



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

# **Introdução aos Elementos de Máquinas**

**PMR 3320 – A13**

**Mancais de escorregamento  
e a filme fluido**

**2023.2**



## Introdução

### Mancais e Guias

#### Mancais



- **Mancais** são elementos de máquinas que tem por função básica absorver carregamentos, e onde o movimento de **translação** em qualquer direção deve ser minimizado, deixando **livre** somente a **rotação** em torno de um eixo.

#### Guias



- **Guias** são elementos de máquinas que tem por função básica absorver carregamentos, e onde o movimento de **rotação** em qualquer direção deve ser minimizado, deixando **livre** somente a **translação** ao longo de um eixo.



## Mancais

- **Mancais** são elementos de máquinas que tem por função básica absorver carregamentos, e onde o movimento de **translação** em qualquer direção deve ser minimizado, deixando **livre** somente a **rotação** em torno de um eixo.





## Mancais

Escorregamento



Rolamento



Fluídicos

Hidrodinâmicos



Hidrostáticos



Magnéticos





## Mancais

### Generalidades

Para cada aplicação existe um tipo de mancal que melhor se adapta, sendo a escolha uma função:

- características do movimento
- tipo e intensidade dos carregamentos
- rigidez
- velocidade de trabalho
- do espaço disponível para instalação
- confiabilidade
- manutenibilidade
- custos



## Mancais

Escorregamento



Rolamento



Fluídicos

Hidrodinâmicos



Hidrostáticos



Magnéticos





## Mancais de escorregamento

São empregados em aplicações de baixa velocidade de rotação, com alta capacidade de carga e rigidez.

- Em geral são de custo muito baixo
- Podem apresentar desgaste excessivo
- Geram calor
- Baixa velocidade
- Vibrações
- *Stick-slip*
- Alta capacidade de carga
- Alta rigidez





## Mancais de escorregamento

### classificação

Sem insertos

Com insertos

Com ranhuras

autolubrificantes



grafite

teflon





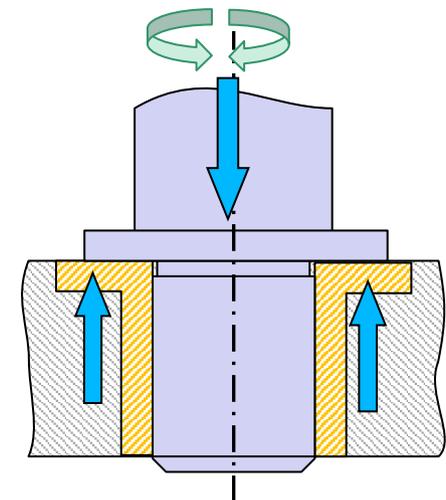
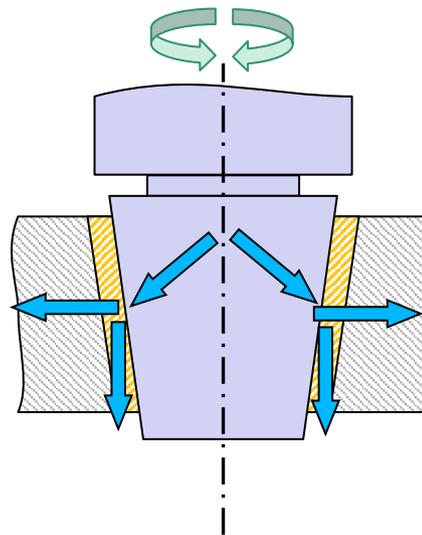
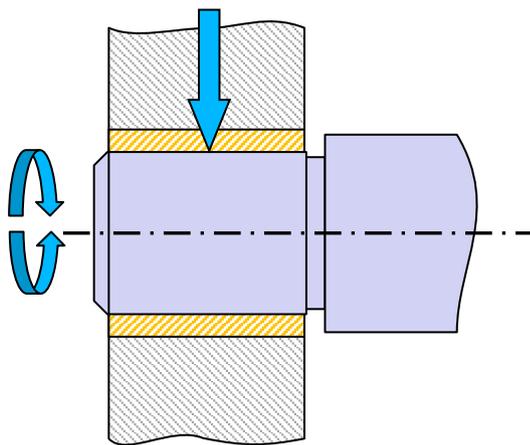
## Mancais de escorregamento

### classificação

Radiais

Radiais/axiais

Axiais

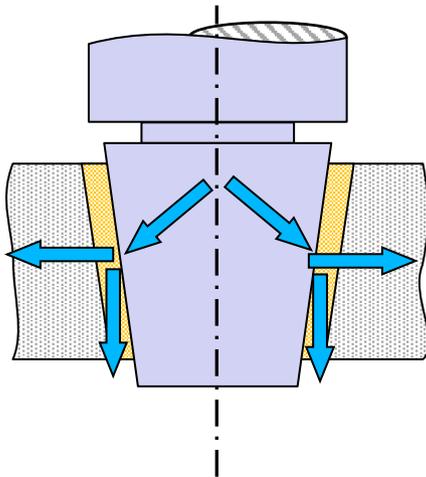




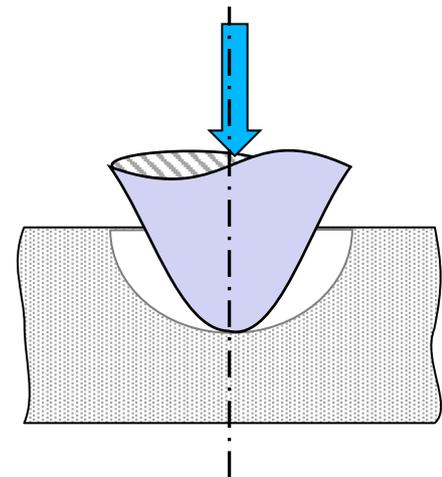
## Mancais de escorregamento

### classificação

pleno



de contato

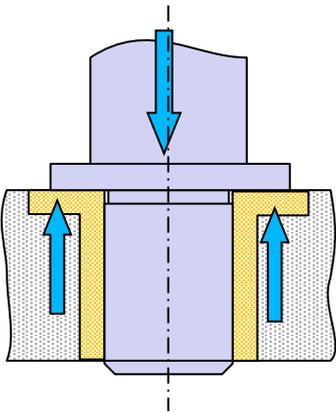




# Mancais de escorregamento

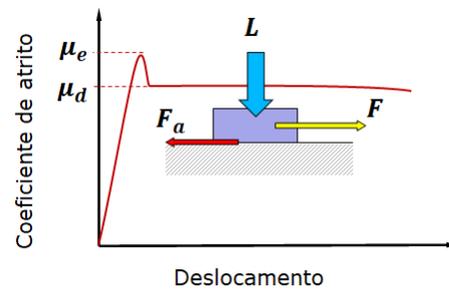
## Dimensionamento

### Mecânica dos sólidos

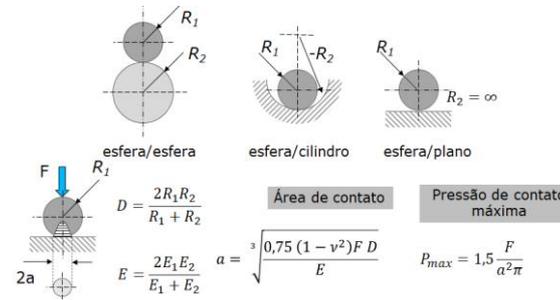


### Tribologia

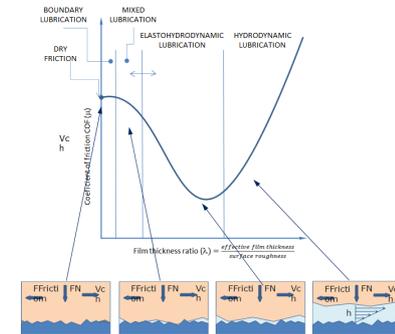
#### Atrito



#### Mecânica do contato



#### Curva de Stribeck

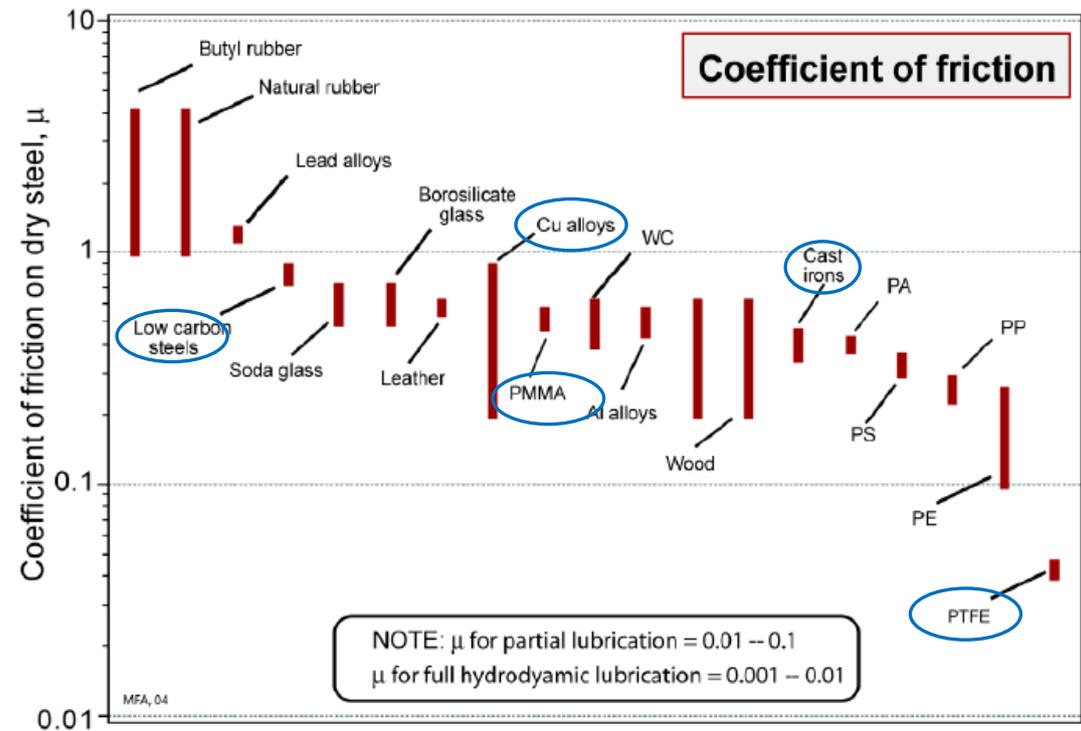
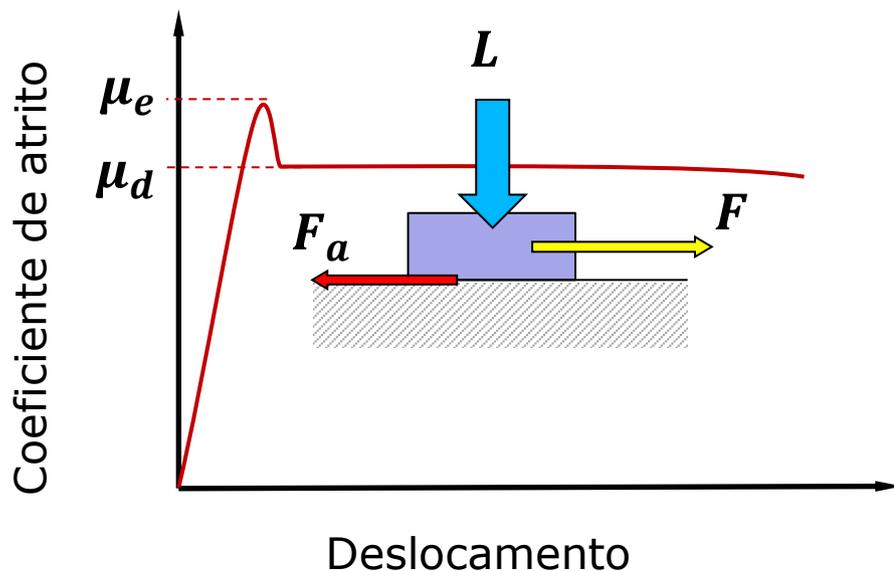




## Mancais de escorregamento

A seleção é feita em função do par tribológico, que fornece o coeficiente de atrito, da velocidade de giro, do carregamento, da taxa de desgaste esperada e do custo.

