

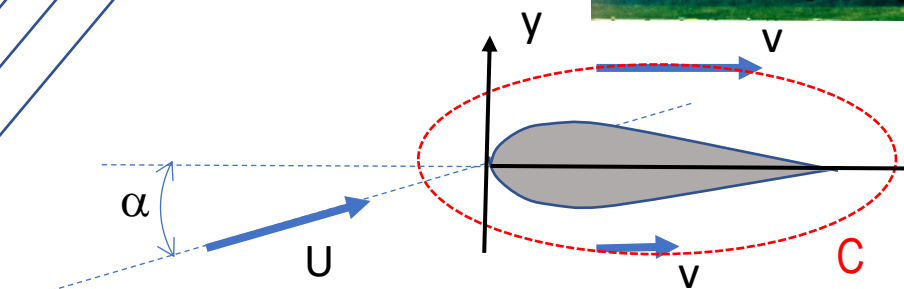
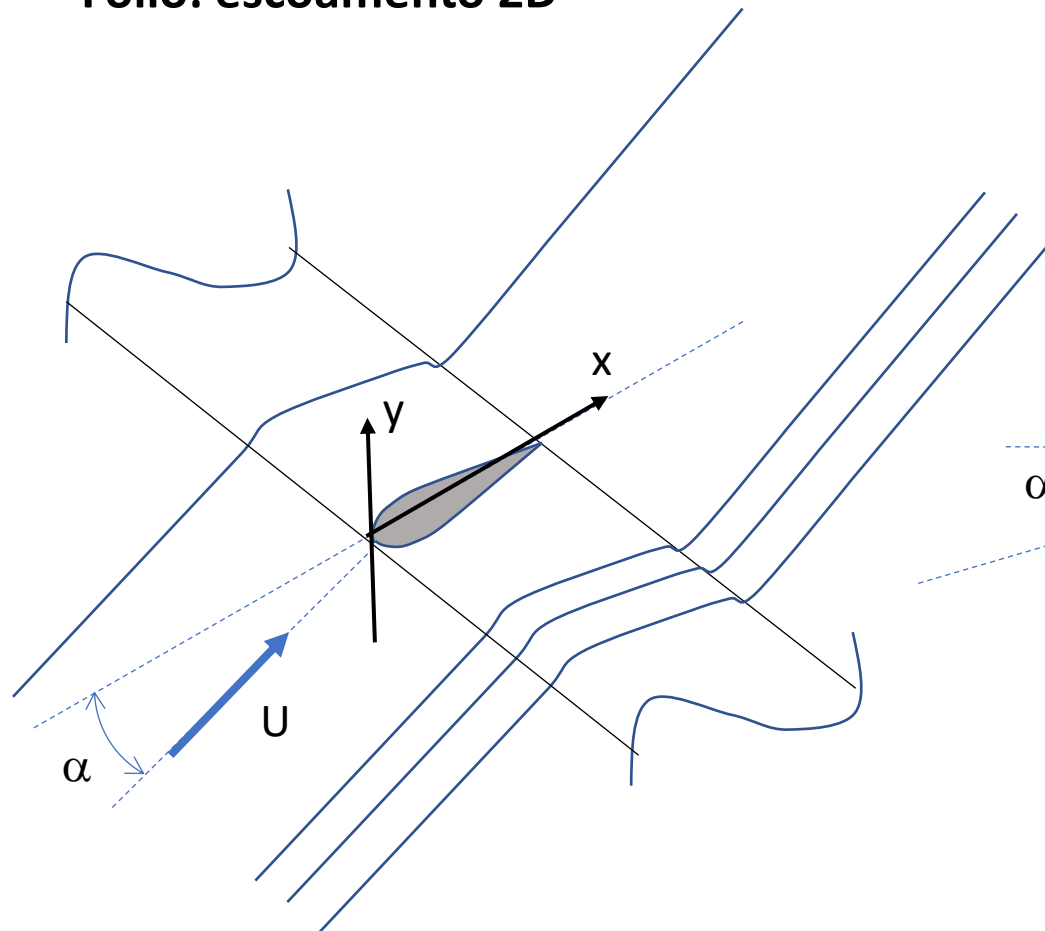
Hidrodinâmica I

