \quad \boxed{\sigma^2 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega}$$

Espectro de Energia das Ondas do Mar

- Momentos Espectrais:

$$m_k = \int_0^{\infty} \omega^k S_{\zeta}(\omega) \cdot d\omega$$

Então:

$$\sigma = RMS = \left[\int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) \cdot d\omega \right]^{1/2} = \sqrt{m_0}$$

Parâmetros estatísticos

- Podemos obter alguns dos principais parâmetros estatísticos de ondas a partir dos momentos espectrais:

- Amplitude/Altura **Significativa**:

$$\begin{aligned}A_{1/3} &= 2\sigma = 2\sqrt{m_0} \\ H_{1/3} &= 4\sigma = 4\sqrt{m_0}\end{aligned}$$

- Período **Central**:

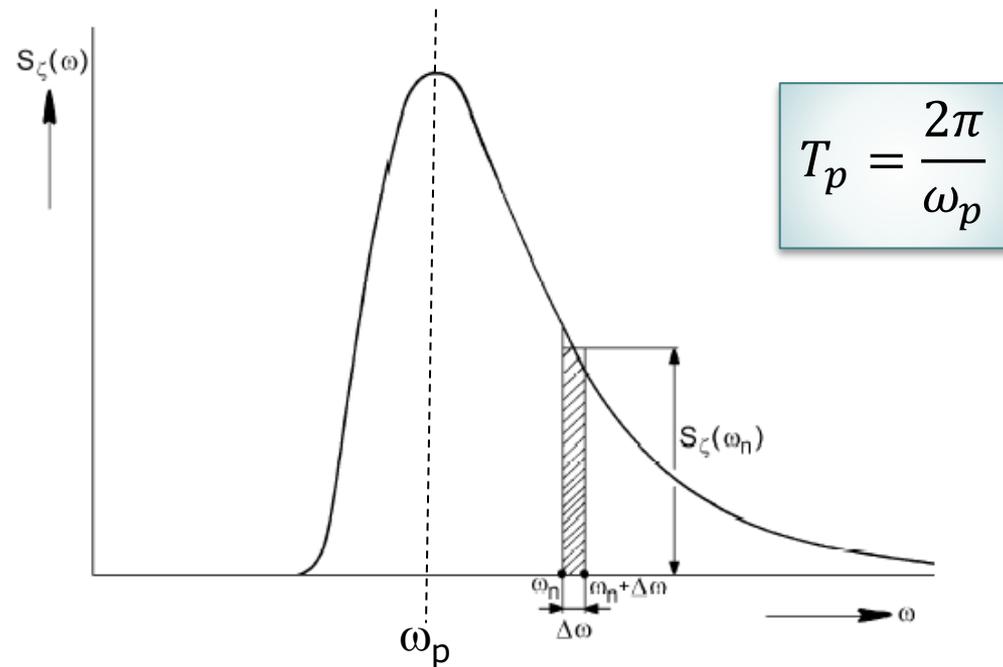
$$T_1 = 2\pi \frac{m_0}{m_1}$$

- Período **entre Zeros Ascendentes**:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$$

Parâmetros estatísticos

- Período **de pico do espectro**:



Aspectos Básicos da Geração de Ondas

- Ação do Vento sobre a Superfície:
 - Flutuações de pressão
 - Atrito
- As características do mar gerado dependerão de três fatores principais:
 - Velocidade média do vento (U);
 - Duração da ação do vento sobre a superfície;
 - Pista (*fetch*) existente para ação do vento.

Aspectos Básicos da Geração de Ondas

Beaufort 5



Aspectos Básicos da Geração de Ondas

Beaufort 11



Aspectos Básicos da Geração de Ondas

- Mecanismos envolvidos no processo:

- Energia significativa: $\bar{E} = \frac{1}{2} \rho g A_{1/3}^2 = \rho g m_0^{1/2}$

