SLC 642 – Laboratório de Óptica

Licenciatura em Ciências Exatas – São Carlos

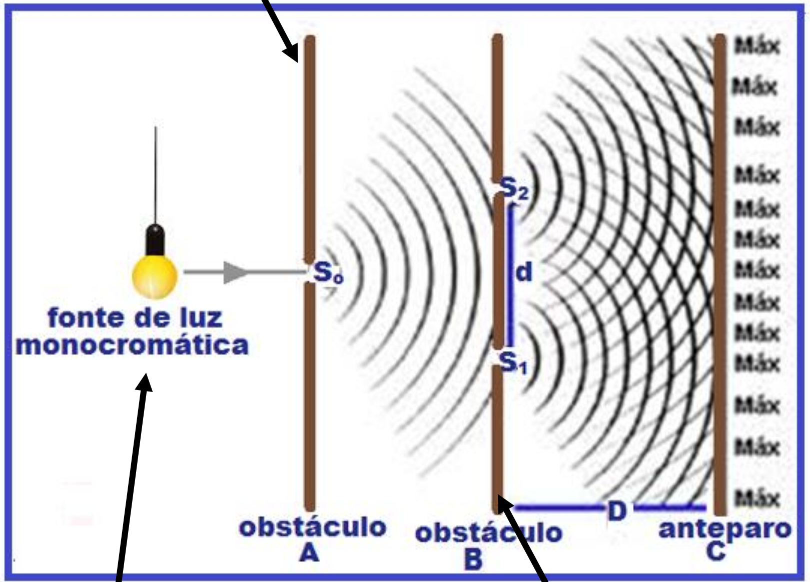
Prática 4:
Interferência de Ondas Planas

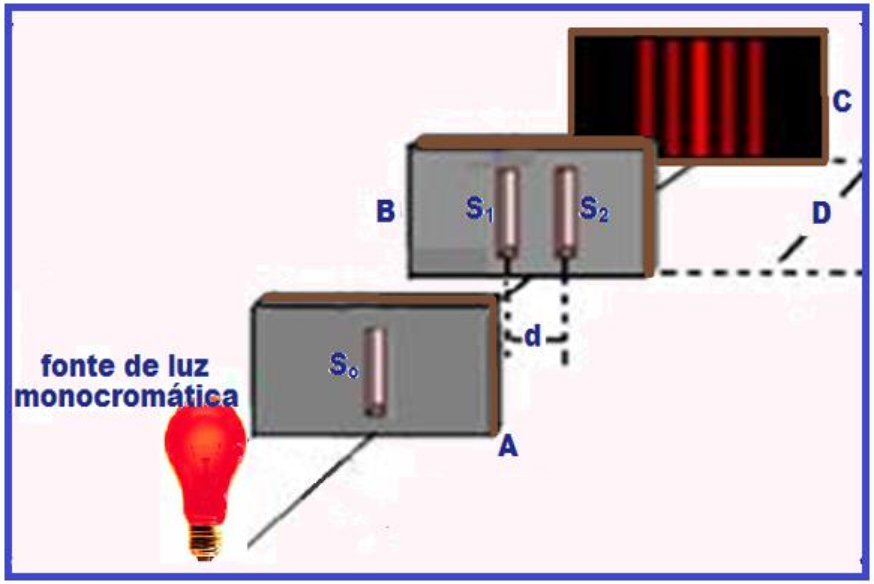
01/11/2023

Interferência

Experimento de Young
(ondas esféricas)