Revisão de Teoria de Fólios



Aspectos fundamentais

Fólio: escoamento 2D

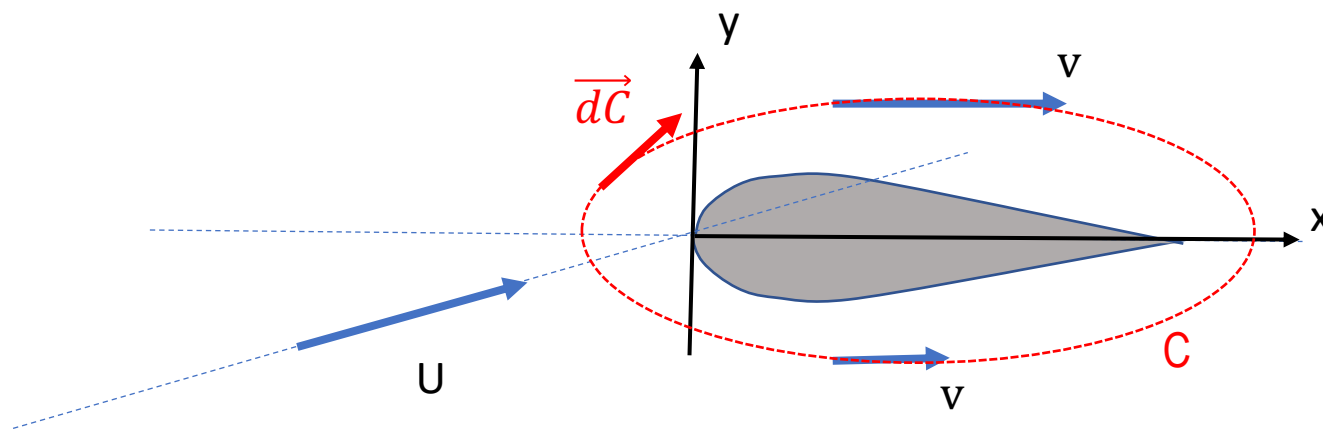


$$\Gamma \neq 0$$



Aspectos fundamentais

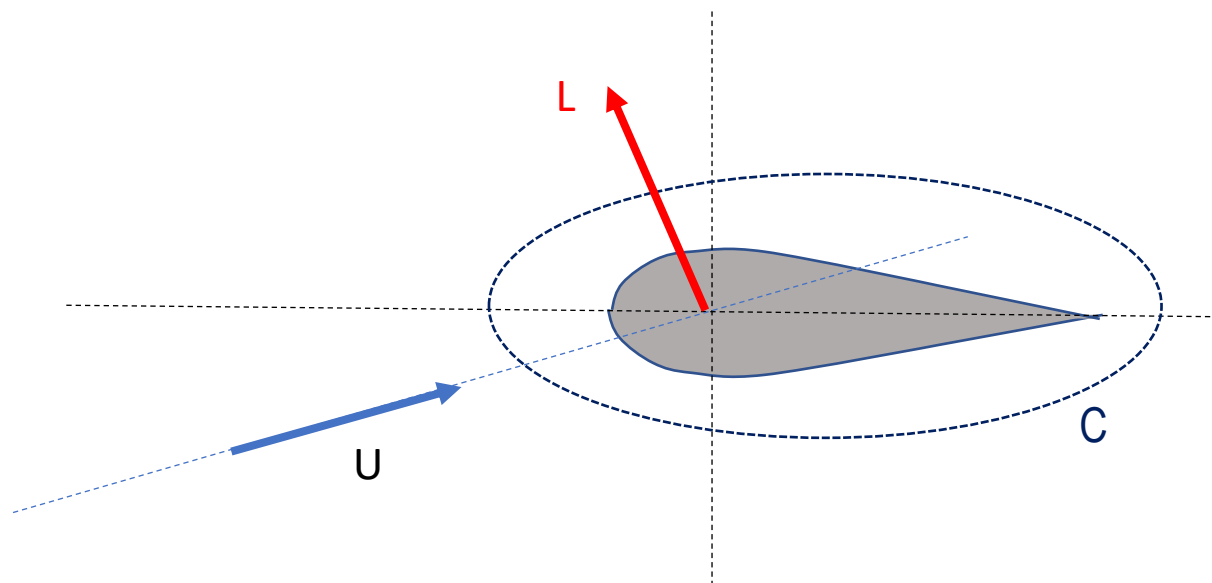
Fólio: circulação



$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot \vec{dC} > 0$$

Aspectos fundamentais

Teorema de Kutta-Joukowski (1906)