- Velocidade de grupo: $c_g = \frac{1}{2} \frac{g}{\omega_p}$

- Equilíbrio: $c_g \cong U$

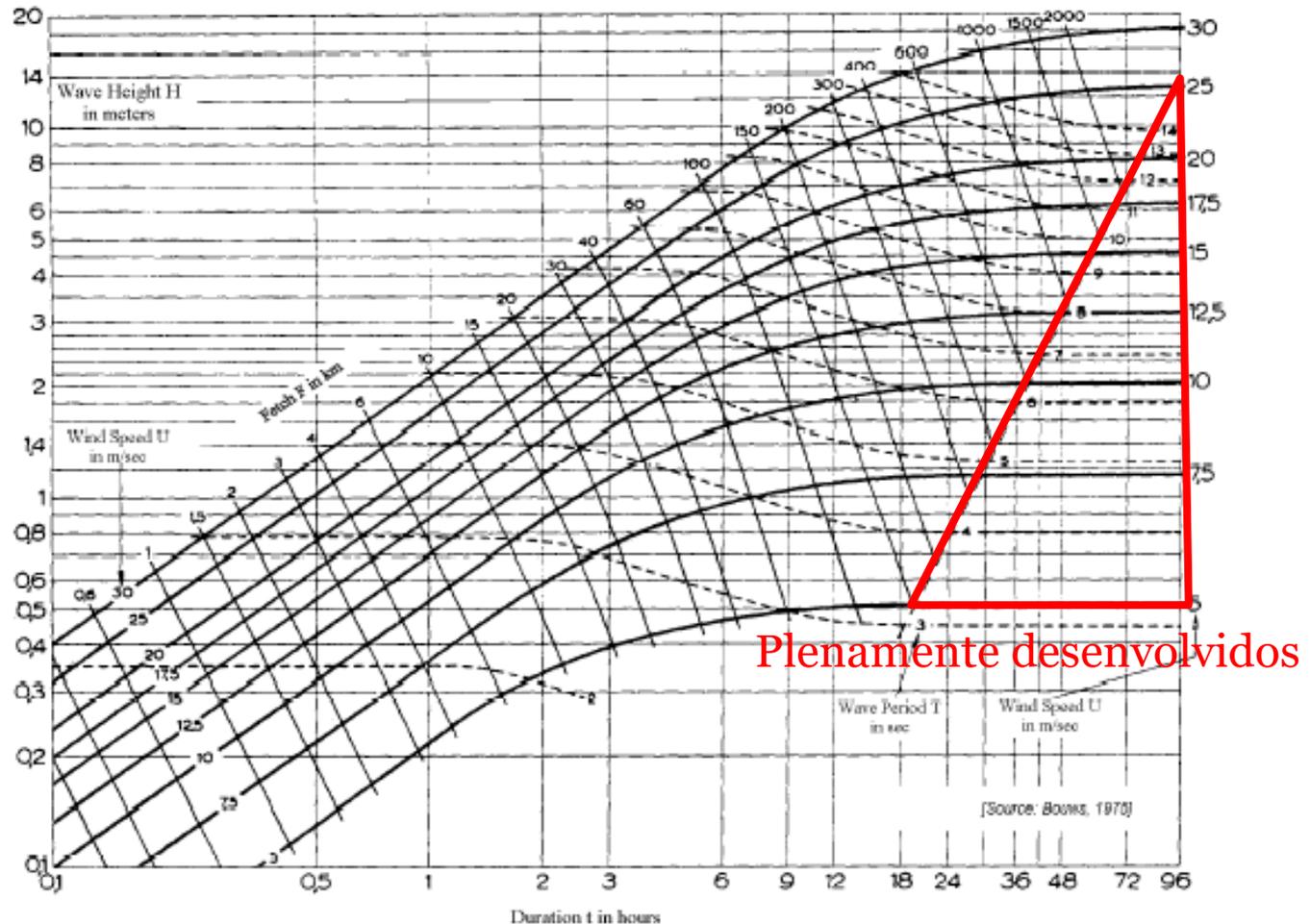
Para uma dada situação de vento, se houver tempo e pista suficientes, o mar atingirá a situação de equilíbrio: **Mar Plenamente Desenvolvido** (*Fully Developed*)

Deve existir uma declividade típica, *invariante* para mares plenamente desenvolvidos:

$$\varepsilon_p \cong H_{1/3} / \lambda_p = \omega_p^2 H_{1/3} / 2\pi g$$

4. Aspectos Básicos da Geração de Ondas

- Parâmetros importantes: U; pista (F); Duração



Espectros de Ondas Padrão

Formas de espectro parametrizadas, usualmente adotadas para caracterizar os espectros de mar em função de poucos parâmetros estatísticos