Melhorar a coerência espacial

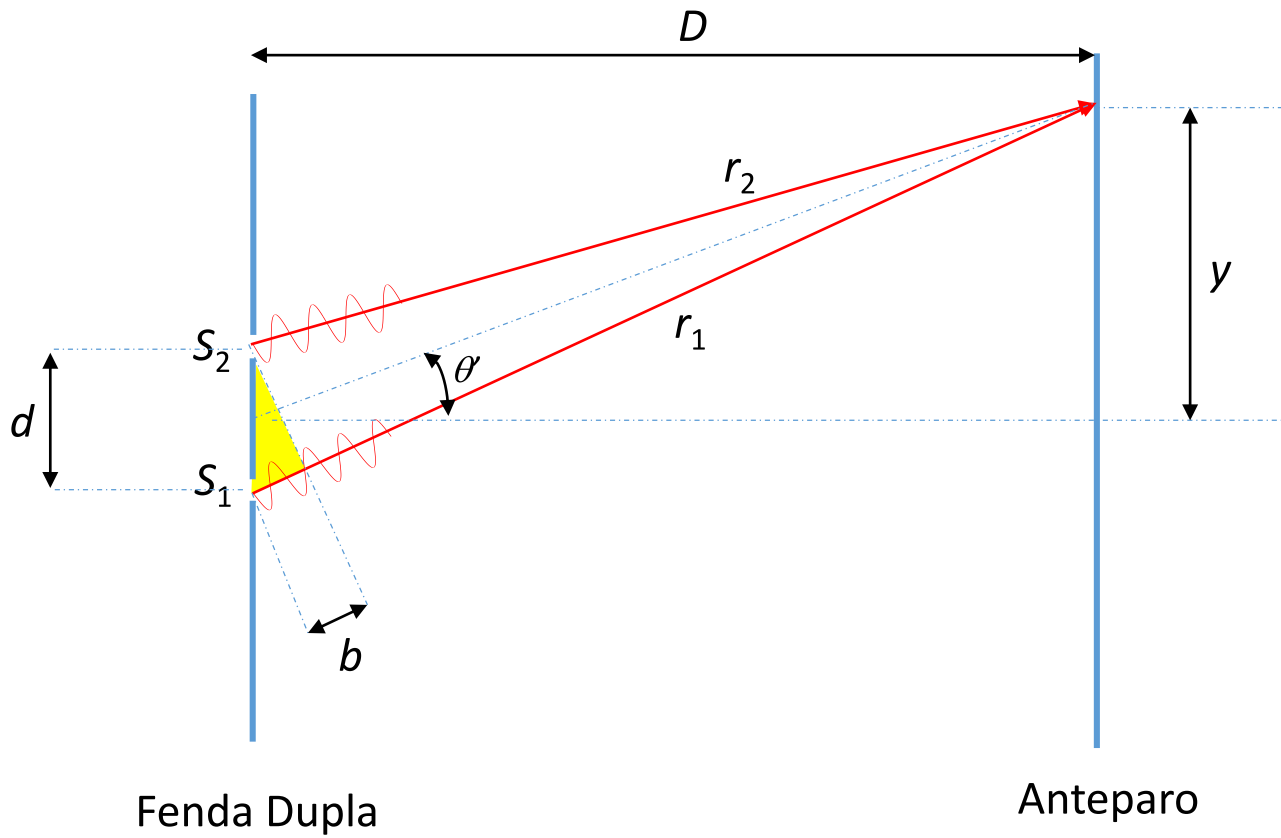




Definir um único λ (melhorar a coerência temporal)

Interferência de duas fendas

Interferência de dupla fenda



$$\begin{cases} sen\theta' = \dfrac{b}{d} \\ b = m\lambda \\ (m=0,1,2,3..) \end{cases}$$

Máximos

$$d sen\theta' = m\lambda$$

Mínimos (π de atraso)

$$d sen\theta' = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Interferência de dupla fenda

Princípio da superposição

$$E = E_1[S_1] + E_2[S_2] \quad \begin{cases} E_1 = E_0 sen\ \omega t \\ E_2 = E_0 sen\ (\omega t + \phi) \end{cases}$$

$$\boxed{senA + senB = 2sen\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}(A-B)}$$

$$E = E_0 sen\omega t + E_0 sen(\omega t + \phi) = 2E_0 sen\frac{1}{2}(\omega t + \omega t + \phi)\cos\frac{1}{2}(\omega t - \omega t - \phi)$$

$$E = 2E_0 \underbrace{sen\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)}_{\text{Oscila rápido}} \underbrace{\cos\left(\frac{-\phi}{2}\right)}_{\text{Função par}}$$

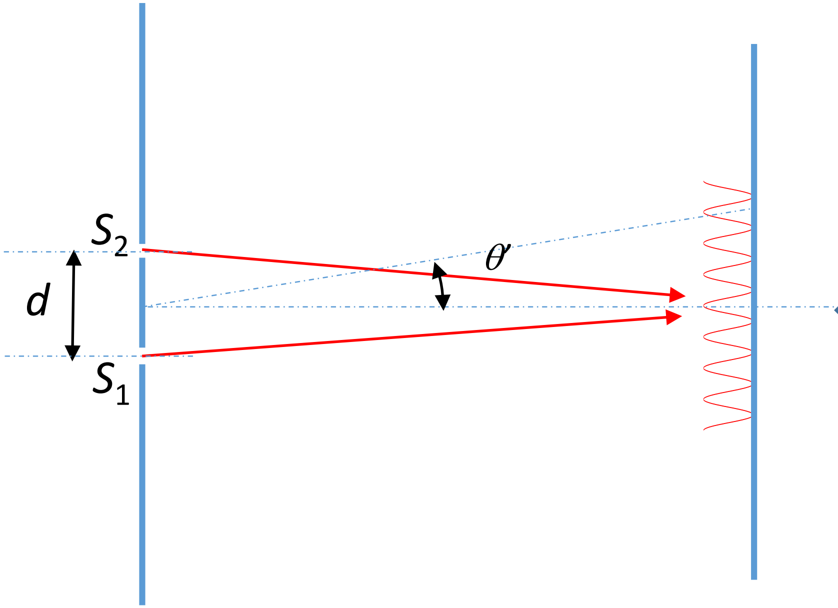
$$\boxed{E = 2E_0 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)} \Rightarrow \boxed{I = E^2 = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