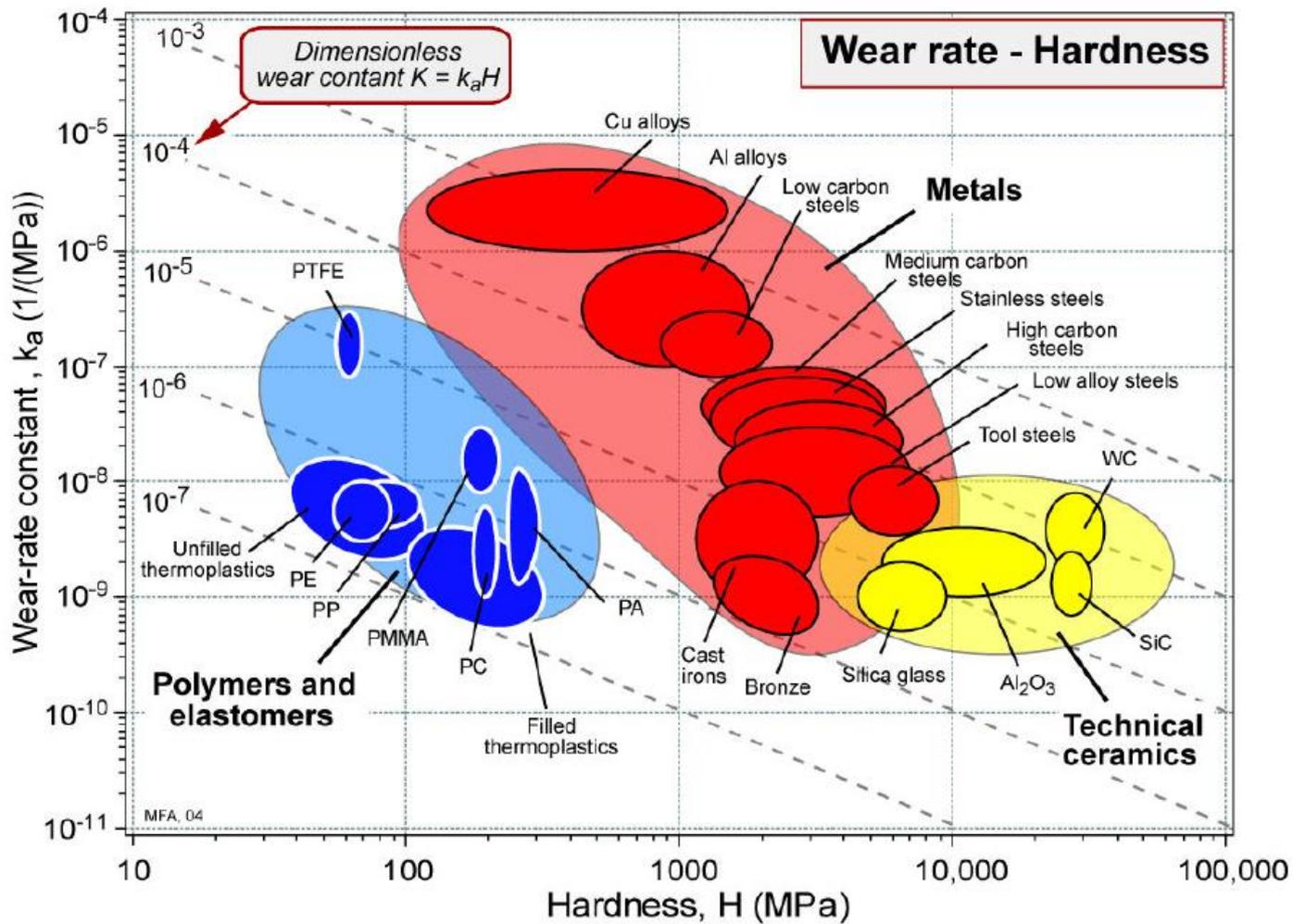
### Atrito de escorregamento





# Mancais de escorregamento

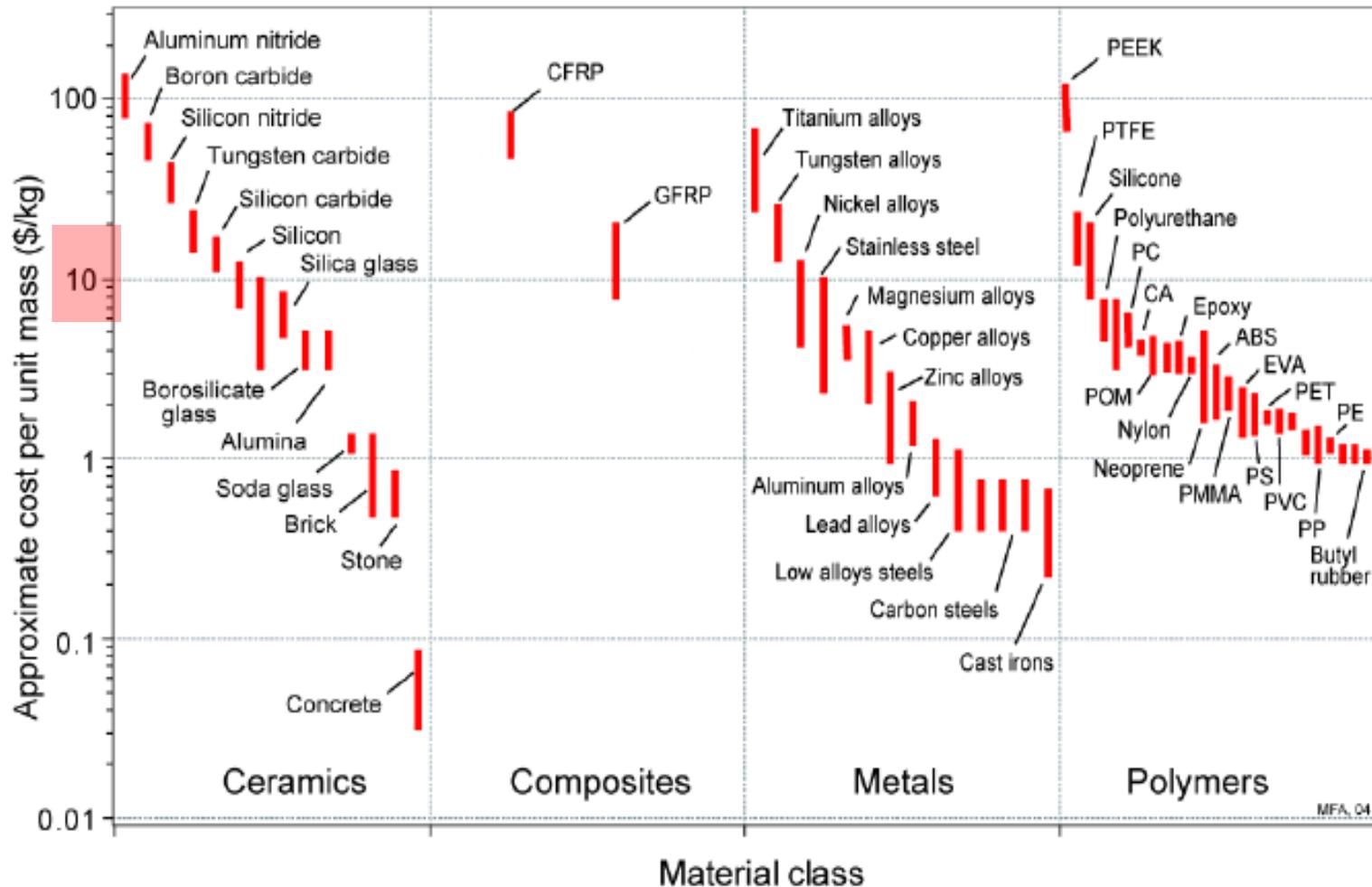
## Desgaste





## Mancais de escorregamento

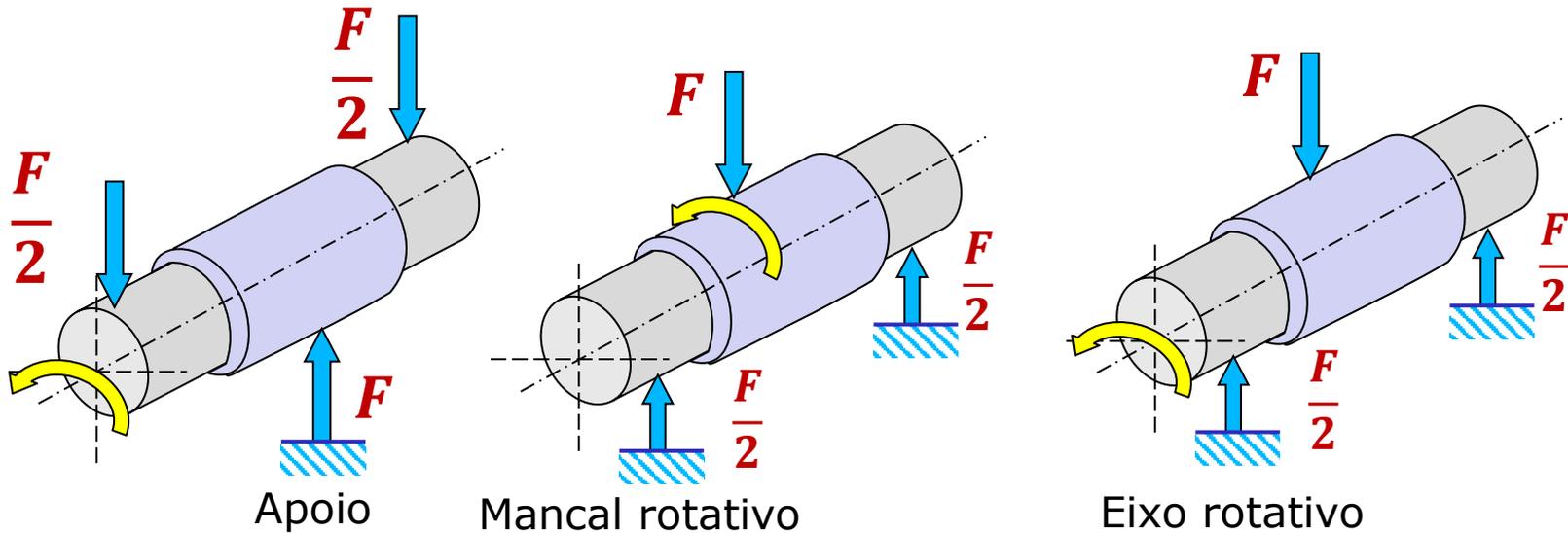
Custo





## Mancais de escorregamento

### Dimensionamento



Pressão  $P$  no mancal  $\left[\frac{N}{mm^2}\right]$

$$P = \frac{F}{d \cdot l}$$

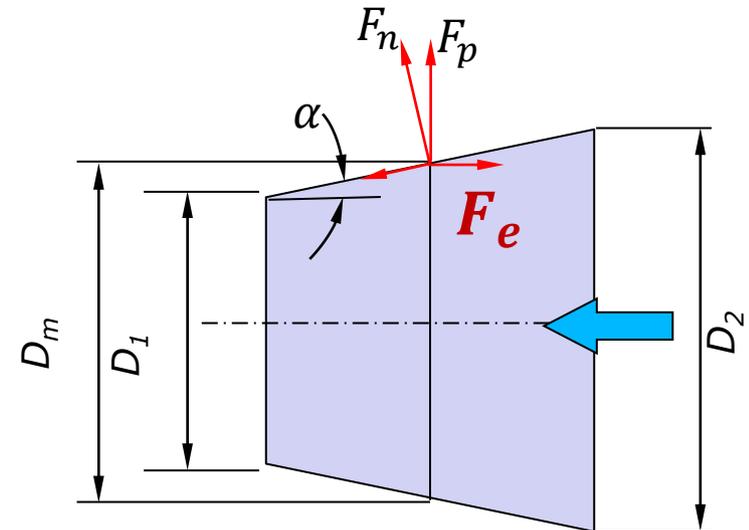
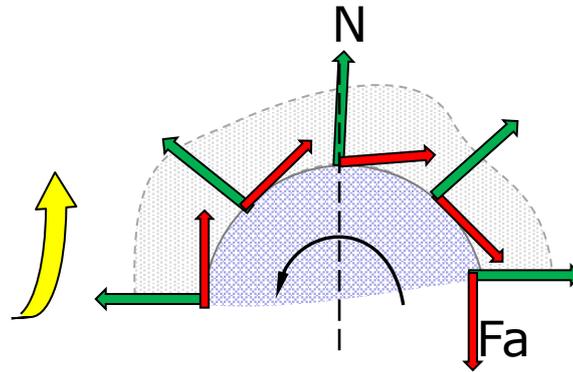
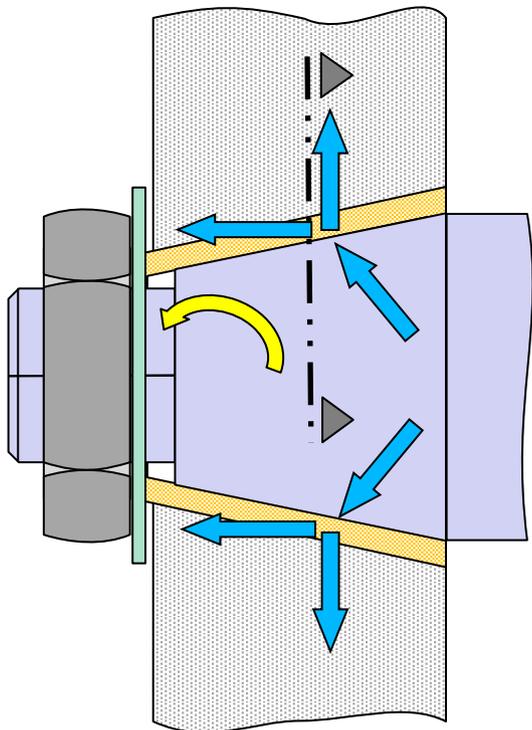
Velocidade  $\left[\frac{m}{s}\right]$

$$V = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{10^3}$$



## Mancais de escorregamento

### Acentos cônicos



$$F_n = F(\sin \alpha)$$

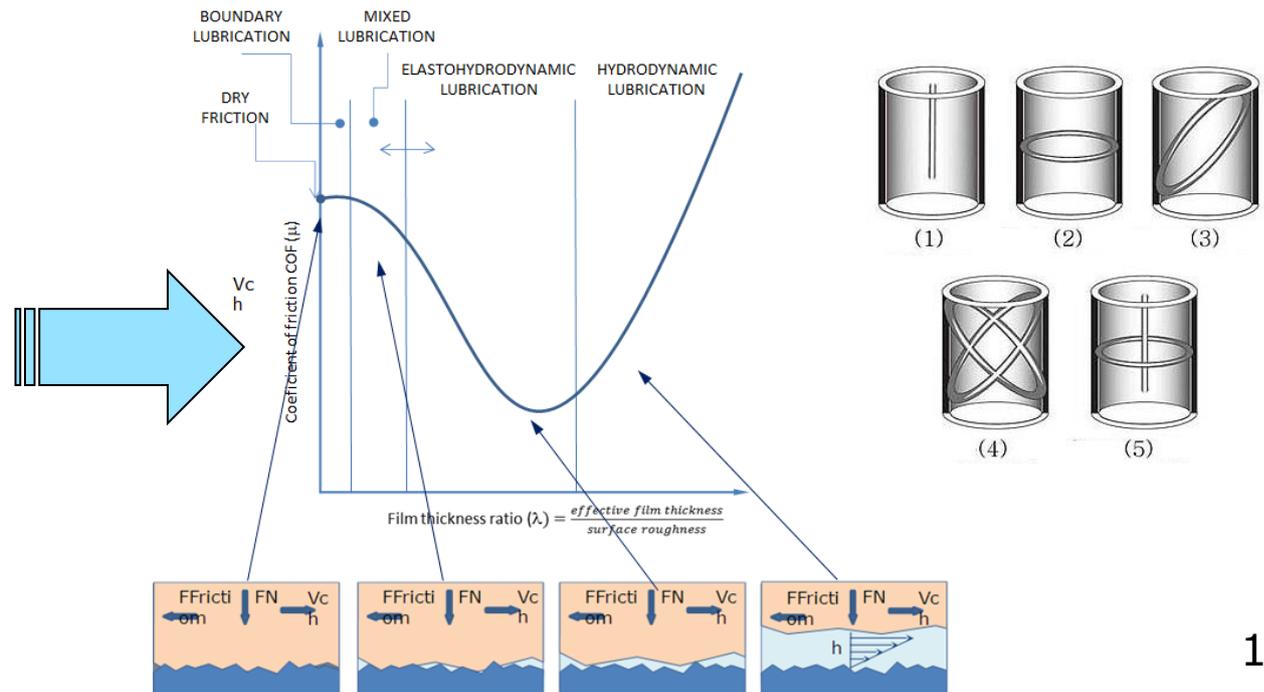
$$F_a = F_n(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$



# Mancais de escorregamento

## Uso de lubrificante

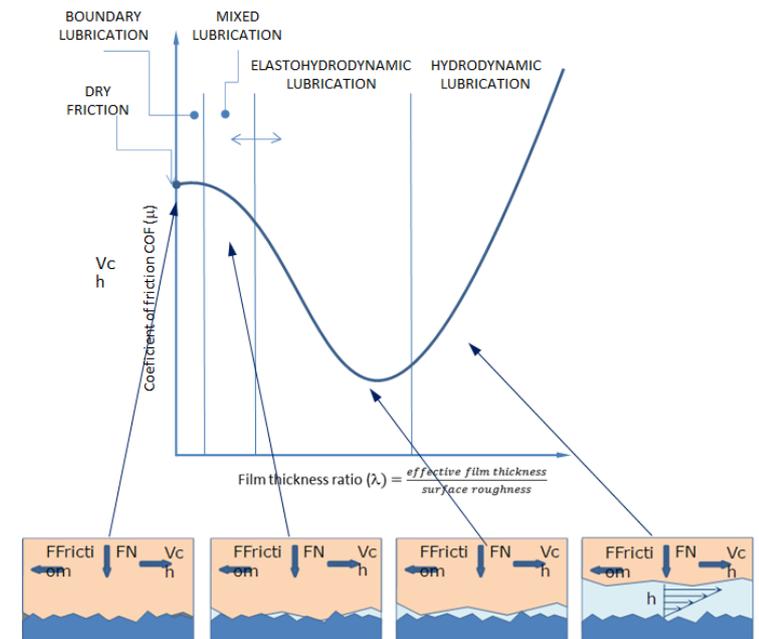
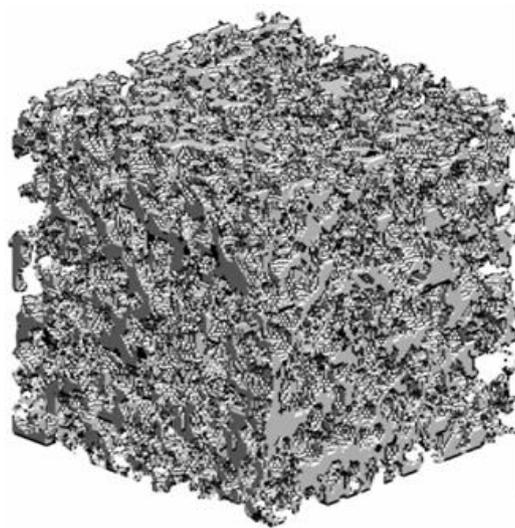
O uso de lubrificante na interface permite a redução do atrito, e conseqüentemente a geração de calor, torque resistivo e desgaste.