Os primeiros espectros parametrizados foram baseados em considerações físicas e na análise de um grande número de registros:

- Mares plenamente desenvolvidos:
equilíbrio $\omega_p \propto \frac{g}{c_g} = \frac{g}{U}$

- Phillips (1966): $\omega \rightarrow \infty$ $S_z(\omega) \propto \frac{g^2}{\omega^5}$

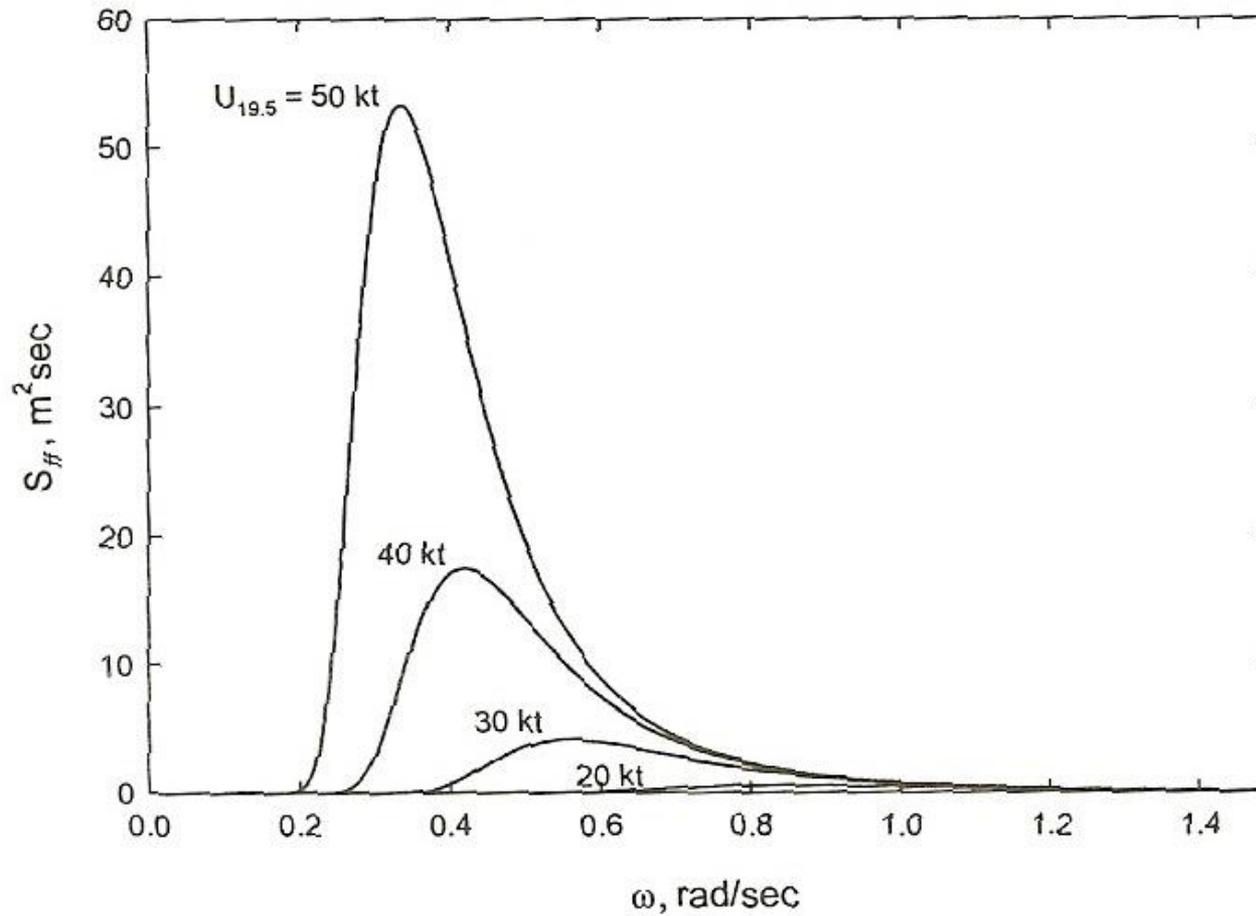
Espectros de Ondas Padrão

- Espectro de Pierson-Moskowitz

- Pierson & Moskowitz (1963): Análise de grande número de registros do Atlântico Norte.
 - Região Aberta -> Mares Plenamente Desenvolvidos
- Expressão original:

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{0.0081 g^2}{\omega^5} \exp \left[-0.74 \left(\frac{g}{\omega U} \right)^4 \right]$$

Espectros de Ondas Padrão



Espectros de Ondas Padrão

- Variantes do Espectro de Pierson-Moskowitz

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right)$$

- ITTC (1969):

$$\begin{aligned} A &= 0.0081g^2 \\ B &= \frac{3.11}{H_{1/3}^2} \end{aligned}$$

Consideração de uma declividade *fixa*: $\varepsilon_p \cong 2,86\%$

- ISSC (1967):

$$\begin{aligned} A &= \frac{173H_{1/3}^2}{T_1^4} \\ B &= \frac{692}{T_1^4} \end{aligned}$$

Também conhecido como espectro de *Bretschneider*

$$T_p = 1.296T_1 = 1.407T_2$$

As duas propostas coincidem quando: $T_1 = 3.86 \sqrt{H_{1/3}}$

Espectros de Ondas Padrão

- Espectro de JONSWAP

- *Joint North Sea Wave Project* (1968-1969)
- Costa da Dinamarca– 100 milhas da Ilha Sylt
- Mares de pista limitada (*fetch limited*)
- Sugestão ITTC (1984):

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{320 \cdot H_{1/3}^2}{T_p^4} \omega^{-5} \exp \left\{ \frac{-1950}{T_p^4} \omega^{-4} \right\} \gamma^A$$

Peakedness factor $\rightarrow \gamma = 3.3$

$$A = \exp \left\{ - \left(\frac{\omega/\omega_p - 1}{\sigma\sqrt{2}} \right)^2 \right\}$$

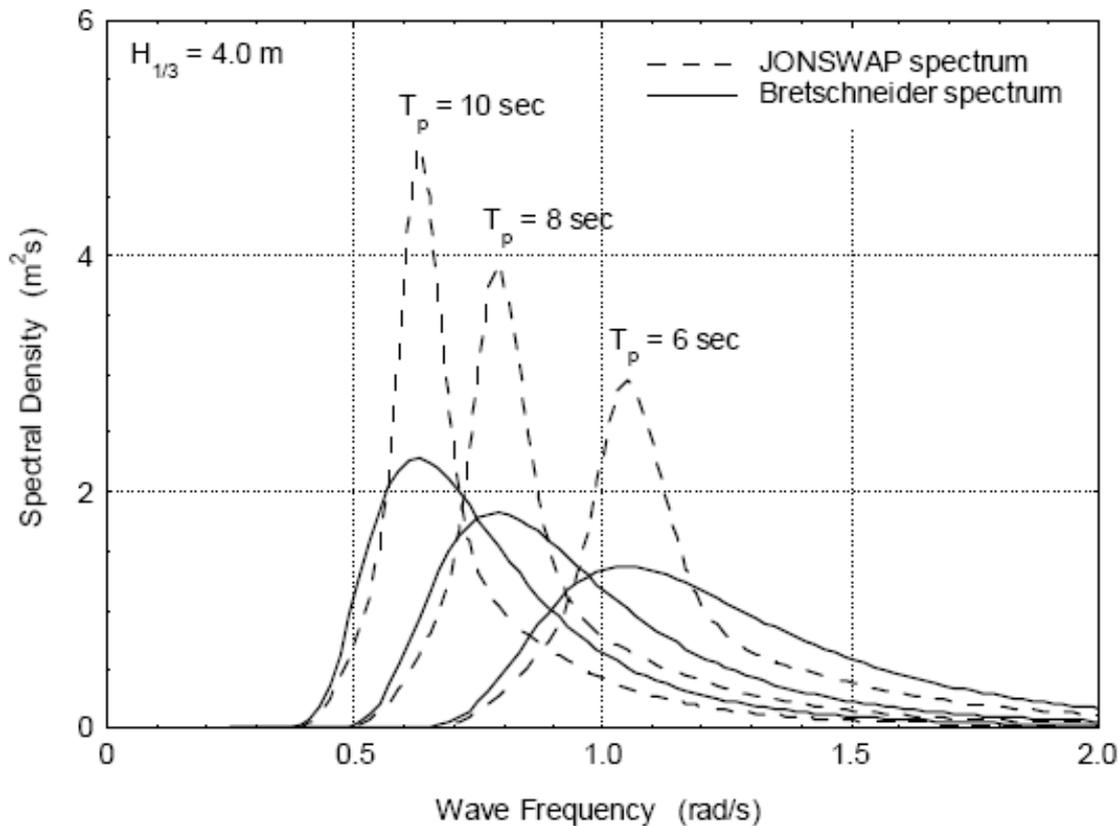
$$\sigma = 0.07; \quad \omega < \omega_p$$