Interferência de dupla fenda

Máximos para *m* inteiros, que em termo de fase: $m = \dfrac{\phi}{2\pi}$

$$\boxed{d sen\theta' = m\lambda} \Rightarrow d sen\theta' = \frac{\lambda\phi}{2\pi}$$

$$\frac{\phi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} sen\theta'$$

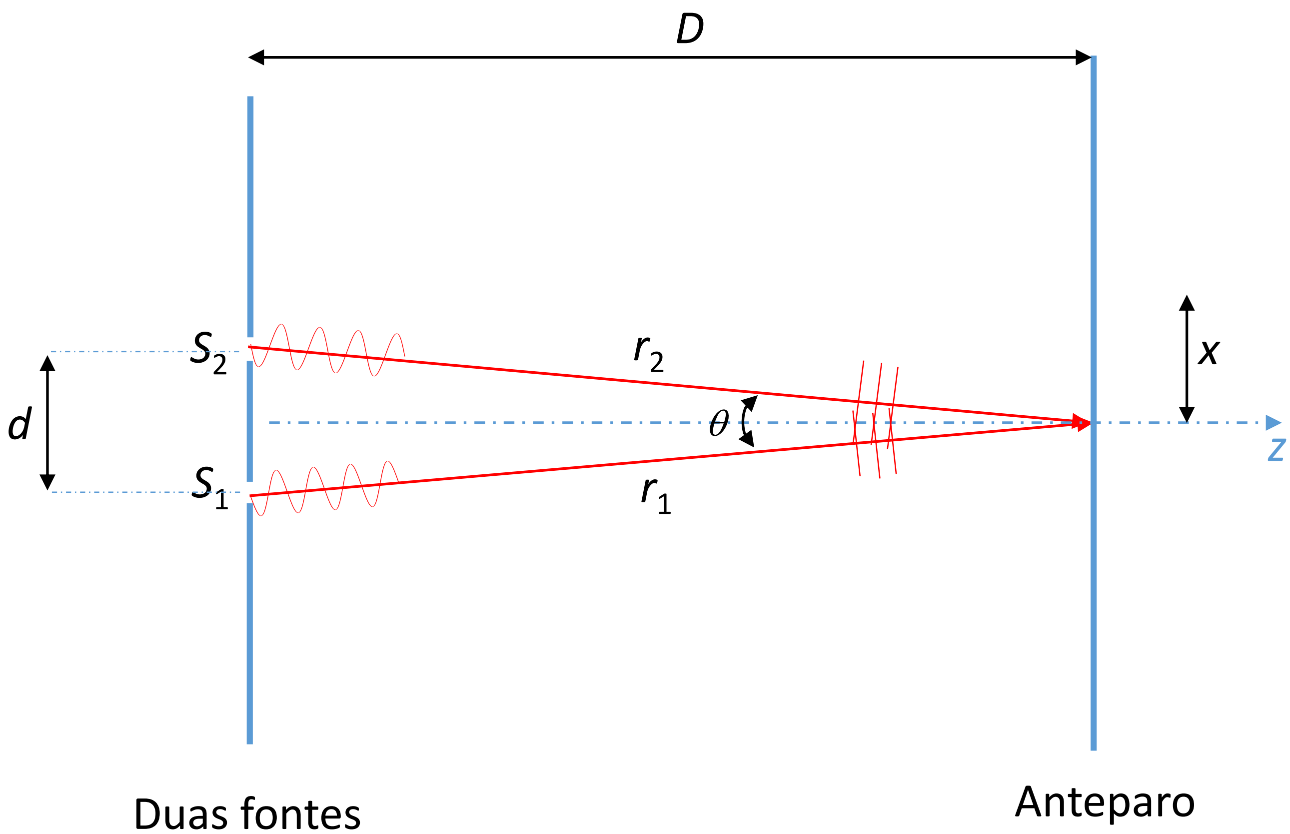


$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} sen\theta'\right)$$

Na apostila do laboratório temos outra forma de dedução da equação de interferência