# Mancais de escorregamento

## autolubrificantes





## Mancais de escorregamento

### Exemplos





## Mancais

Escorregamento



Rolamento



Fluídicos

Hidrodinâmicos



Hidrostáticos



Magnéticos





## Mancais a filme fluído





## Mancais a filme fluído

### Classificação

Quanto a forma de sustentação

- mancais fluidodinâmicos, que são aqueles cuja pressão da filme de lubrificante que suportará a carga é dependente da velocidade tangencial do mancal
- mancais fluidoestáticos, que são aqueles em que as superfícies com movimento relativo são separadas por um filme lubrificante, forçado sob pressão, a qual é fornecida por uma fonte externa (bomba ou compressor)



## Mancais

Escorregamento



Rolamento



Fluídicos

Hidrodinâmicos



Hidrostáticos



Magnéticos

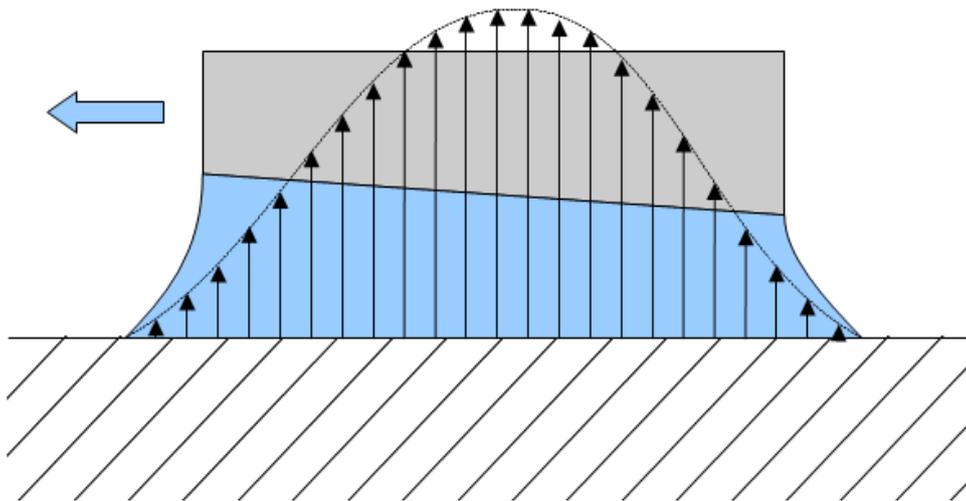




## Mancais a filme fluido

### Introdução

São mancais onde as superfícies com movimento relativo são separadas por um filme fluido, o qual pode ser líquido ou gasoso



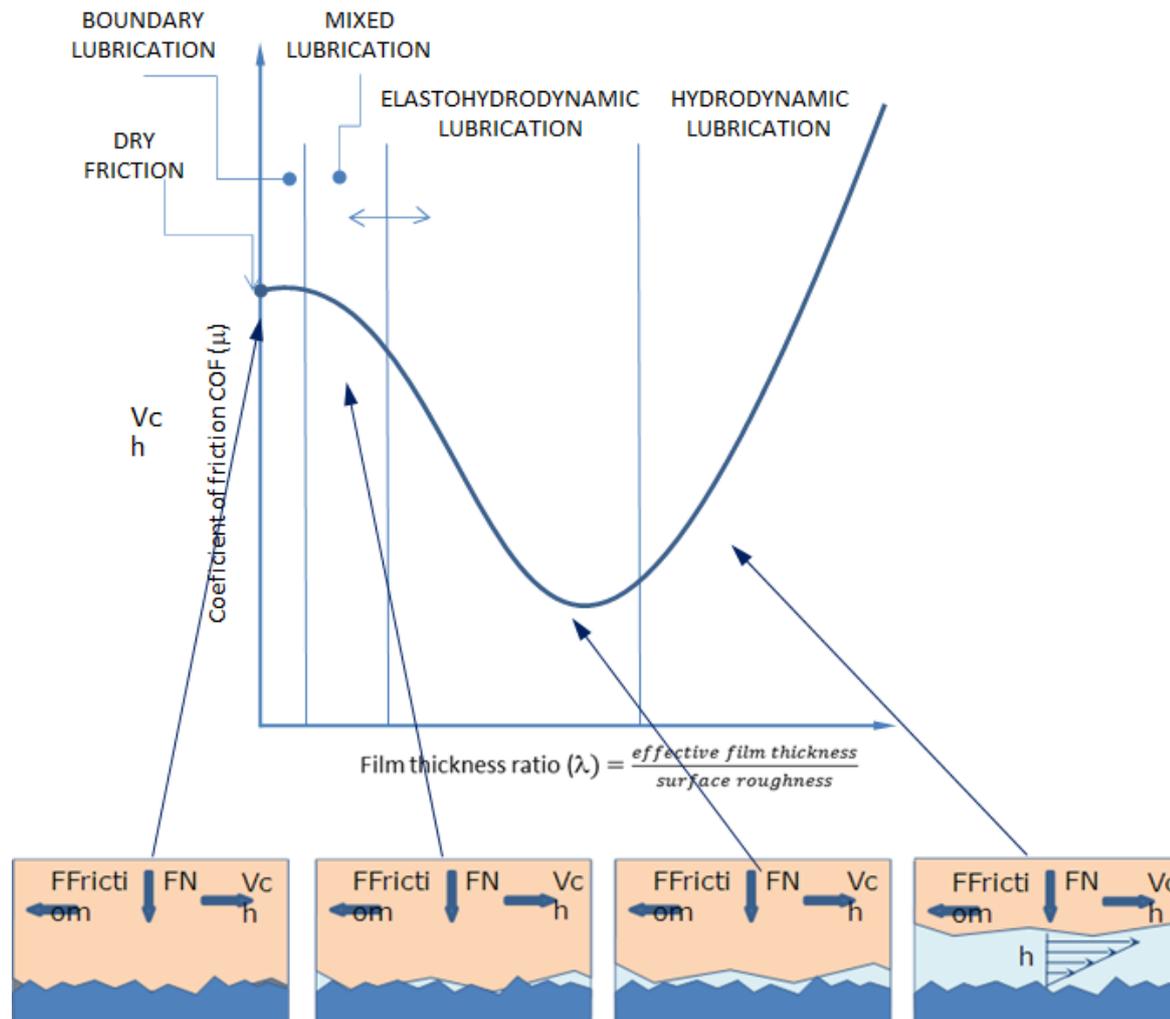
→ Líquidos: óleo, água, outros

→ Gás: AR, hélio, Ar, outros



## Mancais a filme fluído

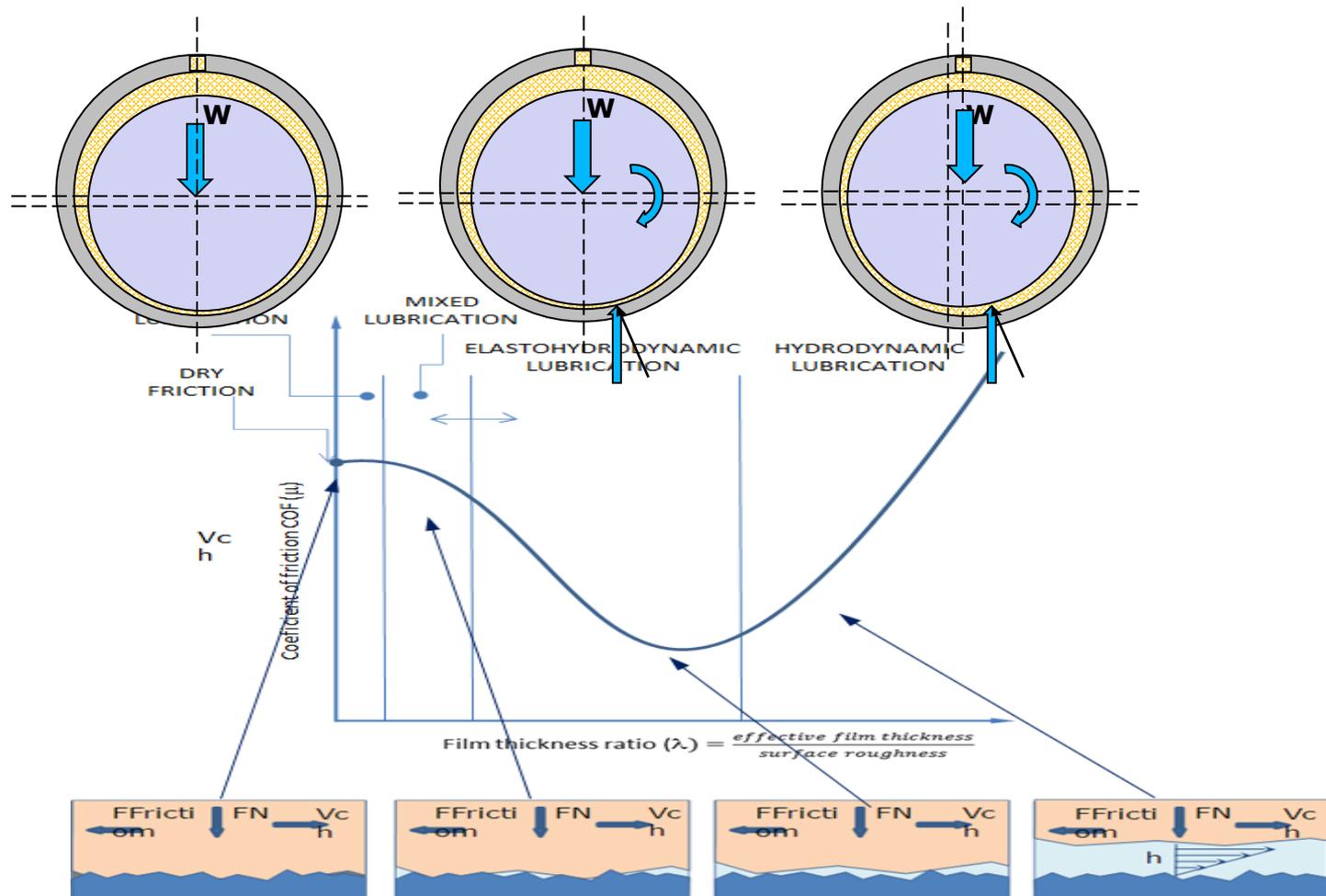
### Curva de Stribeck





## Mancais hidrodinâmicos

### Funcionamento

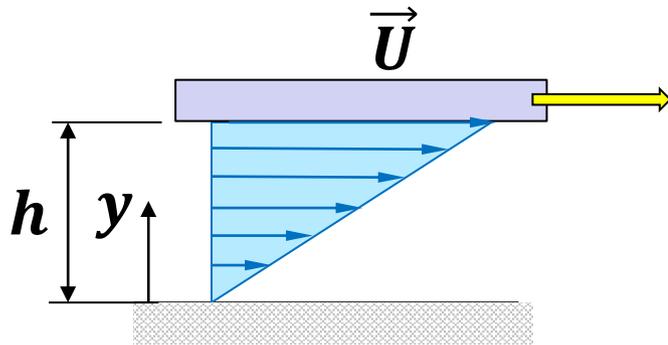




## Mancais hidrodinâmicos

Newton (1687)

Conceito de viscosidade



$$F = \tau \cdot A$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{U}{h}$$

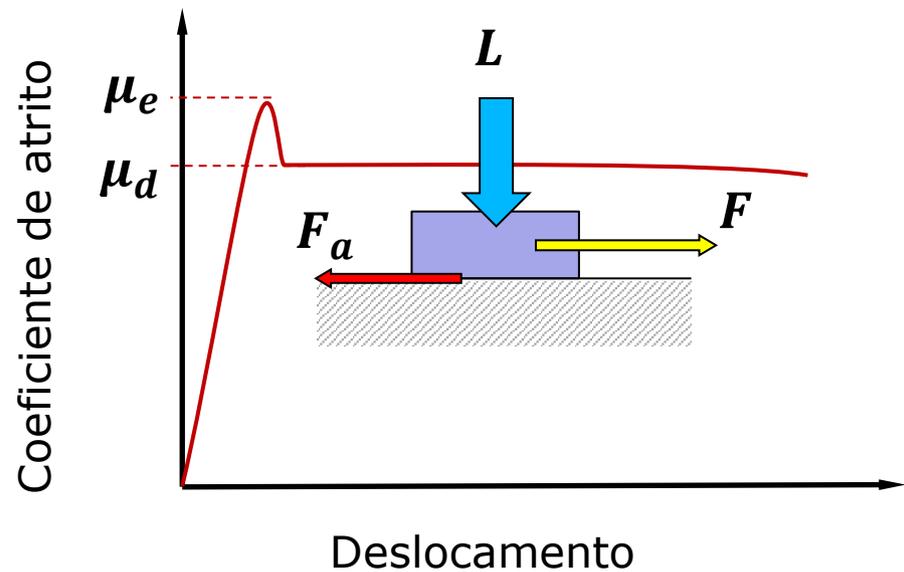
$$F = \left( \mu \frac{U}{h} \right) \cdot A$$

Amontons (1687)

Lei do atrito estático

Coulumb (1789)

Lei do atrito dinâmico





## Mancais hidrodinâmicos

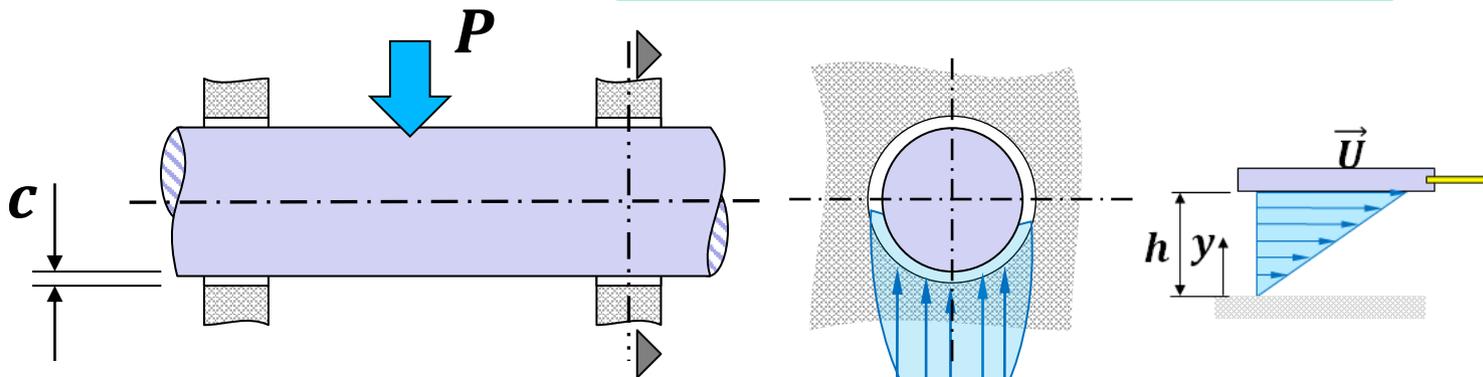
Navier (1823)

Stokes (1823)

Equação para fluidos viscosos

Petrov (1883)

Natureza hidrodinâmica do atrito



$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = \mu \cdot \frac{U}{h} = \mu \cdot \frac{U}{c}$$

$$f = \frac{\mu \cdot U \cdot A}{c \cdot P}$$

Lei de Petrov

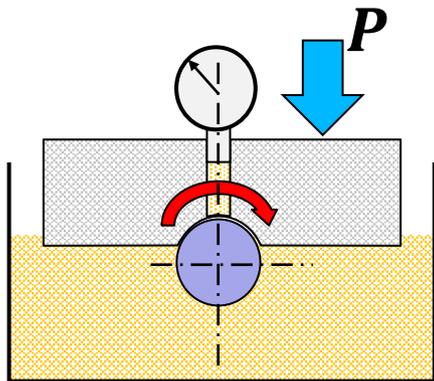
atrito



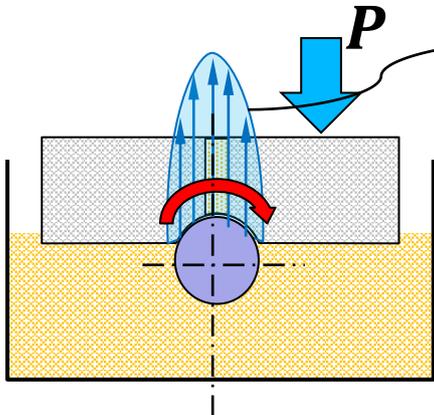
## Mancais hidrodinâmicos

Beuchamp Tower (1883)

Natureza hidrodinâmica do atrito

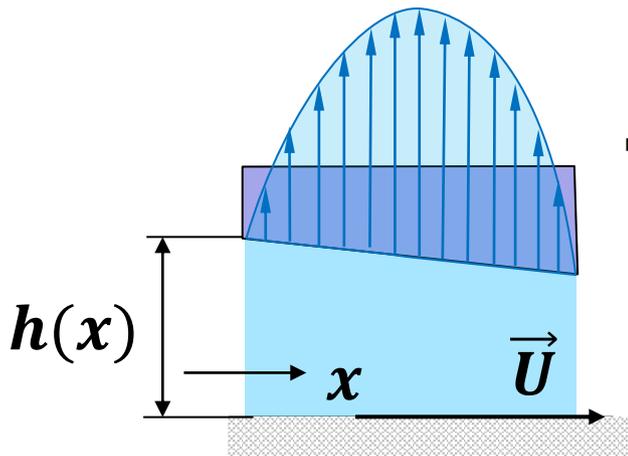


Distribuição de pressão



Reynolds (1886)