$$\sigma = 0.09; \quad \omega > \omega_p$$

Hoje γ é empregado como um terceiro parâmetro, tornando o espectro de JONSWAP mais universal

Espectros de Ondas Padrão

- Comparação entre os diferentes modelos de espectro



Estatísticas de Longo-Termo

Estatísticas *das condições de mar* de determinado local do oceano

Tabela de Ocorrências

| Winter Data of Areas 8, 9, 15 and 16 of the North Atlantic (Global Wave Statistics) | | | | | | | | | | | | |
|---|-----------|-----|------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|------|--------|
| | T_2 (s) | | | | | | | | | | | |
| H_s (m) | 3.5 | 4.5 | 5.5 | 6.5 | 7.5 | 8.5 | 9.5 | 10.5 | 11.5 | 12.5 | 13.5 | Total |
| 14.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 30 | 154 | 362 | 466 | 370 | 202 | 1586 |
| 13.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 33 | 145 | 293 | 322 | 219 | 101 | 1116 |
| 12.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 72 | 289 | 539 | 548 | 345 | 149 | 1949 |
| 11.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 17 | 160 | 585 | 996 | 931 | 543 | 217 | 3449 |
| 10.5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 41 | 363 | 1200 | 1852 | 1579 | 843 | 310 | 6189 |
| 9.5 | 0 | 0 | 0 | 4 | 109 | 845 | 2485 | 3443 | 2648 | 1283 | 432 | 11249 |
| 8.5 | 0 | 0 | 0 | 12 | 295 | 1996 | 5157 | 6323 | 4333 | 1882 | 572 | 20570 |
| 7.5 | 0 | 0 | 0 | 41 | 818 | 4723 | 10537 | 11242 | 6755 | 2594 | 703 | 37413 |
| 6.5 | 0 | 0 | 1 | 138 | 2273 | 10967 | 20620 | 18718 | 9665 | 3222 | 767 | 66371 |
| 5.5 | 0 | 0 | 7 | 471 | 6187 | 24075 | 36940 | 27702 | 11969 | 3387 | 694 | 111432 |
| 4.5 | 0 | 0 | 31 | 1586 | 15757 | 47072 | 56347 | 33539 | 11710 | 2731 | 471 | 169244 |
| 3.5 | 0 | 0 | 148 | 5017 | 34720 | 74007 | 64809 | 28964 | 7804 | 1444 | 202 | 217115 |
| 2.5 | 0 | 4 | 681 | 13441 | 56847 | 77259 | 45013 | 13962 | 2725 | 381 | 41 | 210354 |
| 1.5 | 0 | 40 | 2699 | 23284 | 47839 | 34532 | 11554 | 2208 | 282 | 27 | 2 | 122467 |
| 0.5 | 5 | 350 | 3314 | 8131 | 5858 | 1598 | 216 | 18 | 1 | 0 | 0 | 19491 |
| Total | 5 | 394 | 6881 | 52126 | 170773 | 277732 | 256051 | 150161 | 61738 | 19271 | 4863 | 999995 |