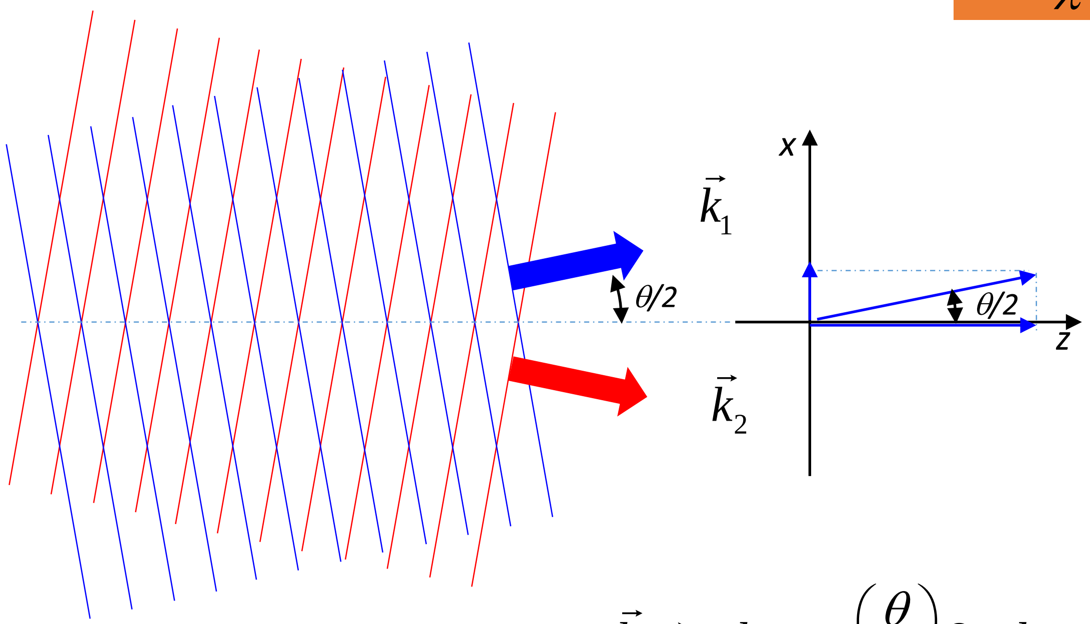
Interferência de ondas planas
(uso de outro ângulo de referência)



Interferência de ondas planas
(uso de outro ângulo de referência)

Levando em conta a natureza vetorial do campo elétrico

$$E_1 = E_0 sen\ \omega t \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_1 = \vec{E}_0 sen\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$



$$\vec{k}_1.\vec{r} = kz\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\hat{z} + kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\hat{x}$$

$$\vec{k}_2.\vec{r} = kz\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\hat{z} - kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\hat{x}$$

Interferência de ondas planas
(uso de outro ângulo de referência)

Pelo princípio da superposição: $E = E_1 + E_2$

$$E_1 = E_{0,x}\cos\left(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}\right) \qquad E_2 = E_{0,2}\cos\left(\omega t - \vec{k}_2.\vec{r}\right)$$

Intensidade da onda E^2: $E_0 = E_{0,1} = E_{0,2}$

$$E^2 = E_0^2\cos^2\left(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}\right) + E_0^2\cos^2\left(\omega t - \vec{k}_2.\vec{r}\right) + \underbrace{2E_0^2\cos\left(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}\right)\cos\left(\omega t - \vec{k}_2.\vec{r}\right)}_{\text{Termo de interferência}}$$

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + col(a-b)}{2}$$

$$2E_0^2\cos\left(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}\right)\cos\left(\omega t - \vec{k}_2.\vec{r}\right) = \underbrace{E_0^2\cos\left(2\omega t - \vec{k}_1.\vec{r} - \vec{k}_2.\vec{r}\right)}_{\substack{\text{Oscila rápido} \\ \text{(média nula)}}} + \underbrace{E_0^2\cos\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \vec{k}_2.\vec{r}\right)}_{\substack{\text{Termo estacionário} \\ (\text{sem } \omega t)}}$$

Interferência de ondas planas
(uso de outro ângulo de referência)

$$E_0^2 \cos\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \vec{k}_2.\vec{r}\right) \quad \begin{cases} \vec{k}_1.\vec{r} = kz\cos\left(\dfrac{\theta}{2}\right)\hat{z} + kxsen\left(\dfrac{\theta}{2}\right)\hat{x} \\ \vec{k}_2.\vec{r} = kz\cos\left(\dfrac{\theta}{2}\right)\hat{z} - kxsen\left(\dfrac{\theta}{2}\right)\hat{x} \end{cases}$$

Os termos de interferência na direção *z* se cancelam, sobrando apenas a projeção na direção *x*:

$$E_0^2 \cos\left(\vec{k}_1.\vec{r} - \vec{k}_2.\vec{r}\right) = E_0^2 \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\hat{x}$$

Portanto. a média temporal da intensidade será:

$$E^2 = \underbrace{E_0^2 \cos^2\left(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}\right)}_{1/2} + \underbrace{E_0^2 \cos^2\left(\omega t - \vec{k}_2.\vec{r}\right)}_{1/2} + \underbrace{2E_0^2 \cos\left(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}\right)\cos\left(\omega t - \vec{k}_2.\vec{r}\right)}_{E_0^2 \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}$$

$$\boxed{\left\langle E^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} + E_0^2 \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}$$