Formulou o problema da lubrificação hidrodinâmica



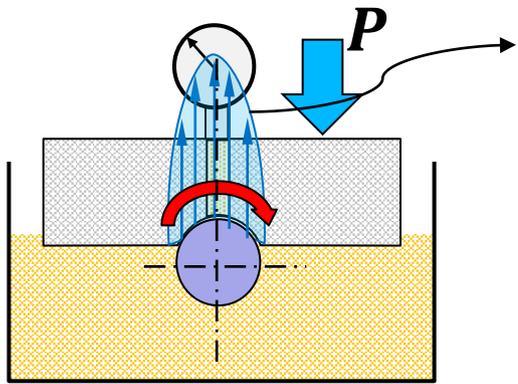
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6 \cdot \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x} (U \cdot h) + 2 \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

Efeito hidrodinâmico

Efeito de filme espremido



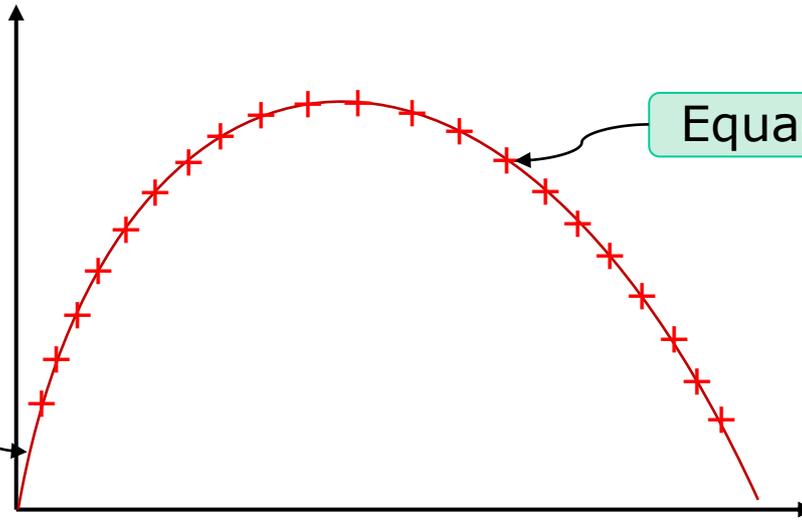
## Mancais hidrodinâmicos



$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6 \cdot \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x} (U \cdot h) + 2 \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

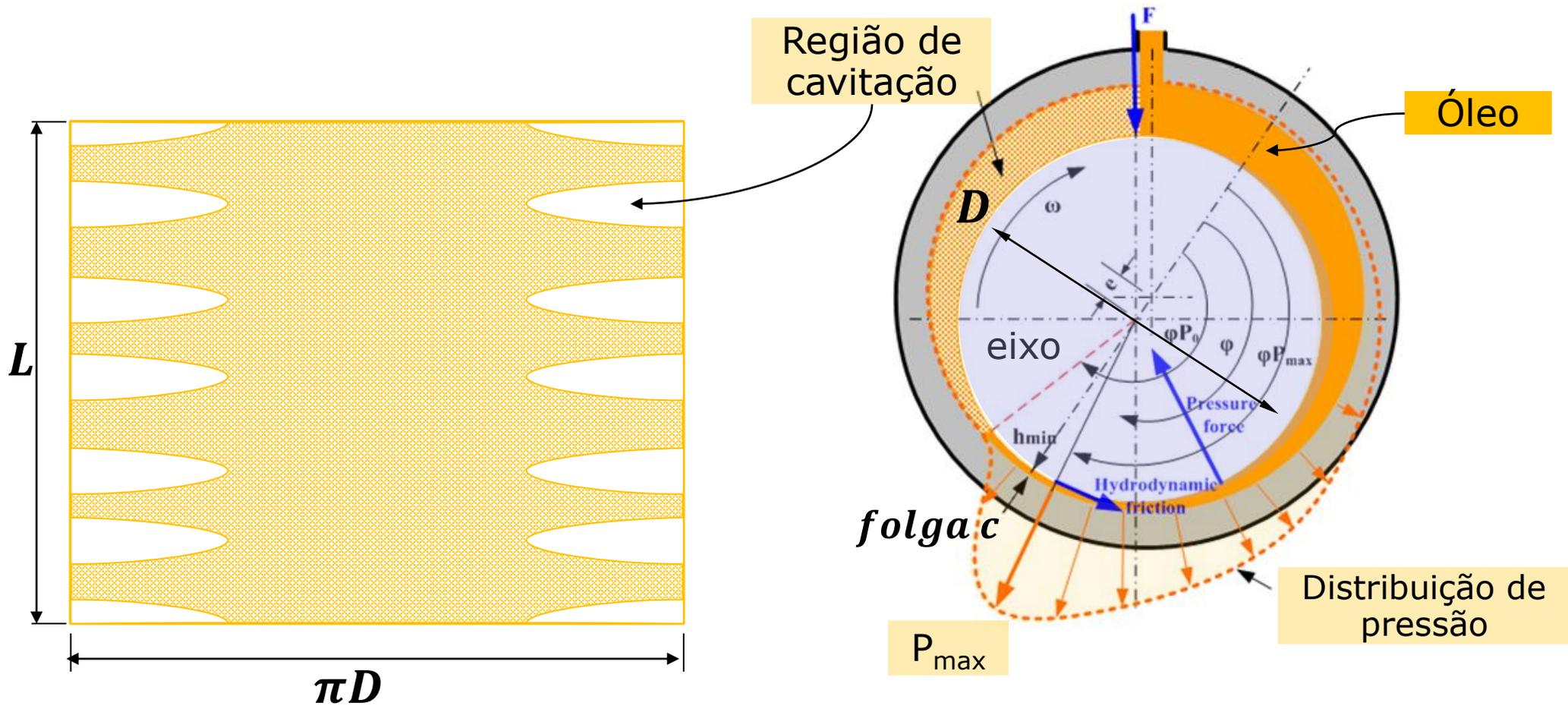
Equação de Reynolds

Experimento de  
Beuchamp Tower





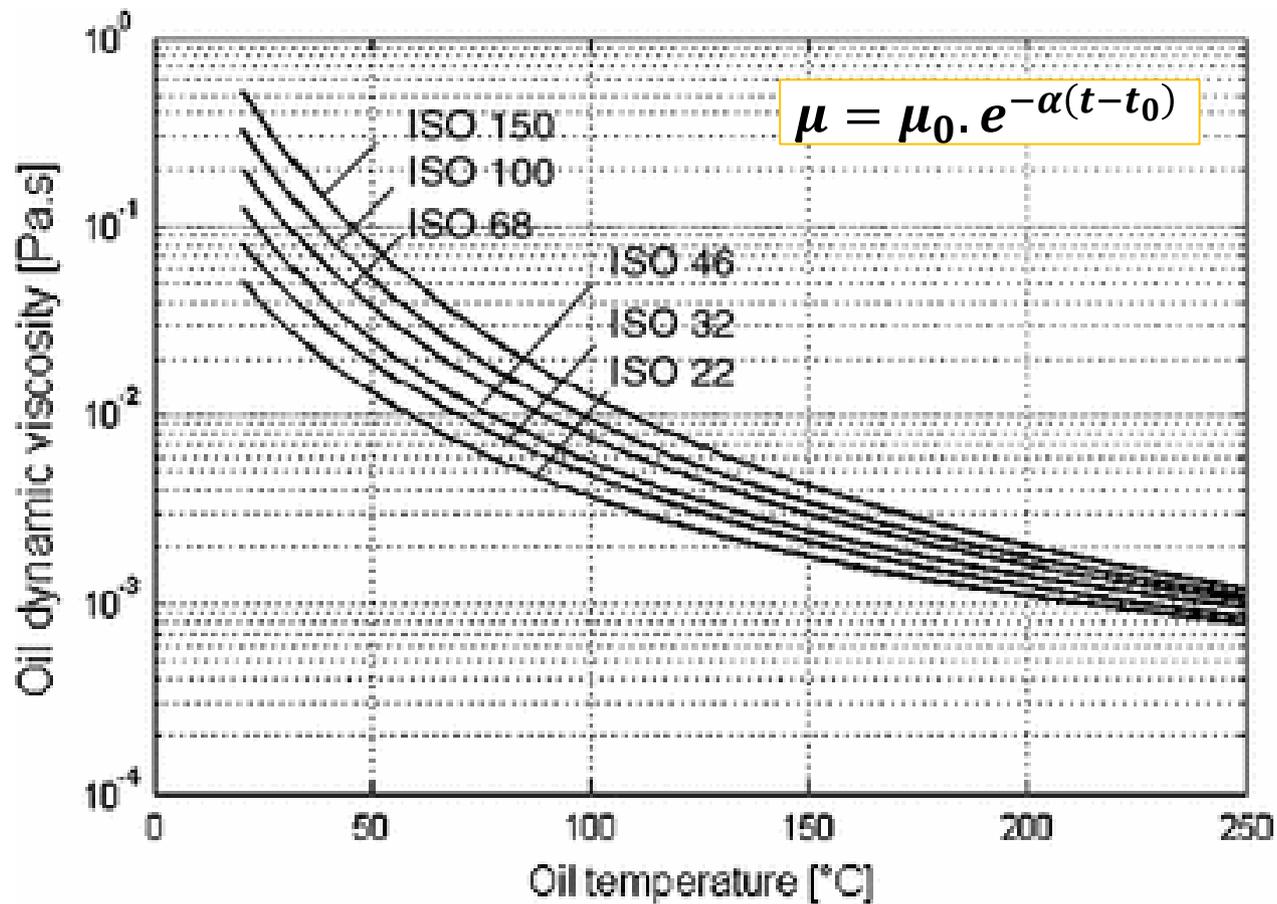
## Mancais hidrodinâmicos





## Mancais hidrodinâmicos

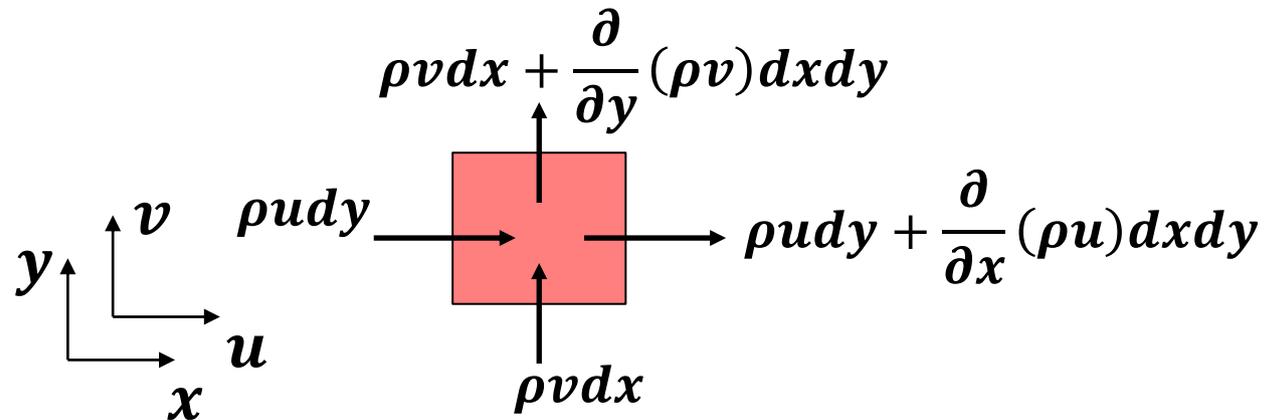
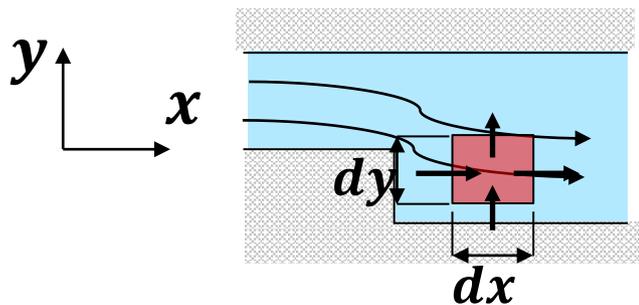
Dependência da viscosidade com a temperatura





## Mancais hidrodinâmicos

### Equação da conservação da massa



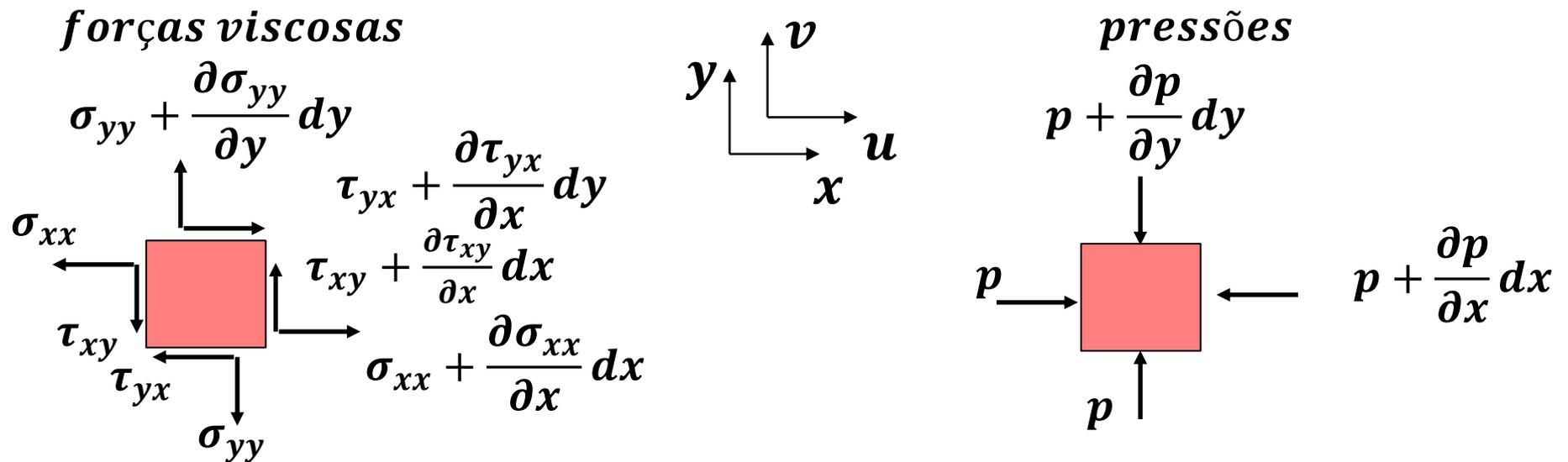
$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0$$

equação da continuidade



## Mancais hidrodinâmicos

Equação da conservação da quantidade de movimento



$$F_{R,S_x} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} - p) + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx} \right] dx dy \quad \rightarrow \text{Força resultante na direção } X$$

$$\underbrace{\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right)}_{\text{aceleração}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} - p)}_{\text{Forças normais}} + \underbrace{\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}}_{\text{Forças cisalhantes}}$$



## Mancais hidrodinâmicos

### Equação de Navier-Stokes

$$\underbrace{\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right)}_{\text{aceleração}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} - p)}_{\text{Forças normais}} + \underbrace{\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}}_{\text{Forças cisalhantes}}$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \rightarrow \text{na direção } X$$