Estatísticas de Longo-Termo

Distribuição de $H_{1/3}$: Weibull



Estatísticas de Longo-Termo

Distribuição de $H_{1/3}$: Weibull

- Exemplo:
 - Período de Retorno: 100 anos

Número de estados de mar em 100 anos: N_{100}

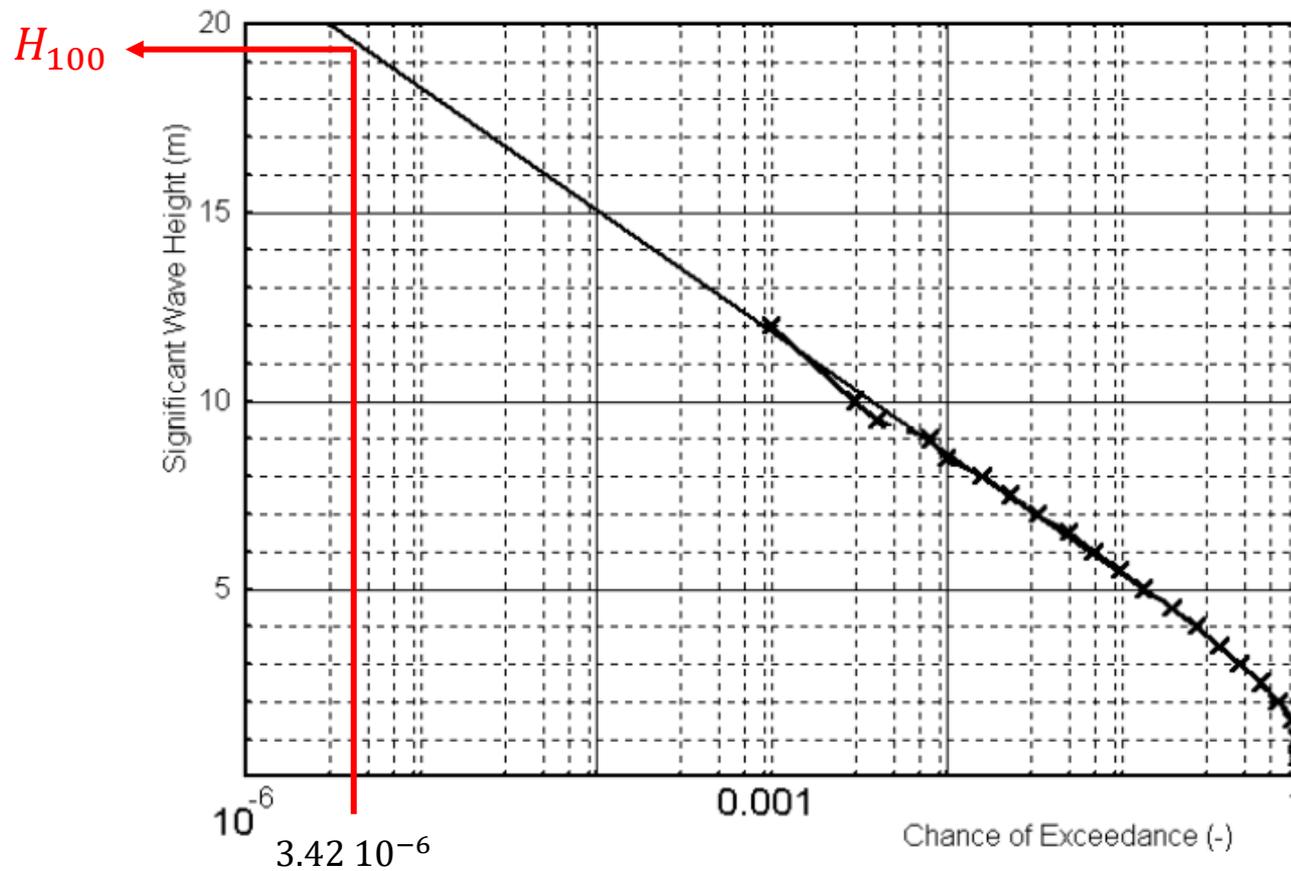
$$N_{100} = \frac{100 * 365 * 24}{3} = 292000$$