Interferência de ondas planas
(uso de outro ângulo de referência)

$$\boxed{\left\langle E^2 \right\rangle = \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} + E_0^2 \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)}$$

$$\frac{I}{2} = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} + I_0 \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$I = I_0 + I_0 + 2I_0 \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = 2I_0 + 2I_0 \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = 2I_0\left(1 + \cos\left(2kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right)$$

$$\boxed{1 + \cos(2\varphi) = 2\cos^2(\varphi)}$$

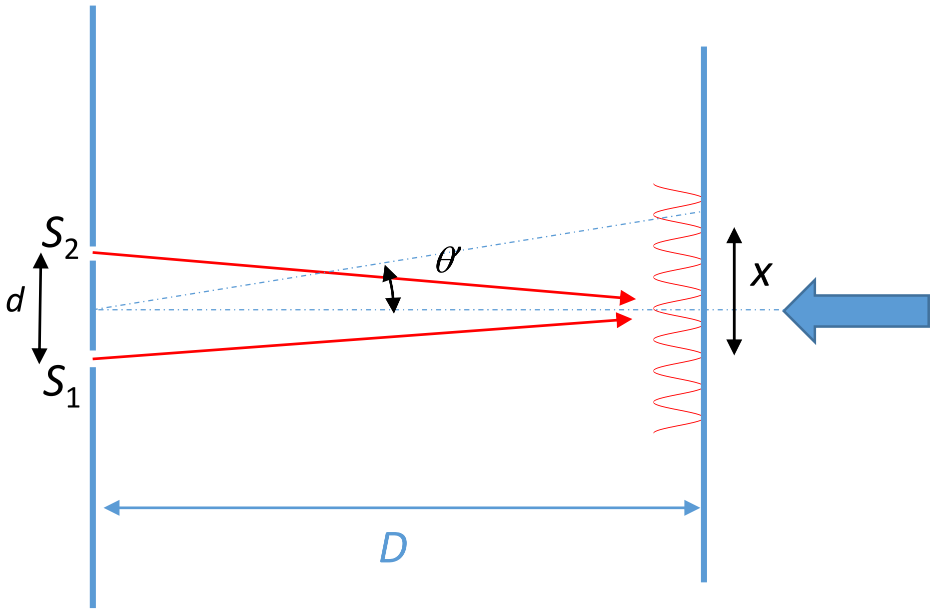
$$I(x) = 4I_0\left(\cos^2\left(kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right)$$

O máximos ocorrem quando: $\begin{cases} kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right) = m\pi \\ (m=0,1,2,3..) \end{cases}$

$$x = \frac{m\pi}{ksen\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{m\lambda}{2sen\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$separação\ entre\ dois\ máximos = \frac{\pi}{ksen\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{\lambda}{2sen\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Dois tipos de Interferência: Similares

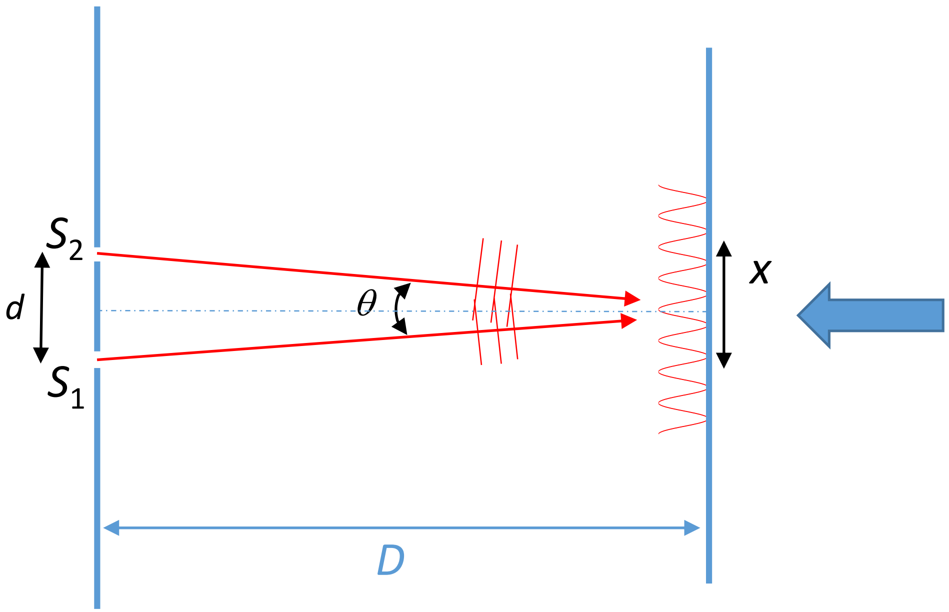


$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

$$\frac{\phi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} sen\theta'$$

Ângulos pequenos:

$$\frac{\phi}{2} = \frac{\pi d}{\lambda}\frac{x}{D}$$



$$I(x) = 4I_0\left(\cos^2\left(kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right)$$

$$\frac{\phi}{2} = kxsen\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2\pi}{\lambda} xsen\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