### Equação da conservação da energia

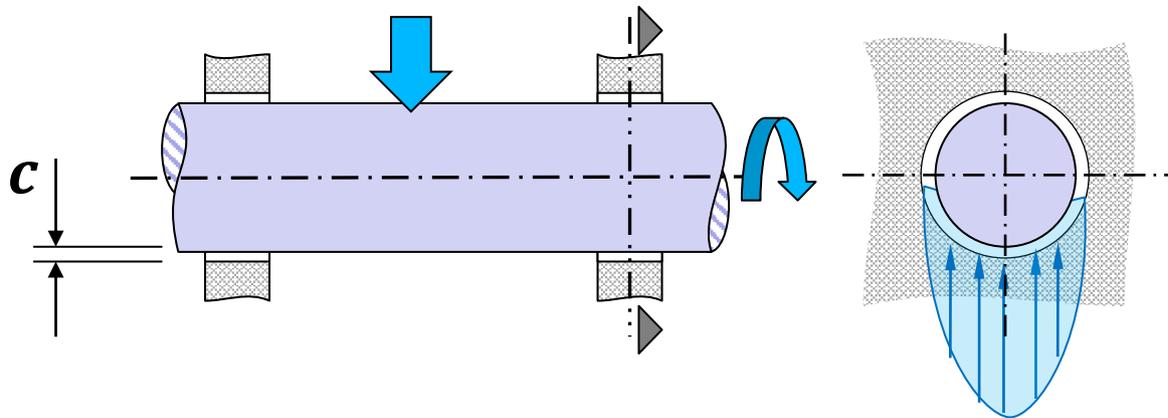
$$\rho C_p \left( u \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) = k \left( \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} \right) + \left( u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \mu \Phi$$

$$\Phi = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2$$



## Mancais hidrodinâmicos

### Hipóteses simplificativas



#### 1º Grupo

- Fluido newtoniano
- Escoamento laminar
- Densidade constante
- Regime permanente

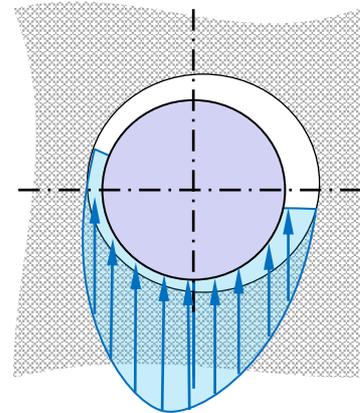
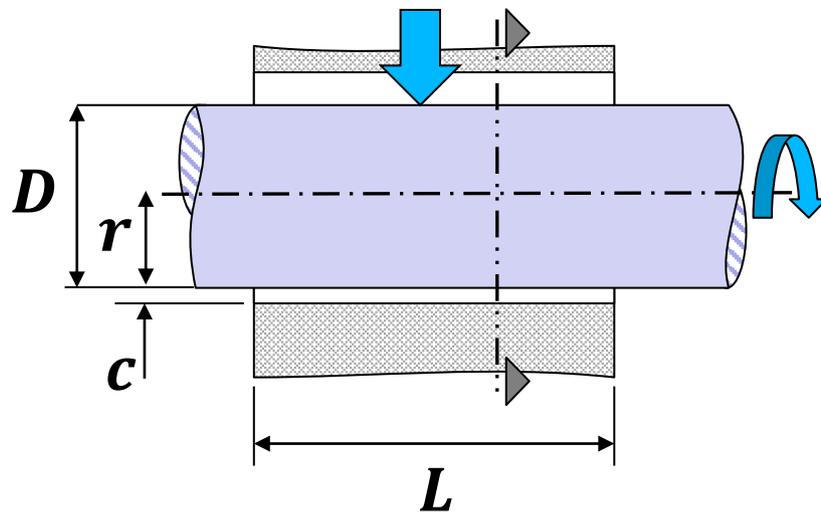
#### 2º Grupo

- Aceleração pode ser ignorada
- Pressão não varia na direção da folga radial
- Velocidade constante e média



## Mancais hidrodinâmicos

### Funcionamento



### Lei de Petrov

$$f = \frac{\mu \cdot U \cdot A}{c \cdot P}$$

$$f = 2 \cdot \pi^2 \frac{\mu \cdot n}{P} \frac{R}{c}$$

atrito

$$T_f = \frac{4 \cdot \pi^2 \mu \cdot n \cdot R^3}{c}$$

Torque friccional

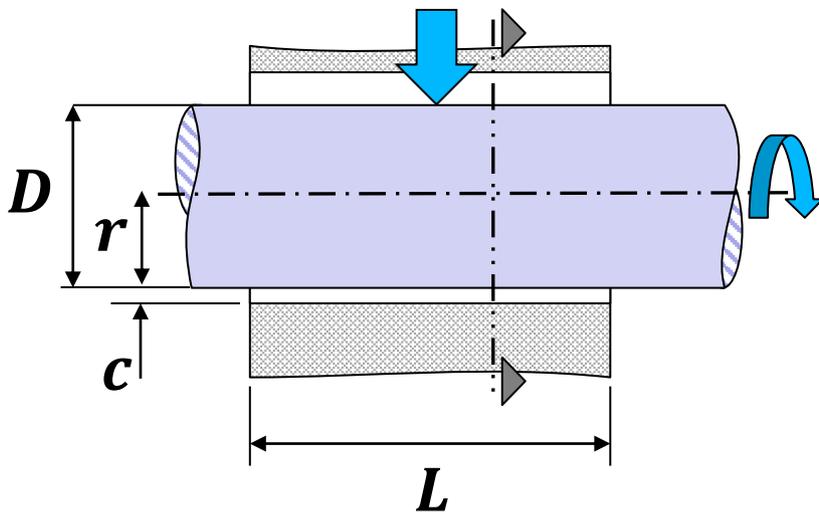
$$P_w = 2 \cdot \pi \cdot T_f \cdot n$$

Potência dissipada



## Mancais hidrodinâmicos

### Funcionamento

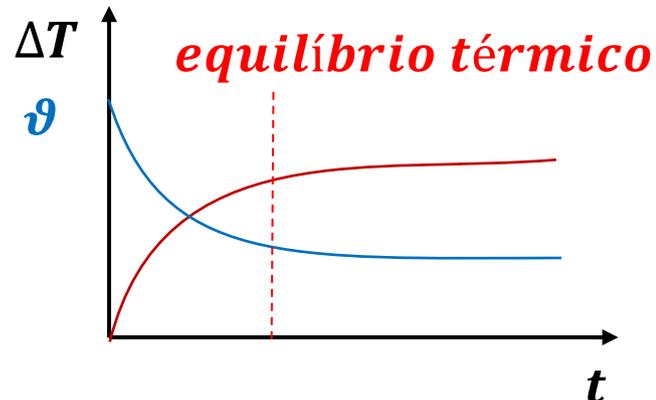
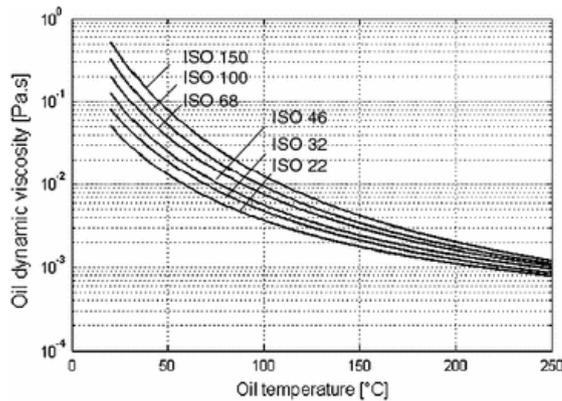


$$P_w = 2 \cdot \pi \cdot T_f \cdot n$$

Potência dissipada

viscosidade

folga



*equilíbrio térmico*

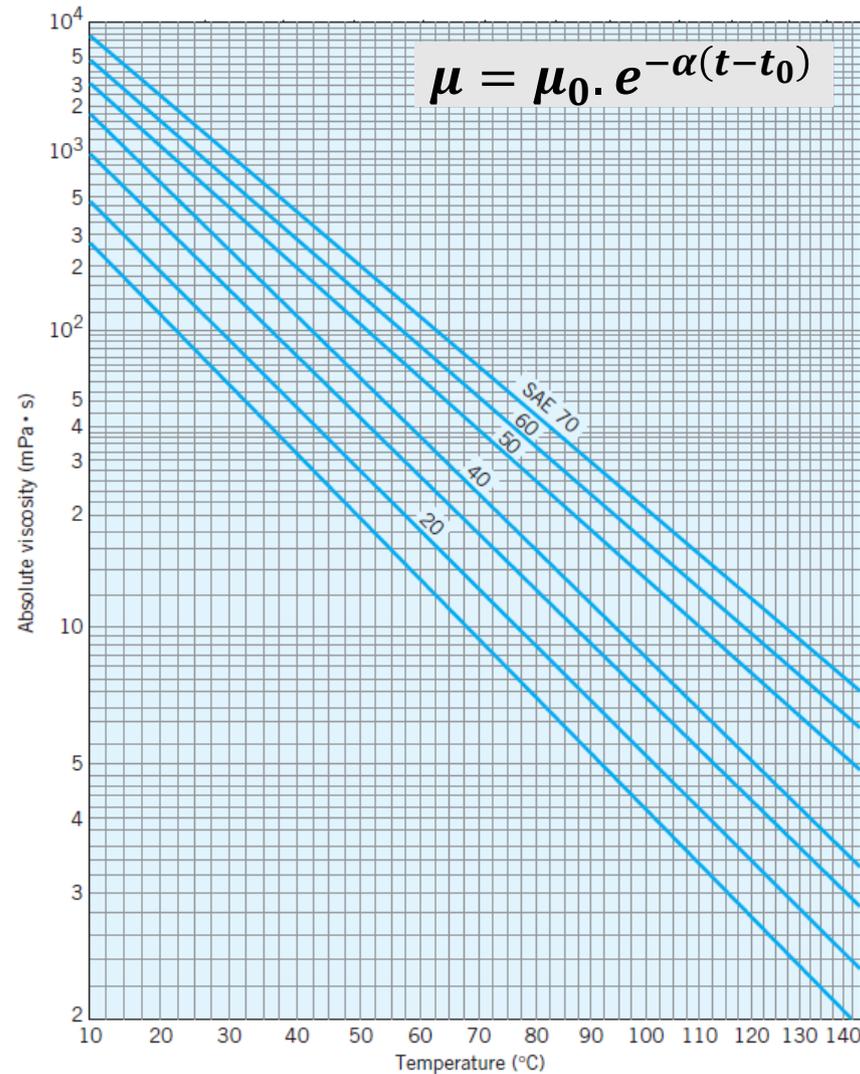
carga

Aquecimento



## Mancais hidrodinâmicos

Dependência da viscosidade com a temperatura





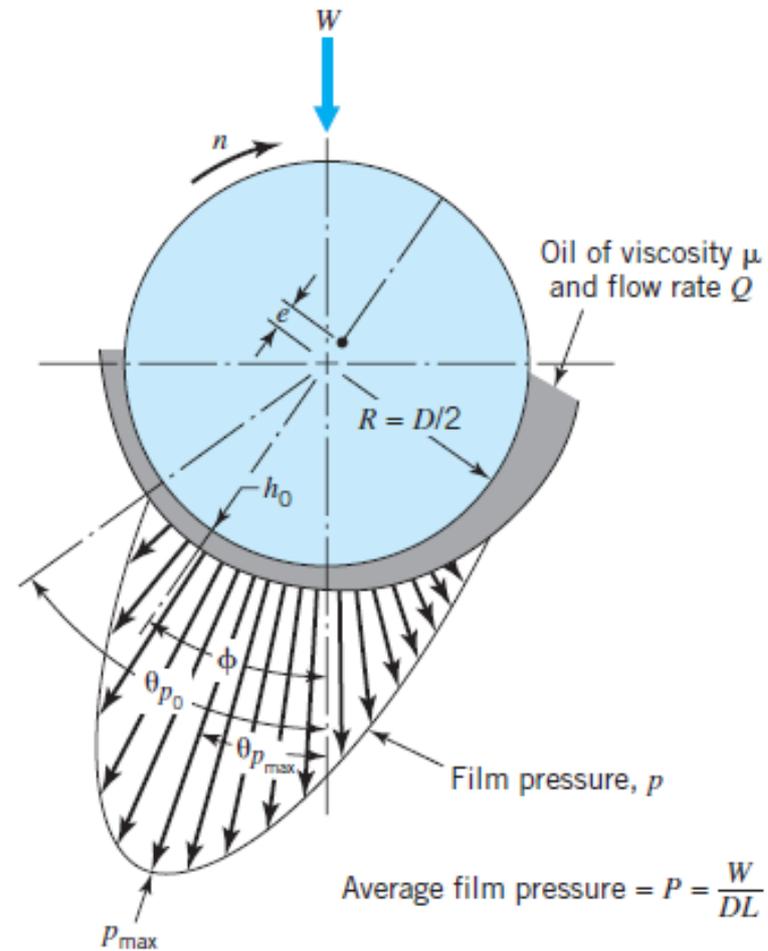
## Mancais hidrodinâmicos

### Número característico do mancal

$$S = \left(\frac{R}{c}\right) \frac{\mu \cdot n}{P}$$

Onde:

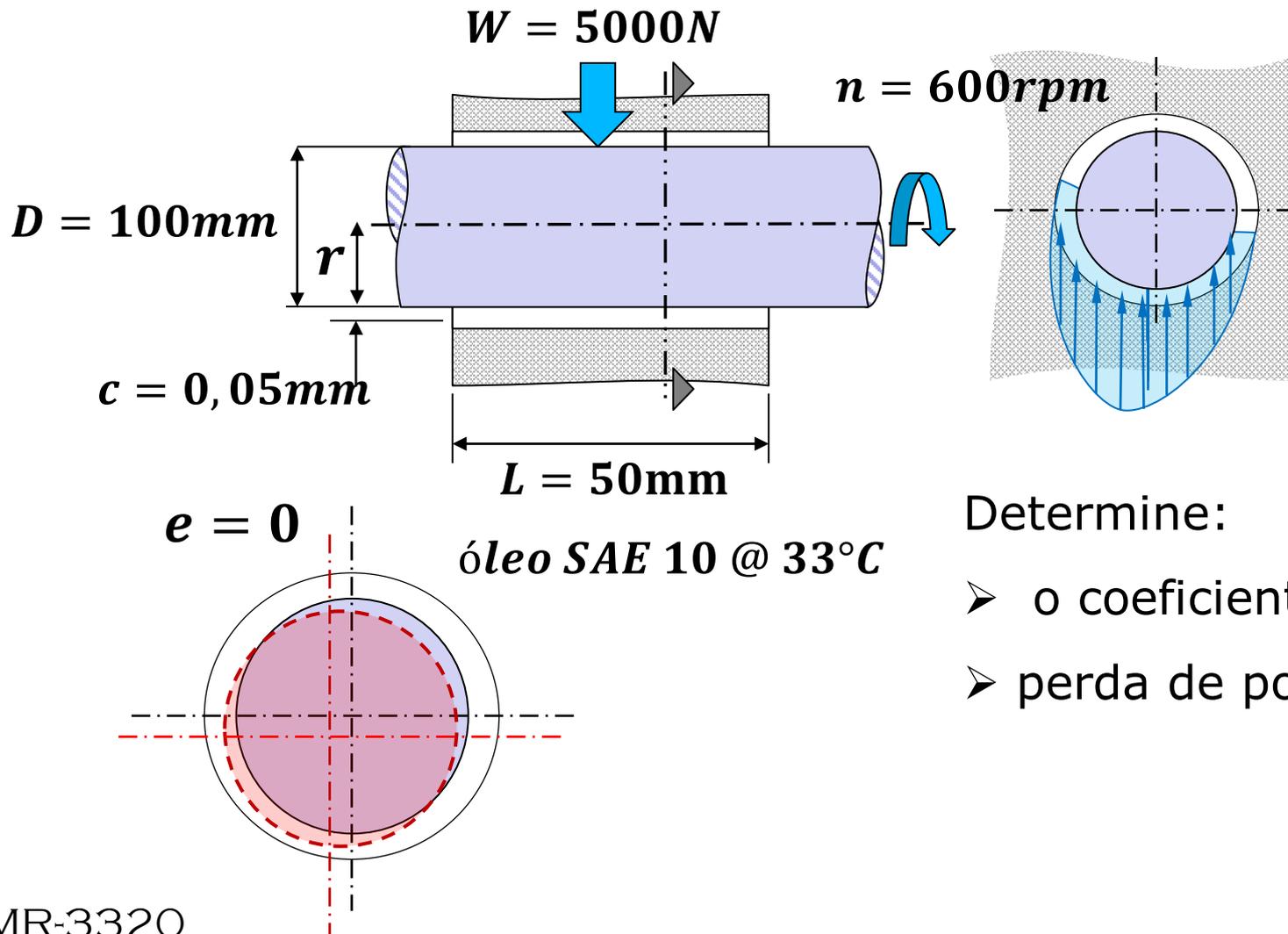
- R – raio do mancal
- c – excentricidade
- $\mu$  – viscosidade
- n – rotação
- P – Pressão