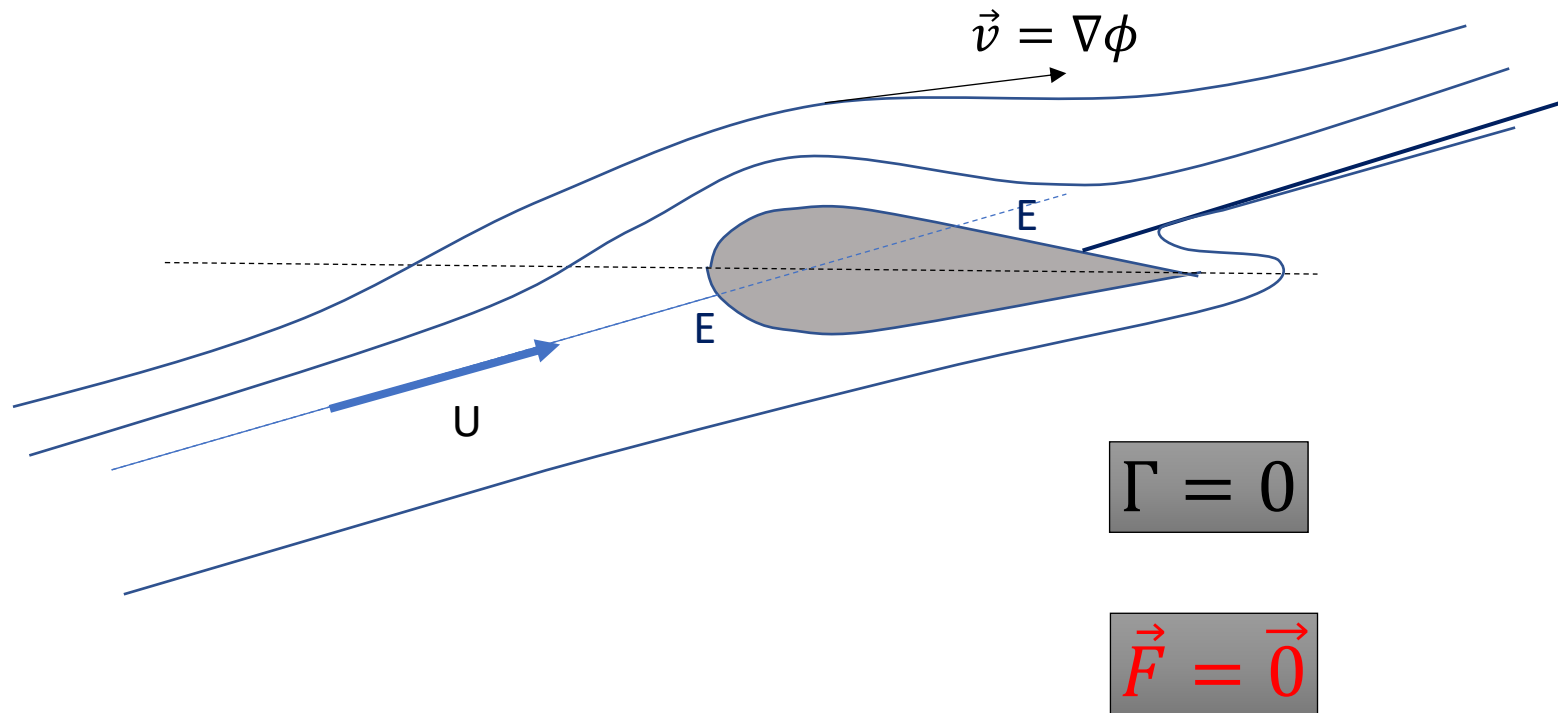


$$L = \rho U \Gamma$$

Obs: o sentido do *lift* é obtido girando-se $\vec{U}$ de 90° no sentido contrário ao da circulação ($\Gamma > 0$)