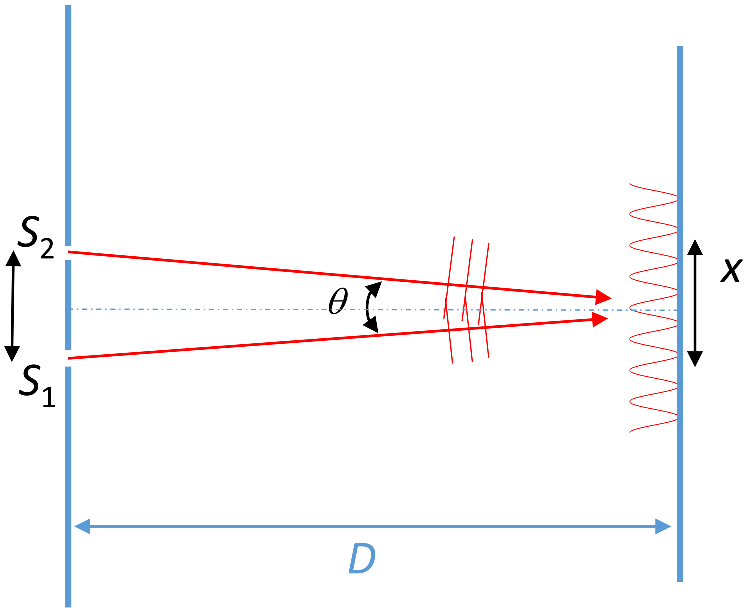
Ângulos pequenos:

$$\frac{\phi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} x \frac{d/2}{D} = \frac{\pi d}{\lambda}\frac{x}{D}$$

Experimentos

Interferência de ondas planas

Como os comprimentos de onda no visível são pequenos, para que as franjas de interferência possam ser vistas a olho nu, é necessário usar um ângulo θ muito pequeno



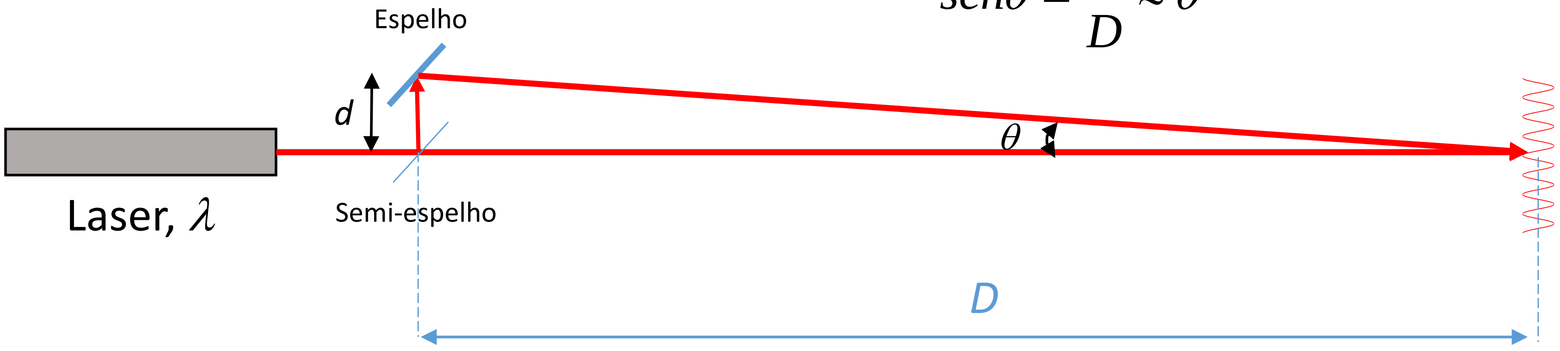
Como temos laser disponível, ao invés de duas fendas se utiliza dois feixes de laser

$$\textit{separação entre dois máximos} = \frac{\pi}{k sen\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{\lambda}{2 sen\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Experimentos