Determinação da Altura Centenária (H_{100}):

$$P\{H_S > H_{100}\} = \frac{1}{292000} = 3.42 \cdot 10^{-6}$$

Estatísticas de Longo-Termo

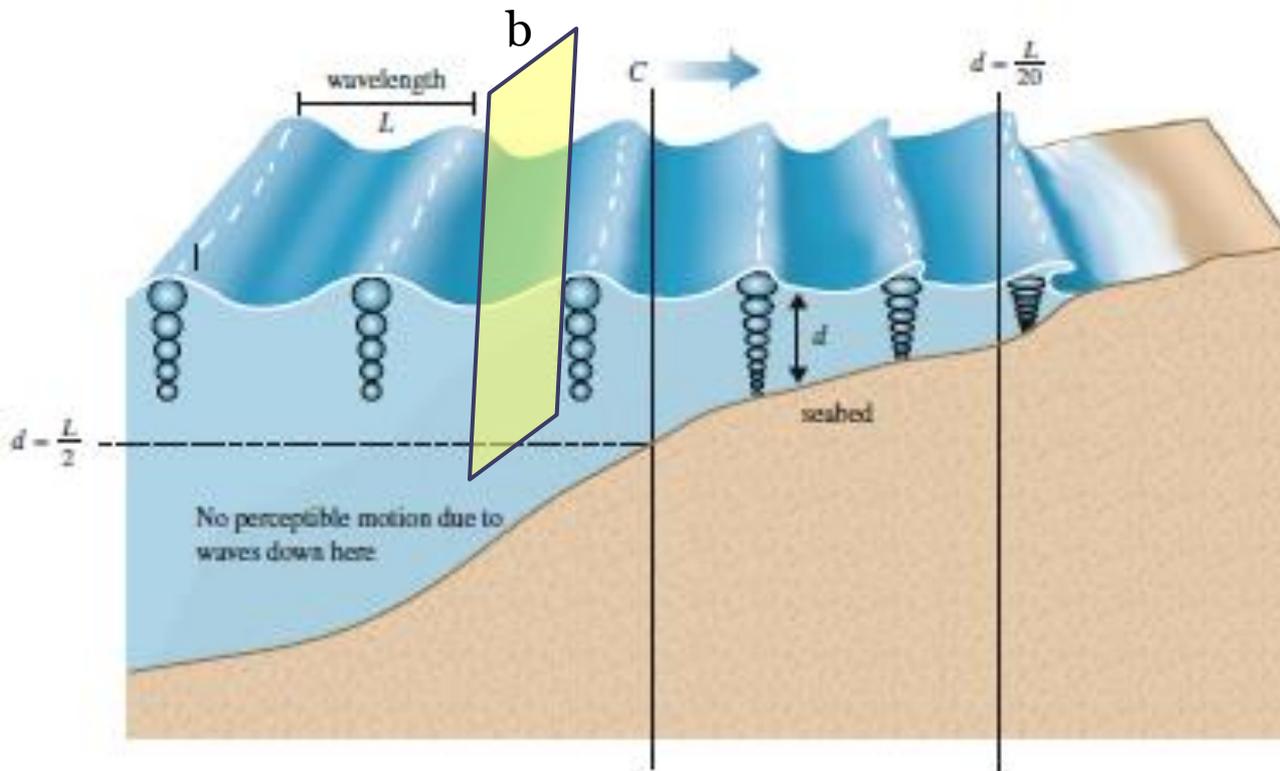
Distribuição de $H_{1/3}$: Weibull



Potencial Energético

Vimos na aula passada que:

$$power = \frac{1}{2} \rho g A^2 c_g b \quad (W)$$



Potencial Energético

Para uma onda regular:

$$\bar{W}/b = \frac{1}{2} \rho g A^2 c_g \quad (\text{W/m})$$

sendo:

$$c_g(\omega) = \frac{c}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right)$$

Então, para uma dada condição (estado) de mar:

$$\bar{W}_s/b = \int_0^\infty \frac{1}{2} \rho g A^2(\omega) c_g(\omega) d\omega \quad (\text{W/m})$$

$$\bar{W}_s/b = \rho g \int_0^\infty S(\omega) c_g(\omega) d\omega \quad (\text{W/m})$$

Potencial Energético

Na prática, porém, costuma-se adotar a seguinte medida estatística:

$$\overline{W_s}/b = \frac{1}{2} \rho g A_{1/3}^2 c_g(\omega_p) \quad (\text{W/m})$$

ou, ainda:

$$\overline{W_s}/b = \frac{1}{8} \rho g H_{1/3}^2 c_g(\omega_p) \quad (\text{W/m})$$

E, a partir do monitoramento das condições de mar ao longo do tempo, é possível então estimar o potencial energético das ondas de uma determinada região (ver, p.ex., FORTES (2018))