## Mancais hidrodinâmicos

### Exemplo





## Mancais hidrodinâmicos

óleo SAE 10 @ 33°C

$D = 100\text{mm}$

$r = 50\text{mm}$

$L = 50\text{mm}$

$c = 0,05\text{mm}$

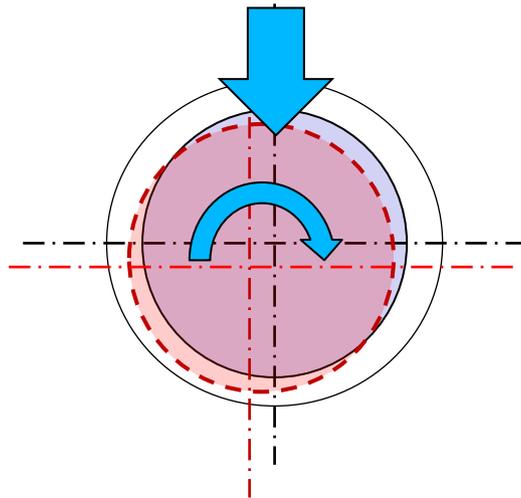
$e = 0$

$W = 5000\text{N}$

$n = 600\text{rpm}$

$\mu = 50\text{ mPa}\cdot\text{s}$

Exemplo

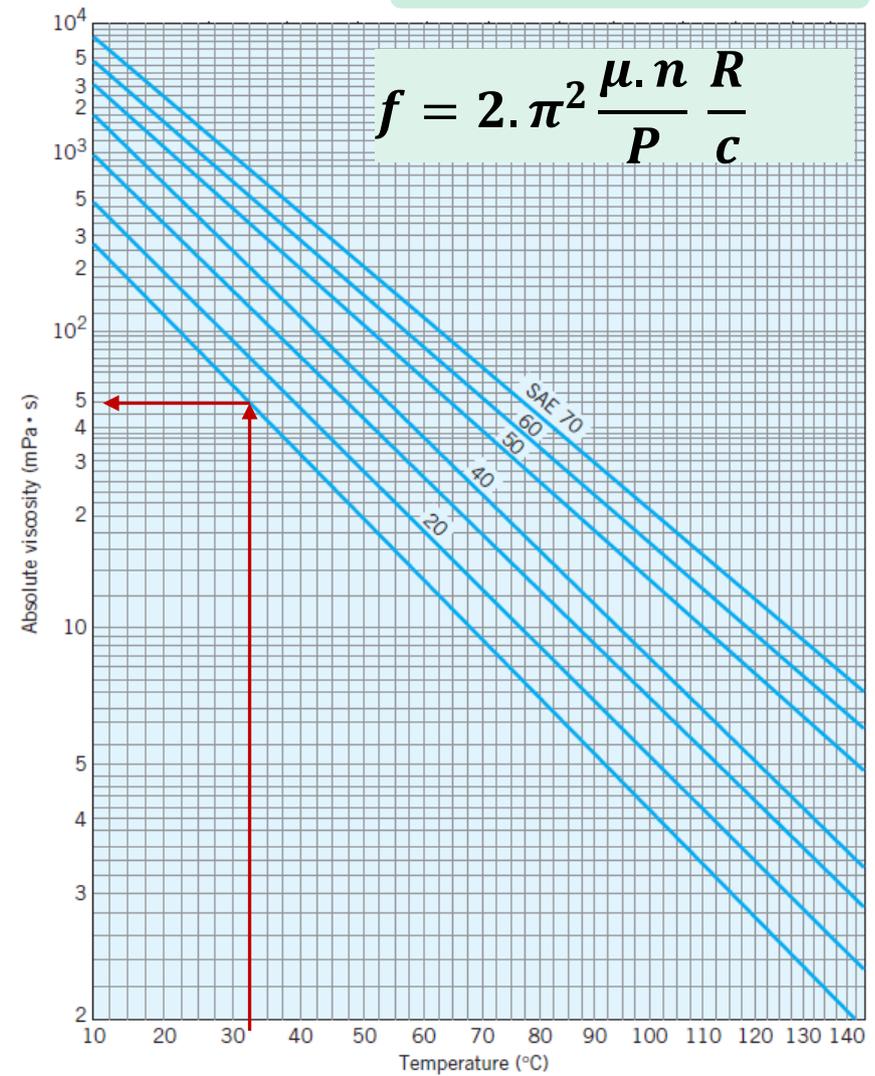


atrito

$$f = 2 \cdot \pi^2 \frac{\mu \cdot n}{P} \frac{R}{c}$$

$$f = 2 \cdot \pi^2 \frac{50 \cdot \left(\frac{600}{60}\right)}{\left(\frac{5000}{(10 \cdot 80) \times 10^{-3}}\right)} \frac{50}{0,05}$$

$$f = 0,0158$$





## Mancais hidrodinâmicos

óleo SAE 10 @ 33°C

$D = 100\text{mm}$

$r = 50\text{mm}$

$L = 50\text{mm}$

$c = 0,05\text{mm}$

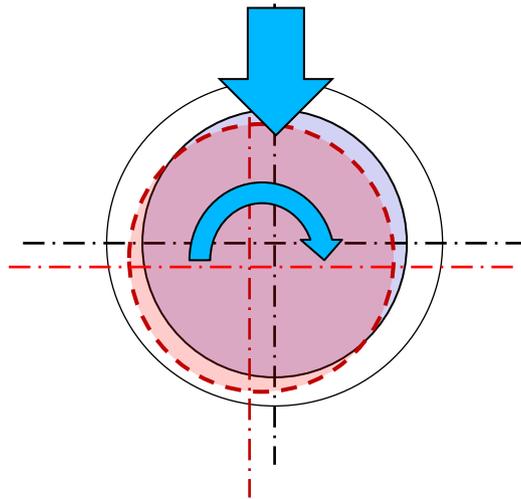
$e = 0$

$W = 5000\text{N}$

$n = 600\text{rpm}$

$\mu = 50\text{ mPa}\cdot\text{s}$

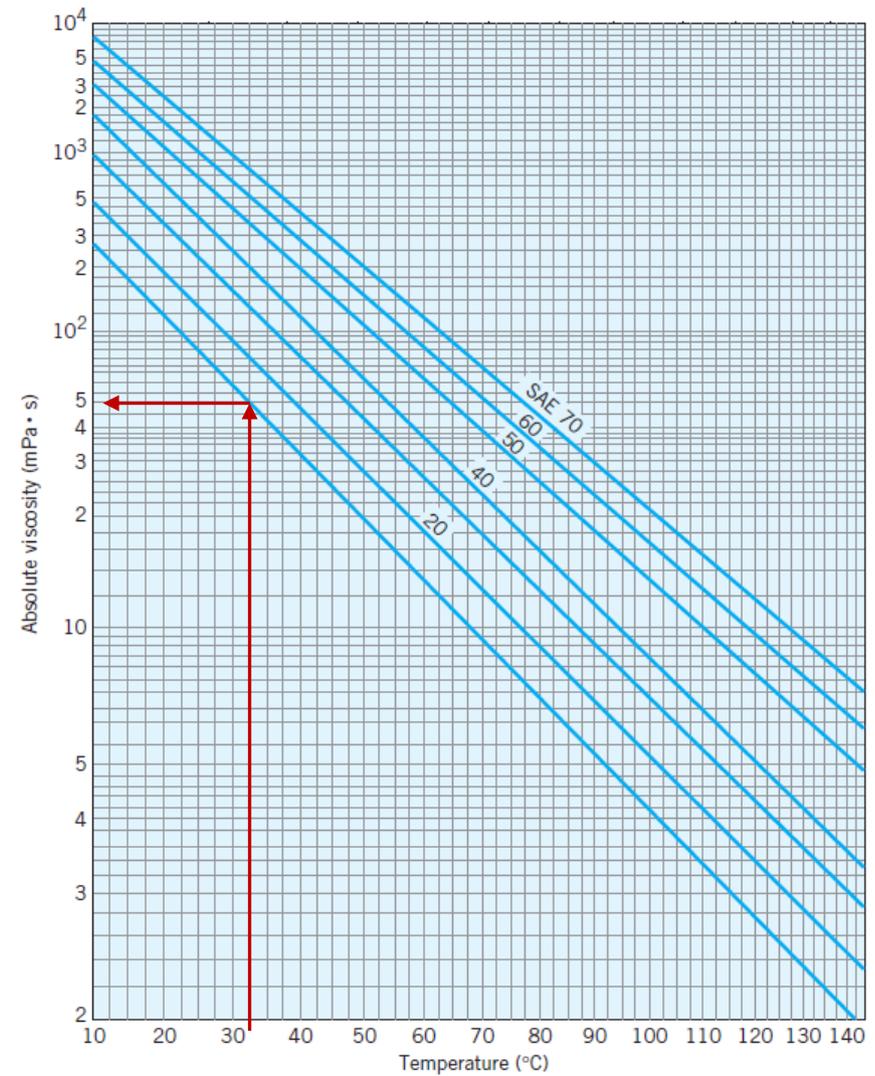
Exemplo



Torque friccional

$$T_f = \frac{4 \cdot \pi^2 \mu \cdot n \cdot R^3}{c}$$

$$T_f = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 50 \cdot \left(\frac{600}{60}\right) \cdot 600 \cdot 50^3}{0,05} = 3,95 \text{ N}\cdot\text{m}$$





## Mancais hidrodinâmicos

### Número característico do mancal

óleo SAE 10 @ 33°C

$D = 100\text{mm}$

$r = 50\text{mm}$

$L = 50\text{mm}$

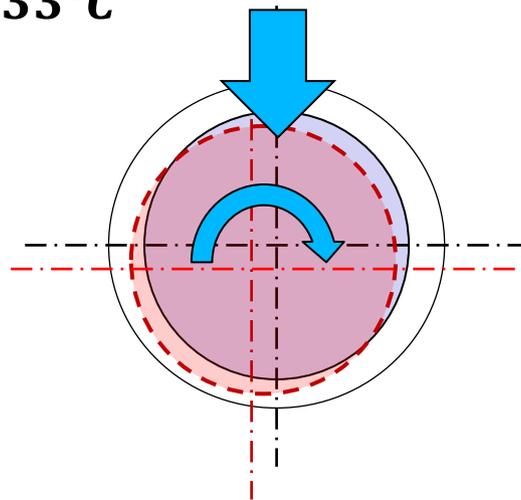
$c = 0,05\text{mm}$

$e = 0$

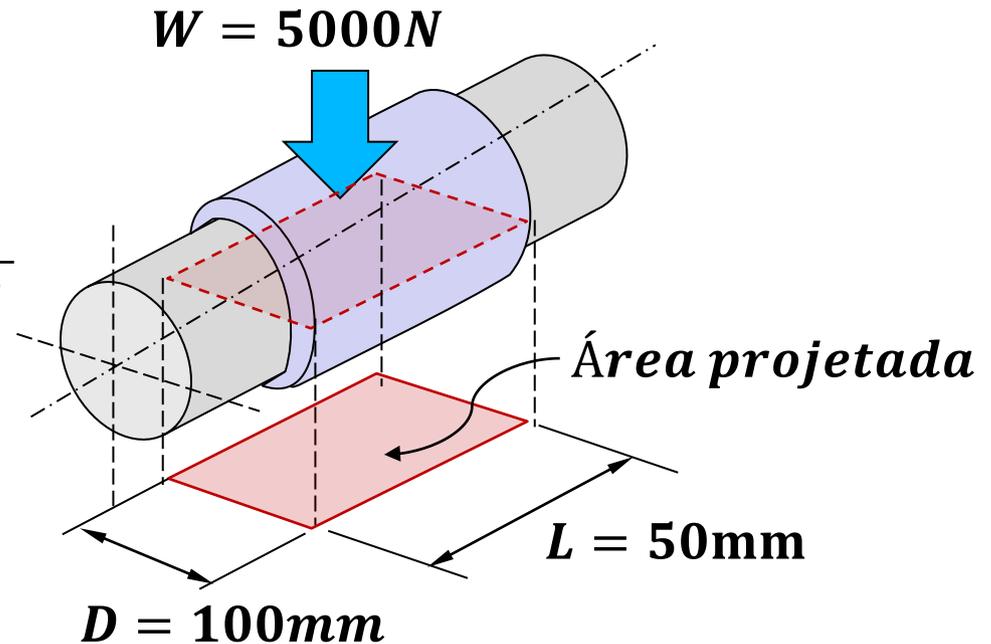
$W = 5000\text{N}$

$n = 600\text{rpm}$

$\mu = 50\text{ mPa}\cdot\text{s}$



$$S = \left(\frac{R}{c}\right) \frac{\mu \cdot n}{P}$$



$W = 5000\text{N}$

Área projetada

$L = 50\text{mm}$

$D = 100\text{mm}$

$$P = W / A_{\text{projetada}}$$

$$P = \frac{5000}{(0,1 * 0,05)}$$

$$P = \frac{5000}{(0,1 * 0,05)}$$

$$P = 1\text{MPa}$$

$$S = \left(\frac{50}{0,05}\right) \frac{50 \times 10^{-3} \cdot \left(\frac{600}{60}\right)}{1 \times 10^6}$$