Interferência de dois feixes laser com um certo ângulo θ

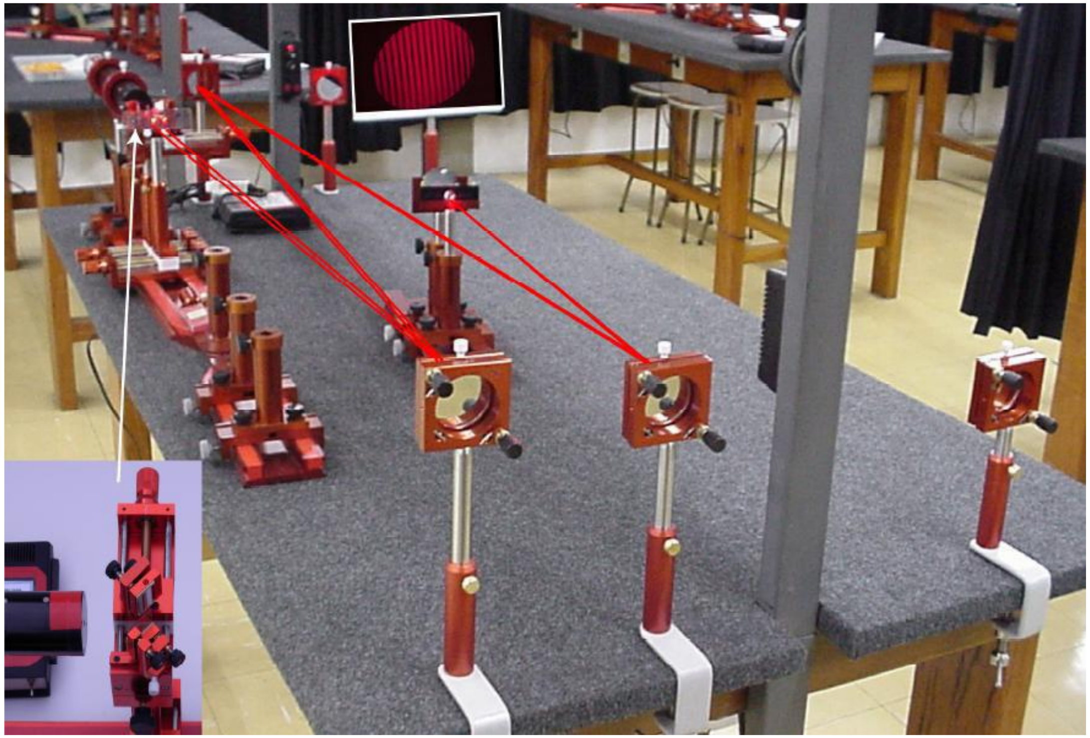
$$sen\theta = \frac{d}{D} \approx \theta$$



Para que o ângulo θ seja pequeno, no experimento: *D* é da ordem de 5 m e *d* de 2 cm, ou seja, muito maior que a mesa de trabalho!

Para contornar esse problema usamos espelhos planos para aumentar o caminho percorrido pela luz!