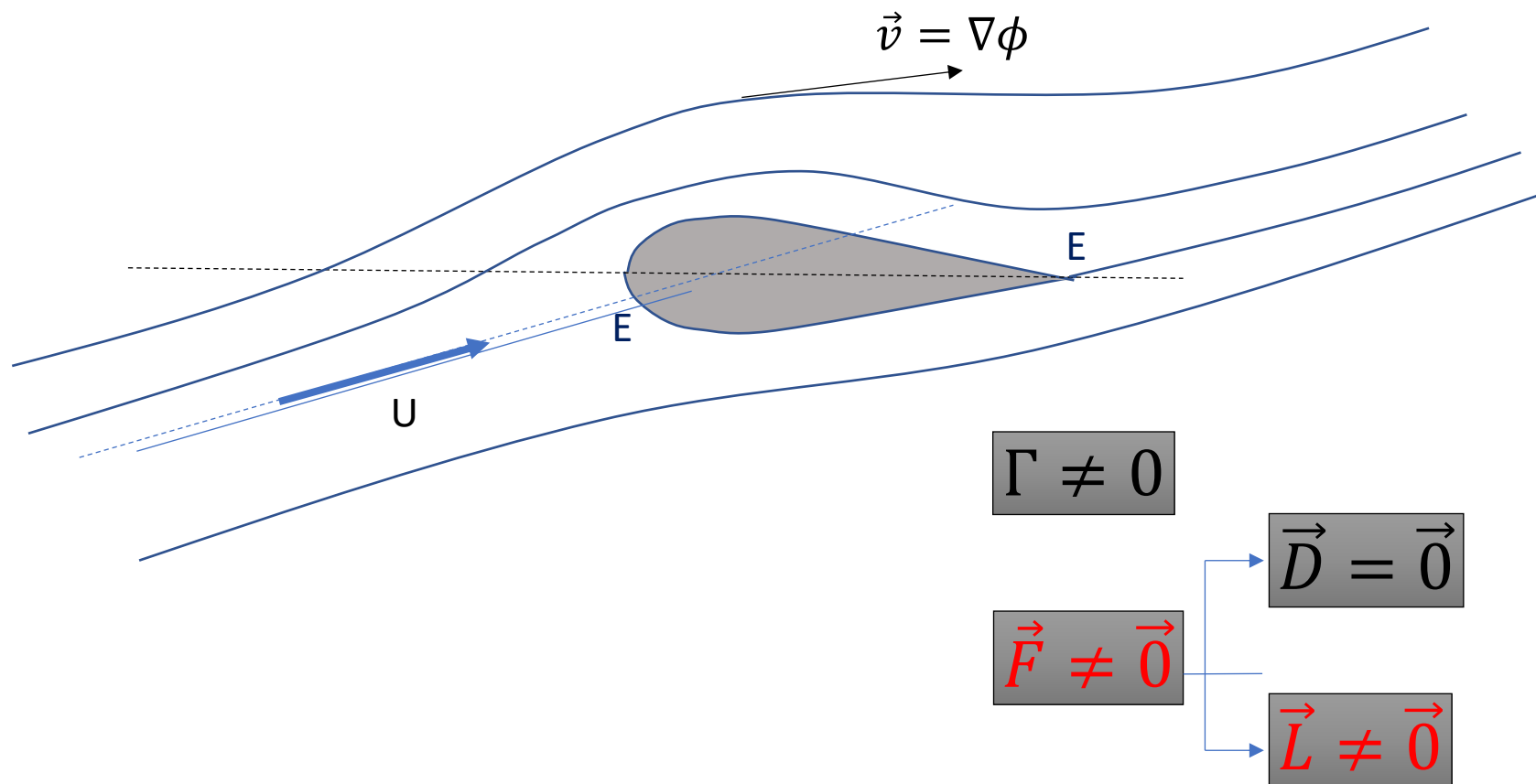
Aspectos fundamentais

Se tratarmos o problema via **escoamento potencial**, teremos como solução natural:



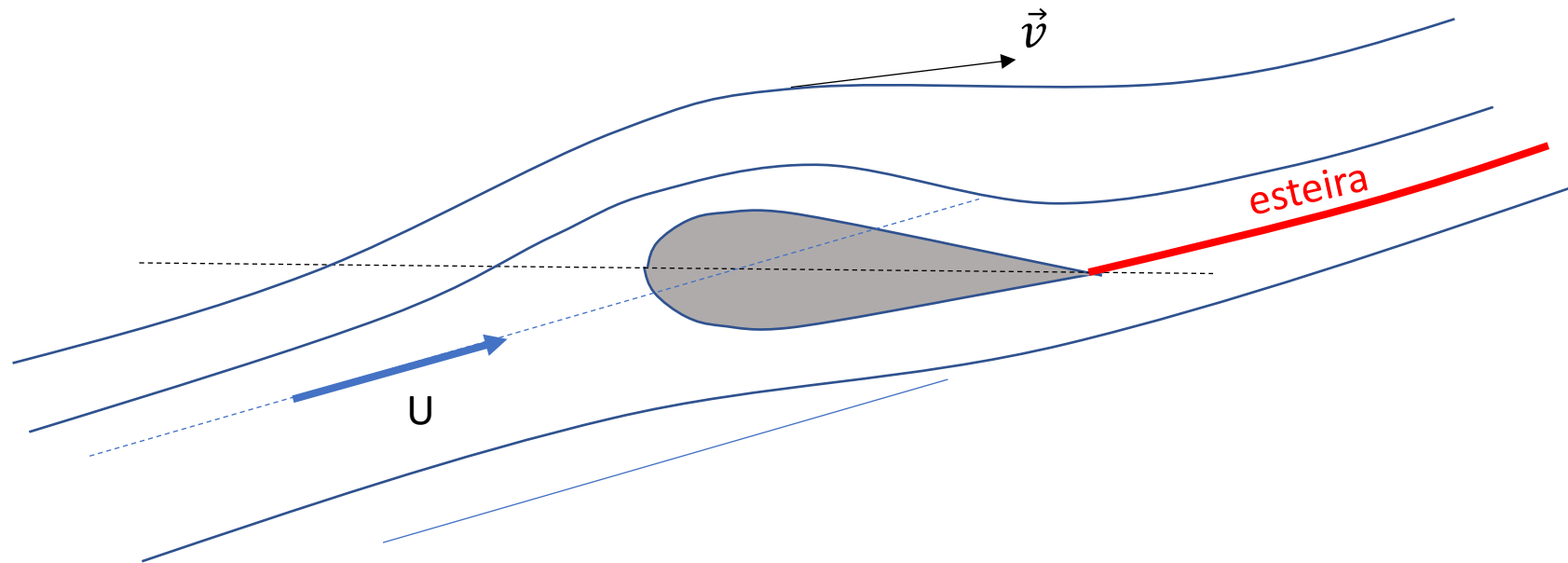
Aspectos fundamentais

Mas, podemos modificar a solução de escoamento potencial **impondo uma circulação conhecida (Γ)** no escoamento:



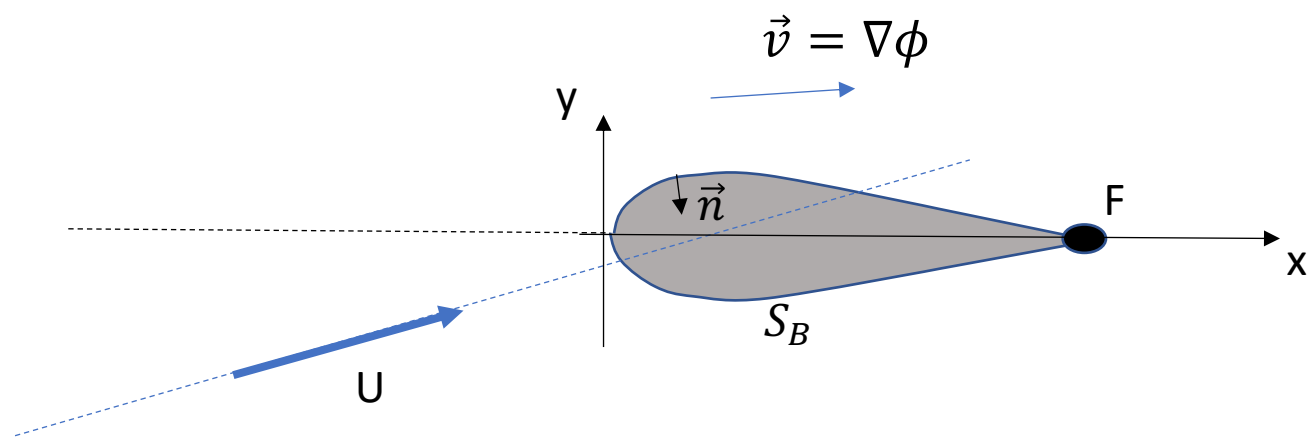
Aspectos fundamentais

E assim conseguimos reproduzir um campo de pressão muito semelhante àquele do escoamento real (desde que $Re \gg 1$):



Aspectos fundamentais

Essa correção é introduzida no Problema de Valor de Contorno através da chamada **Condição de Kutta**:



$$\nabla^2 \phi(x, y) = 0$$

$$p/ (x, y) \in S_B: \quad \nabla \phi(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) = 0$$

$$p/ (x, y) \in S_\infty: \quad \nabla \phi(x, y) = \vec{U}$$

Condição de Kutta

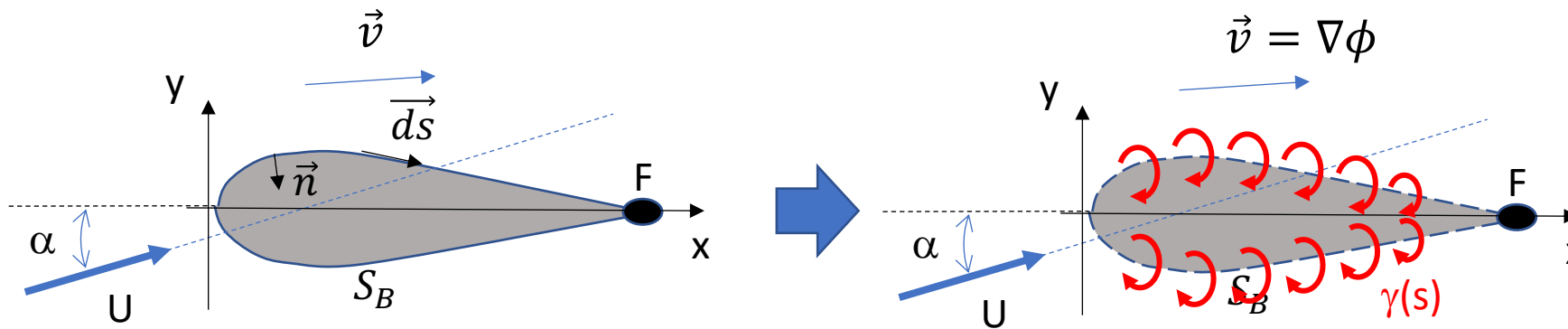


$$p/ (x_F, y_F): \quad \nabla \phi(x_F, y_F) = \vec{0}$$

Aspectos fundamentais

Fundamentos da modelagem do fólio:

A superfície do fólio é representada por uma distribuição contínua de vórtices de intensidade $\gamma(s)$, sendo a função $\gamma(s)$ determinada a partir da solução do PVC

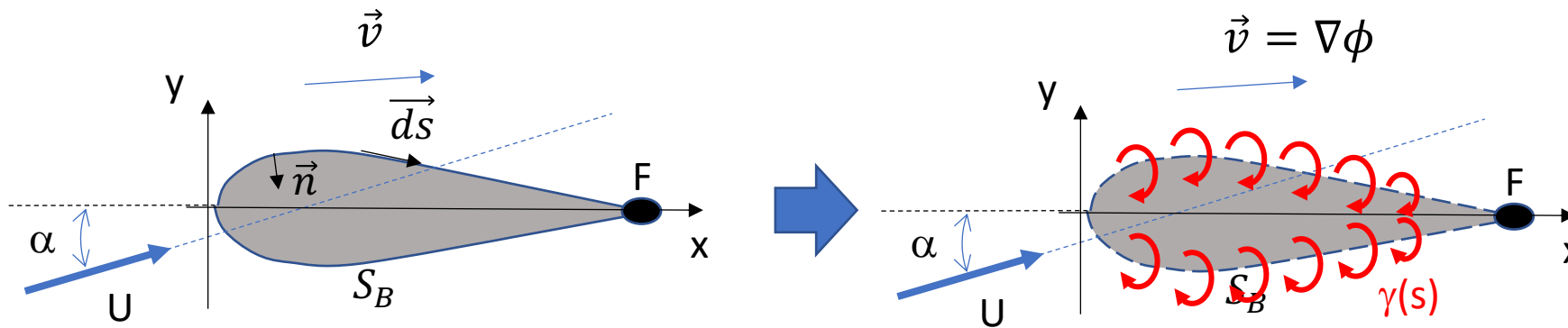


$$\phi(x, y) = Ux\cos\alpha + Uysin\alpha + \oint_{S_B} \frac{\gamma(s)}{2\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{y - y(s)}{x - x(s)}\right) ds$$

Aspectos fundamentais

Fundamentos da modelagem do fólio:

A superfície do fólio é representada por uma distribuição contínua de vórtices de intensidade $\gamma(s)$, sendo a função $\gamma(s)$ determinada a partir da solução do PVC



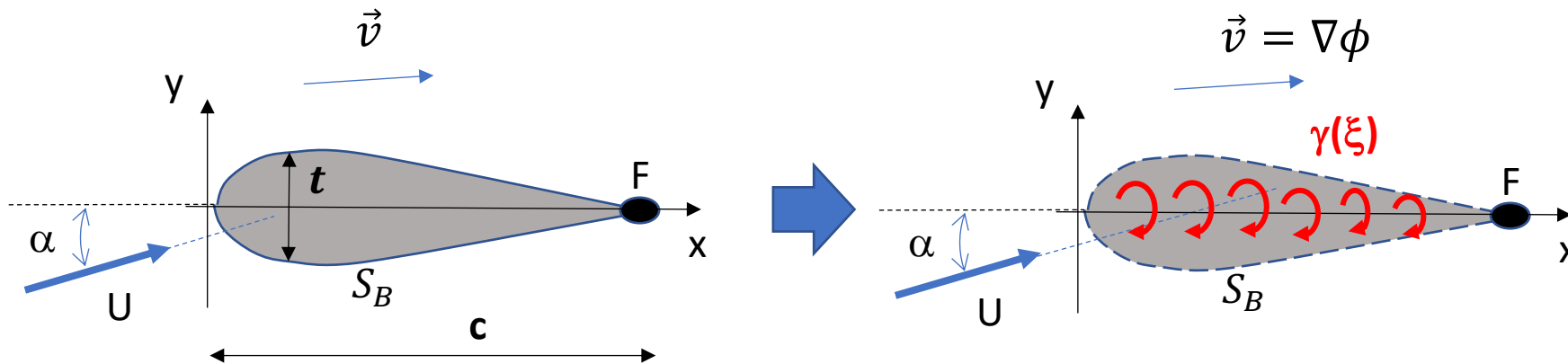
$$\phi(x, y) = Ux\cos\alpha + Uysin\alpha + \oint_{S_B} \frac{\gamma(s)}{2\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{y - y(s)}{x - x(s)}\right) ds$$