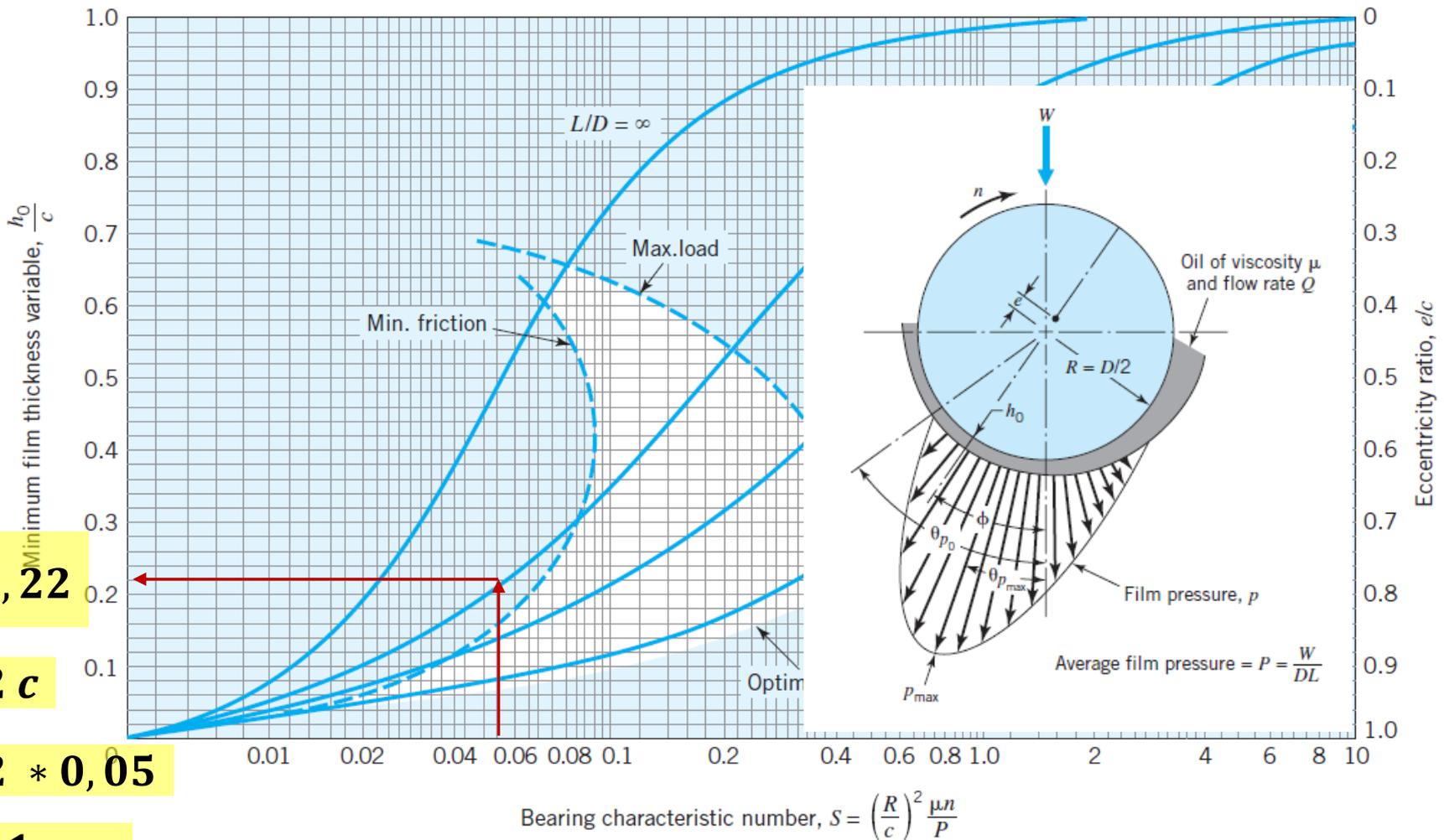
$$S = 0,05$$

$$\frac{L}{D} = \frac{50}{100} = 0,8$$



# Mancais hidrodinâmicos

espessura mínima do filme



$\frac{h_0}{c} = 0,22$

$h_0 = 0,22 c$

$h_0 = 0,22 * 0,05$

$h_0 = 0,011mm$

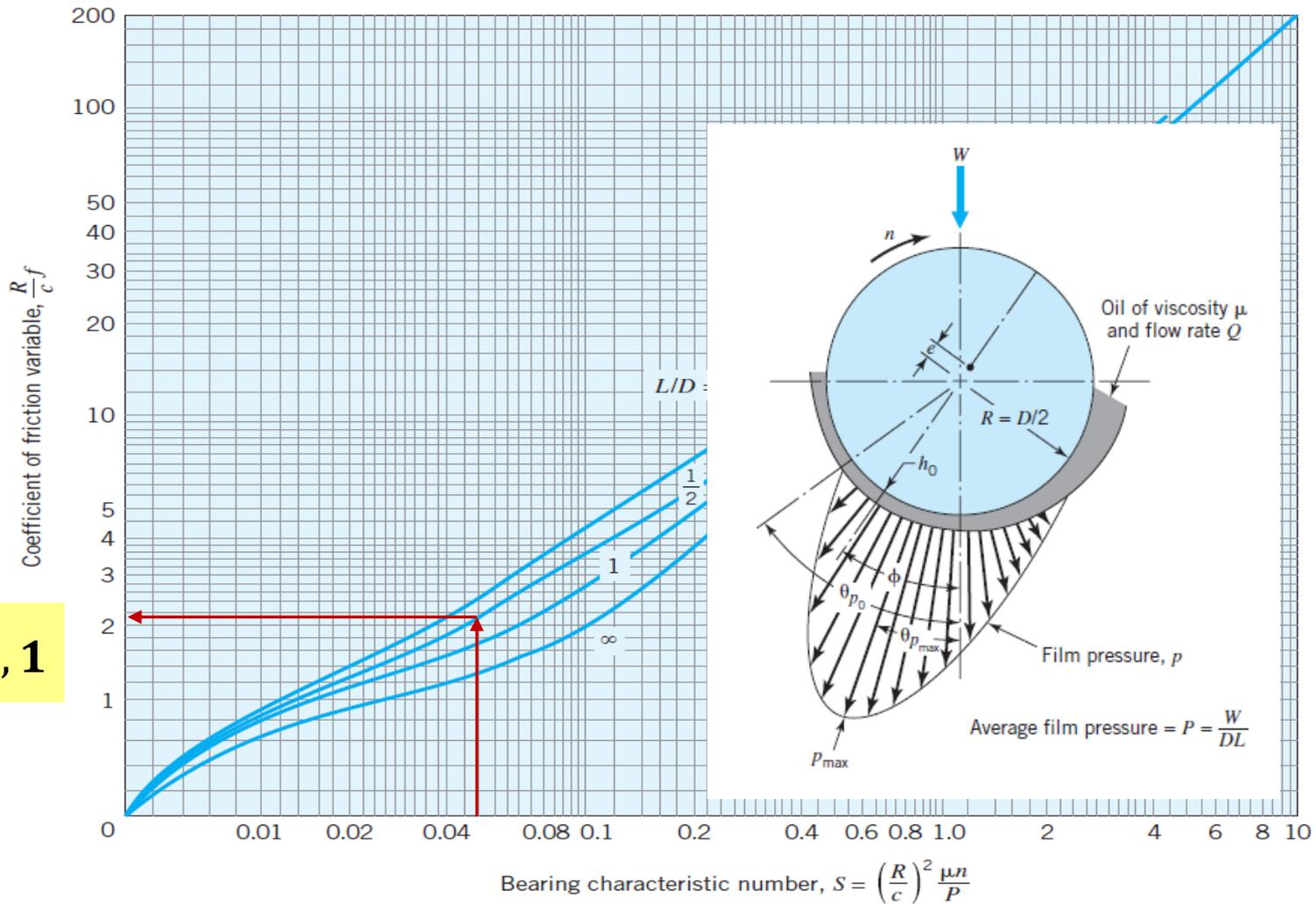
PMR-3320



# Mancais hidrodinâmicos

## Coeficiente de atrito

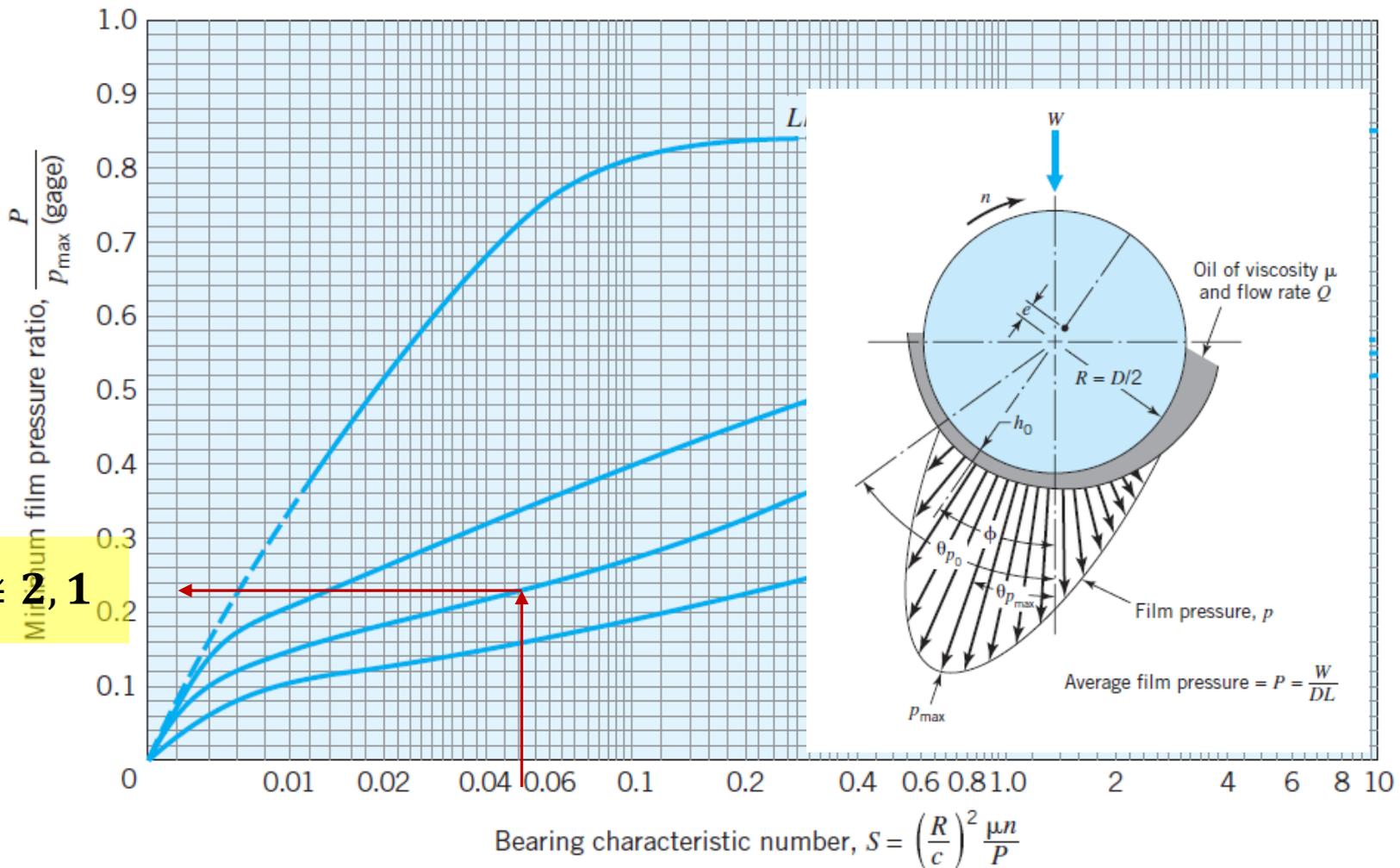
$\frac{R}{c} f = 2,1$





## Mancais hidrodinâmicos

### Pressão máxima no filme

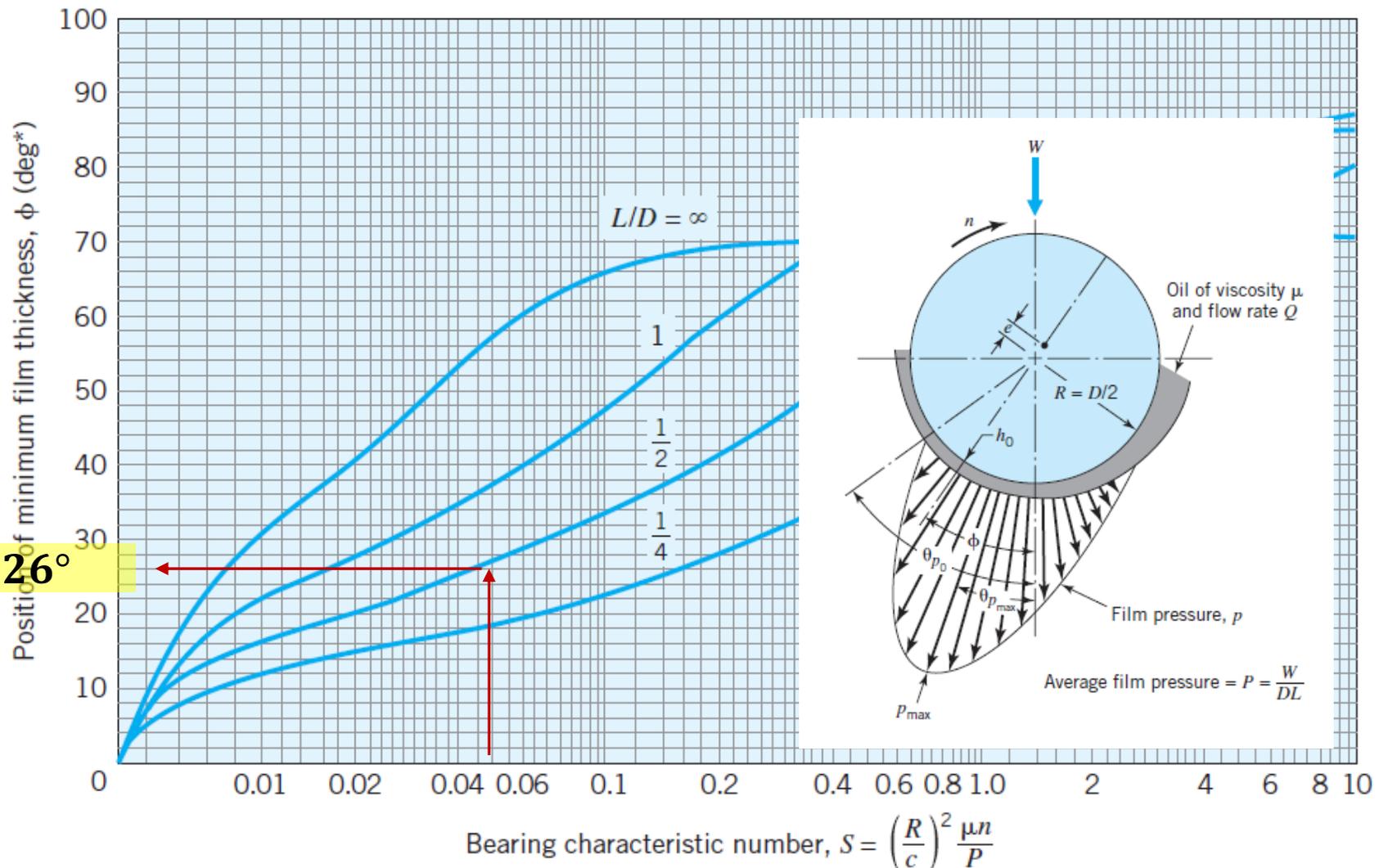


$$\frac{P}{P_{max}} \approx 2, 1$$



## Mancais hidrodinâmicos

### Posição da menor espessura do filme

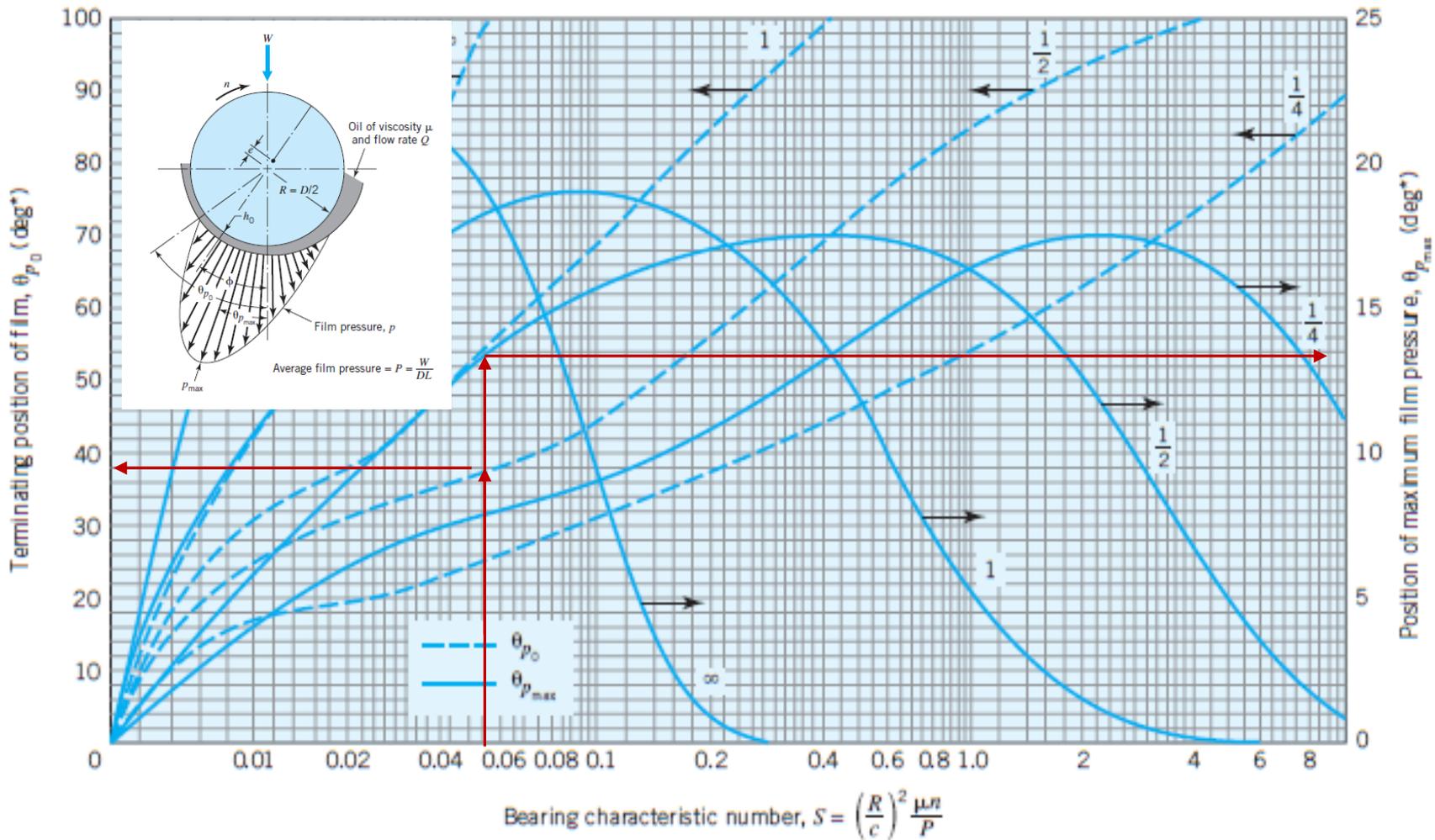


$\Phi = 26^\circ$



## Mancais hidrodinâmicos

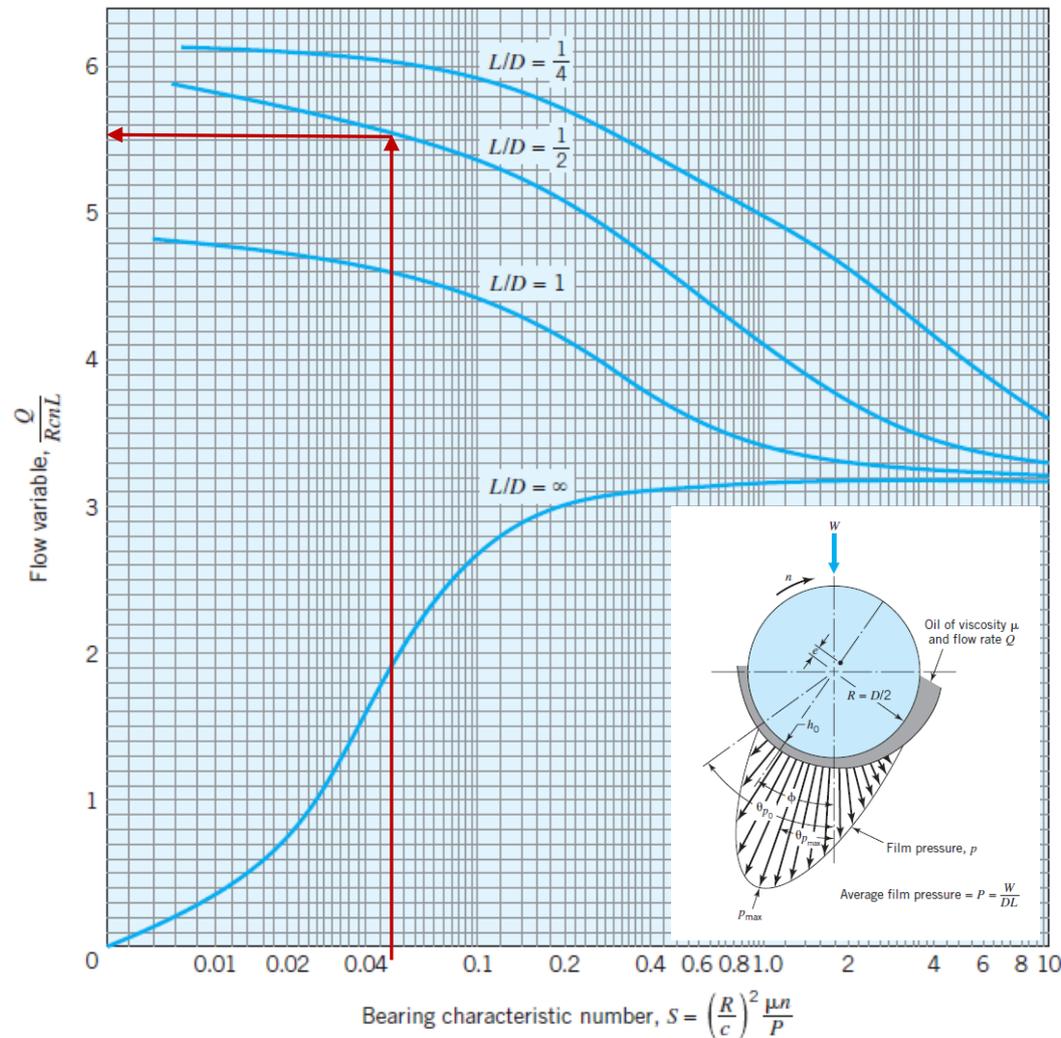
posição da pressão máxima do filme e fim do filme





## Mancais hidrodinâmicos

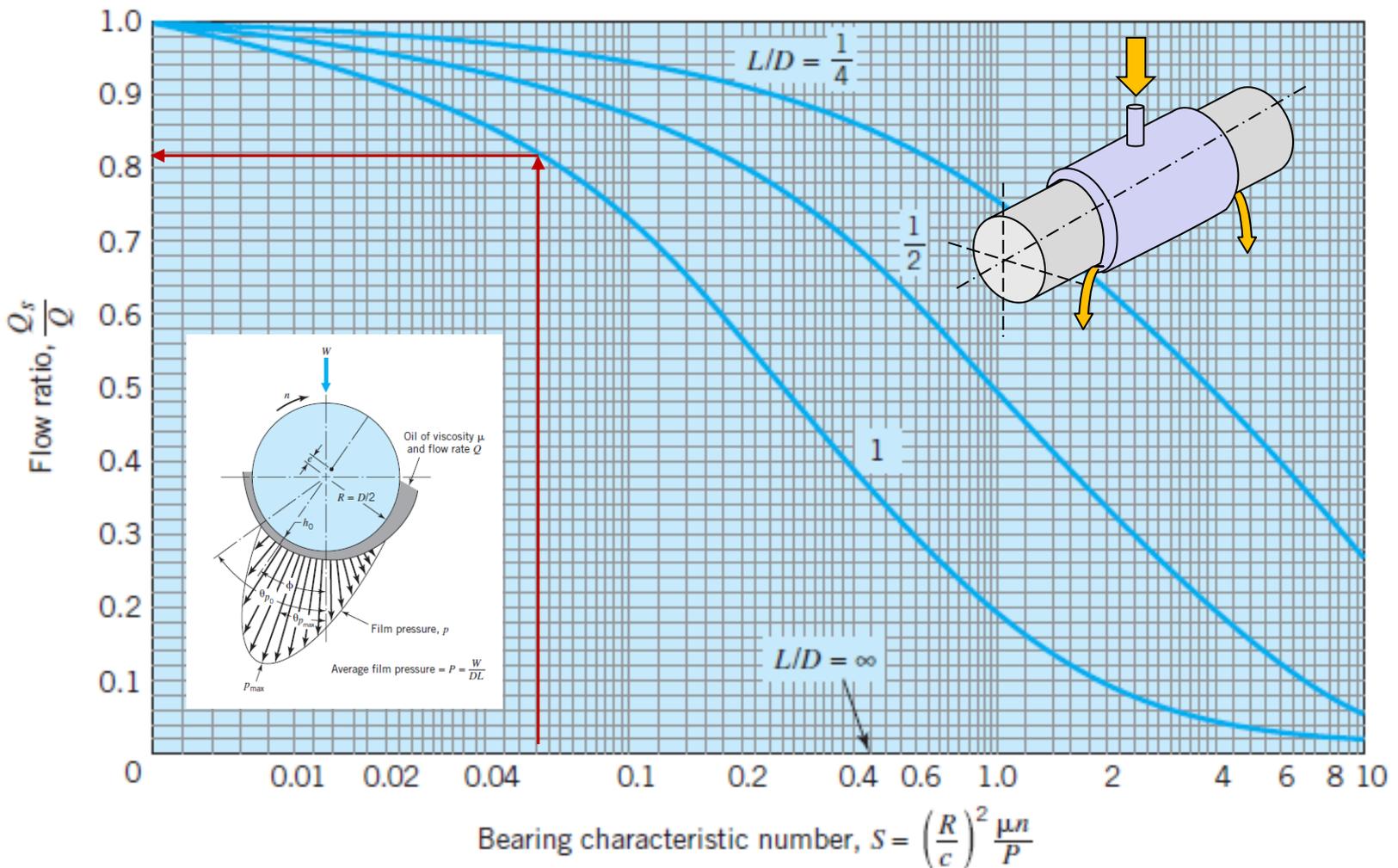
### Fluxo adimensional





## Mancais hidrodinâmicos

### Relação entre o fluxo lateral e total





## Mancais hidrodinâmicos

### Exemplos





## Mancais

Escorregamento



Rolamento



Fluídicos

Hidrodinâmicos



Hidrostáticos



Magnéticos





## Mancais hidrostáticos





## Mancais hidrostáticos

### Características



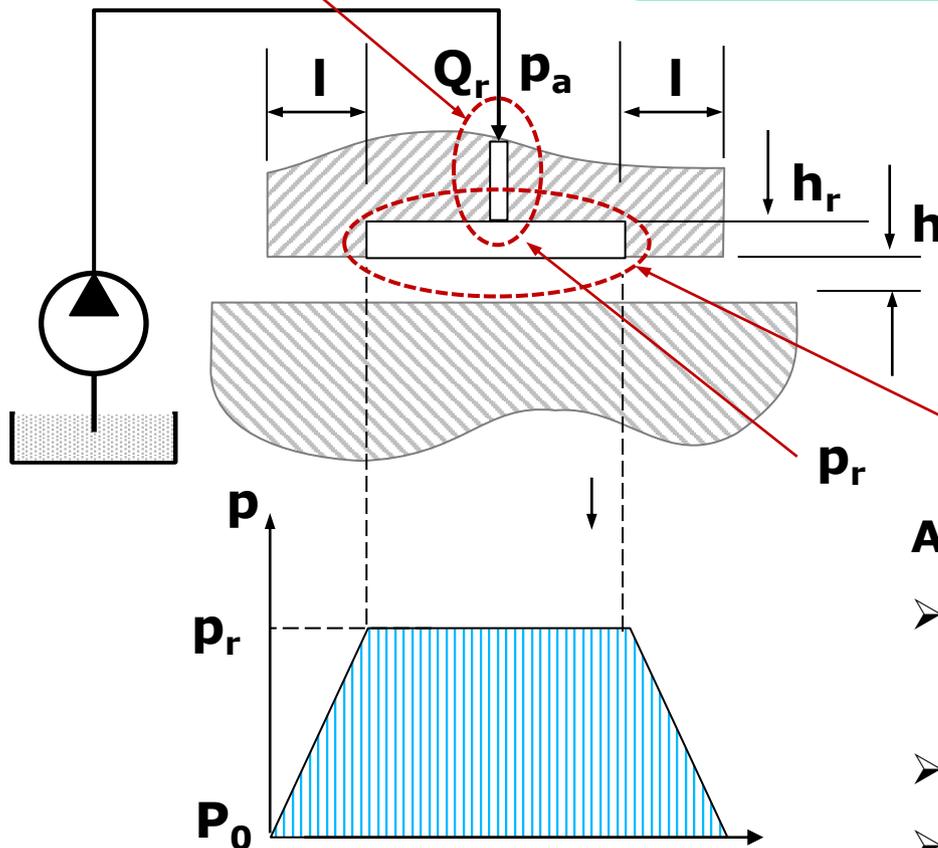
- Projeto complexo
- Fabricação complexa
- Baixa modularidade
- Sem atrito, desgaste e *stick-slip*
- Elevada capacidade de carga