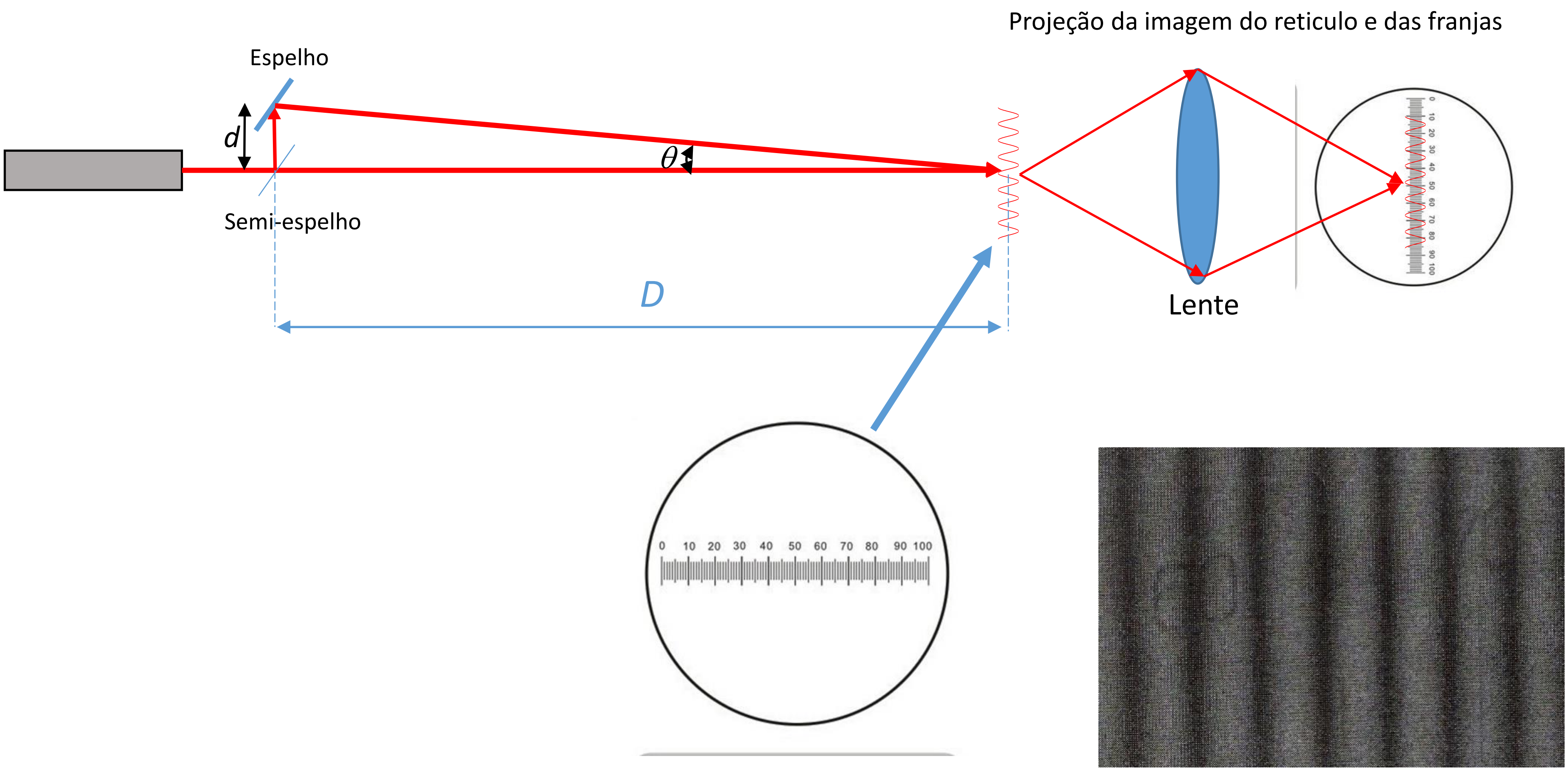
Experimentos



E como medir o espaçamento das franjas?

Experimentos

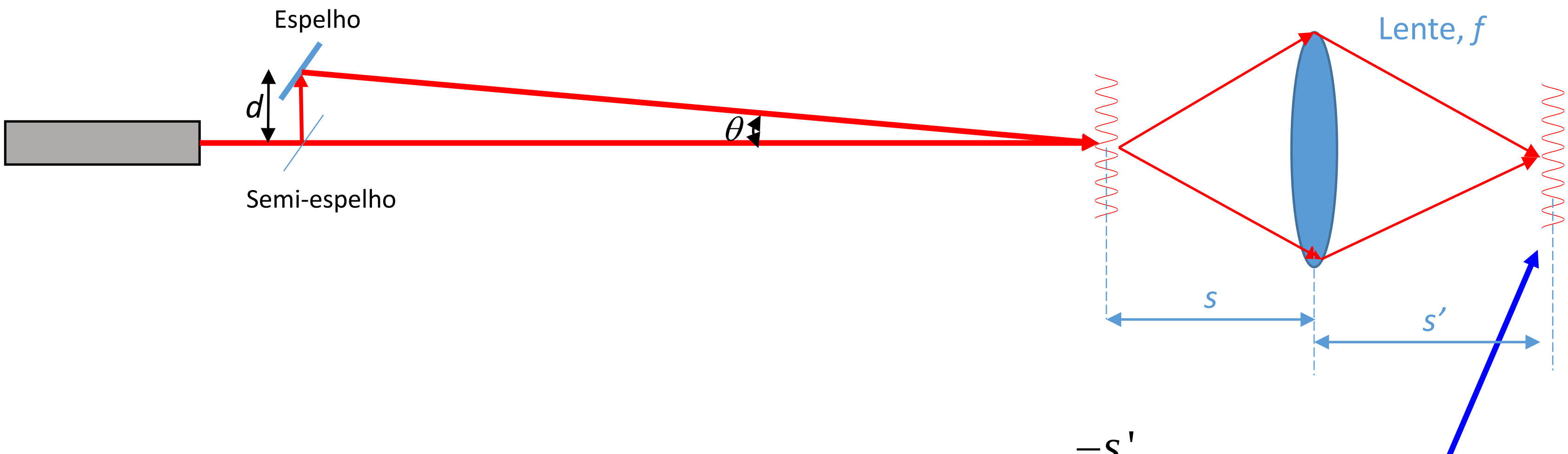
1-) Uso de um retículo milimétrico calibrado



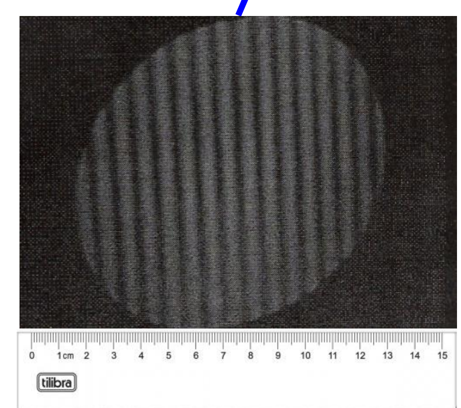
Experimentos

2-) Simples projeção e análise de magnificação: *f*, *s*, *s'*

Projeção da imagem das franjas



$$magnificaçao = \frac{-s'}{s}$$



Uso de uma régua convencional para medir o tamanho da imagem magnificada das franjas