E, pelo teorema de K-J:
$$L = \rho U \Gamma = \rho U \oint_{S_B} \gamma(s) ds$$

Aspectos fundamentais

A solução analítica de “fólios finos” (*thin foil*):

Caso $t/c \ll 1$, pode-se ainda fazer uma aproximação mais substancial:



$$\phi(x, y) = Ux \cos \alpha + Uy \sin \alpha + \int_0^c \frac{\gamma(\xi)}{2\pi} a \tan \left(\frac{y}{x - x(\xi)} \right) d\xi$$

Aspectos fundamentais

A solução analítica de “fólios finos” (*thin foil*):

E, nesse caso, encontra-se uma solução analítica para a função $\gamma(\xi)$ dada por:

$$\gamma(\xi) = 2U \sin \alpha \sqrt{\frac{c}{\xi} - 1}$$

Então: $\Gamma = \pi c U \sin \alpha$

E, portanto: $L = \rho U \Gamma = \rho c U^2 \pi \sin \alpha$

$$M_o = \rho U \int_0^c \gamma(\xi) \xi d\xi = L \frac{c}{4}$$

Momento em
relação a
(x,y)=(0,0)

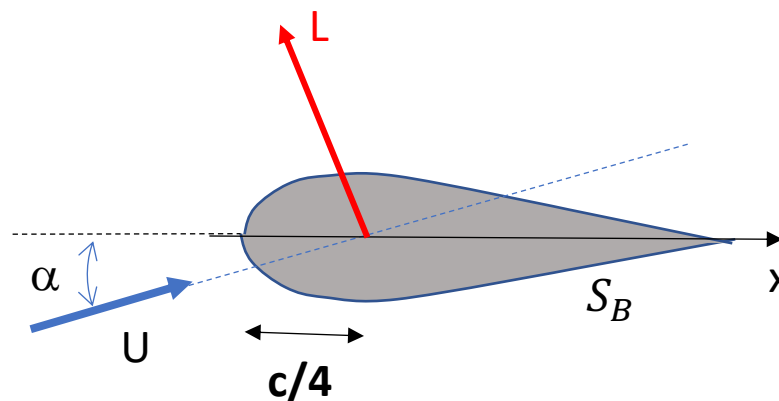
Aspectos fundamentais

A solução analítica de “fólios finos” (*thin foil*):

Essa solução, então, leva à seguinte expressão para os adimensionais de sustentação (*lift*) e momento:

$$C_L^{2D}(\alpha) = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho c U^2} = 2\pi \sin\alpha$$

$$C_M^{2D}(\alpha) = \frac{M_o}{\frac{1}{2}\rho c^2 U^2} = \frac{C_L^{2D}(\alpha)}{4}$$



Obs: Logicamente, essa formulação é válida apenas para pequenos ângulos de ataque α , antes da ocorrência do estol (*stall*)

Aspectos fundamentais

Ensaio de Aerofólios (NACA)

Ref: Abbot, I.H., von Doenhoff, A.E. *Theory of Wing Sections*, McGraw Hill, New York, 1949.

Ensaio de medição de força e momento feitos pela *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA)

Exemplo: NACA 0009

$t/c=9\%$