- Sistemas de retorno e resfriamento
- Alta rigidez
- Elevado amortecimento
- Alta velocidade
- Problema de estabilidade térmica
- Elevada exatidão
- Amortecimento



## Mancais hidrostáticos

Restritor de fluxo

Premissas



$$B \gg I \quad P_0 = 0$$

rebaixo



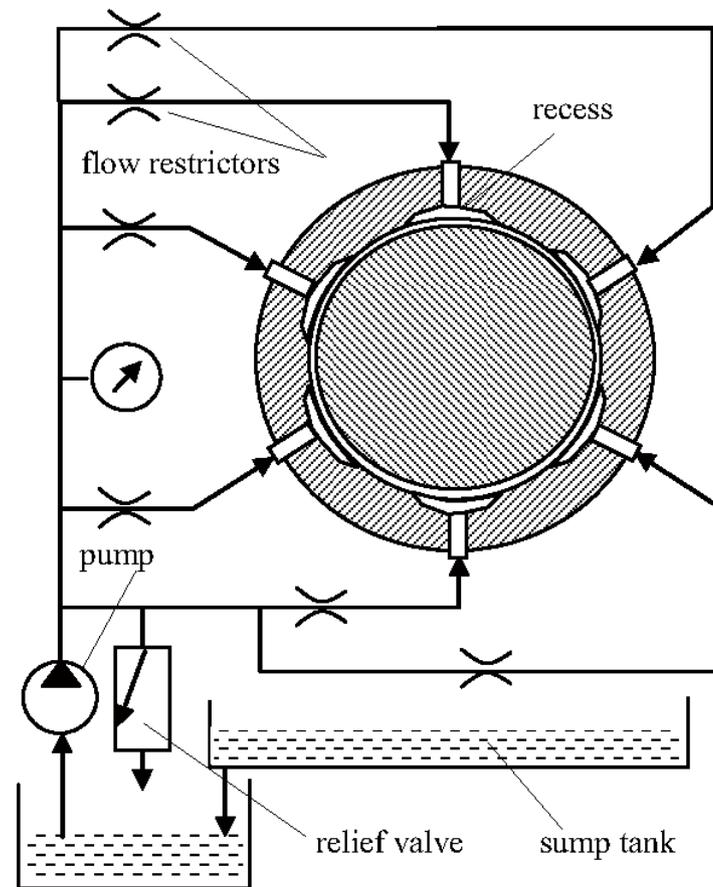
### Assumindo:

- Existe um fluxo laminar entre superfícies planas.
- Só existe atrito viscosos
- Além das forças de compressão, as forças de empuxo também devem ser levadas em consideração (squeeze film effect).



## Mancais hidrostáticos

### Funcionamento





## Mancais hidrostáticos

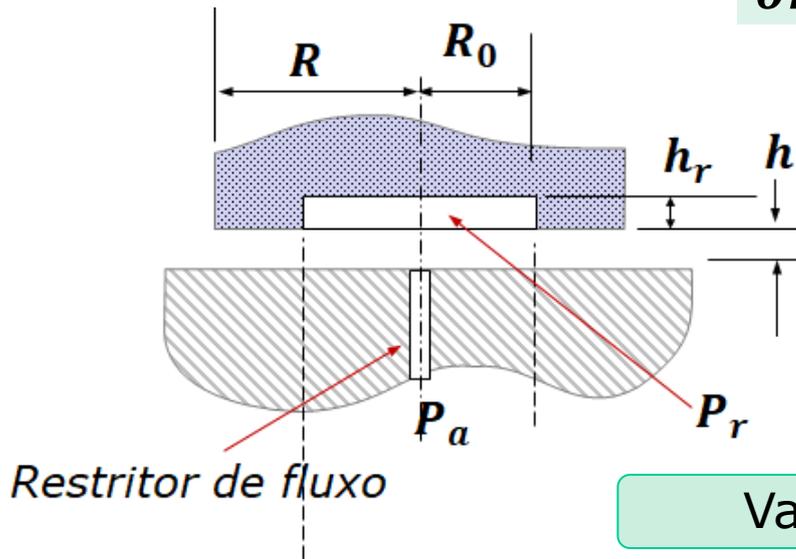
Equação de Reynolds em coordenadas cilíndricas

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \cdot h^3}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\rho \cdot h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6 \cdot \frac{\omega}{r^2} \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12 \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

0
0
0

$\mu \rightarrow \text{constante}$        $h \rightarrow \text{constante}$

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dp}{dr} \right) = 0$$



Vazão radial

$$q_r = \frac{-h^3}{12\mu} \frac{dp}{dr} \left[ \frac{m^3}{s} \right]$$

Vazão total

$$Q_r = \int_0^{2\pi} r \, d\theta \, [m^3 / s]$$



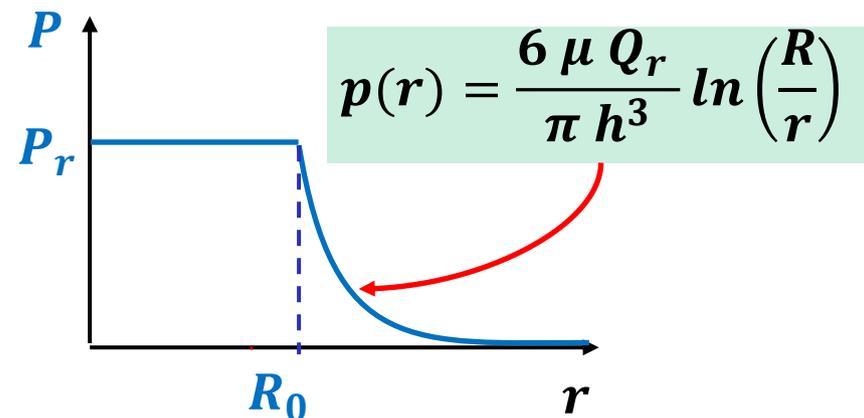
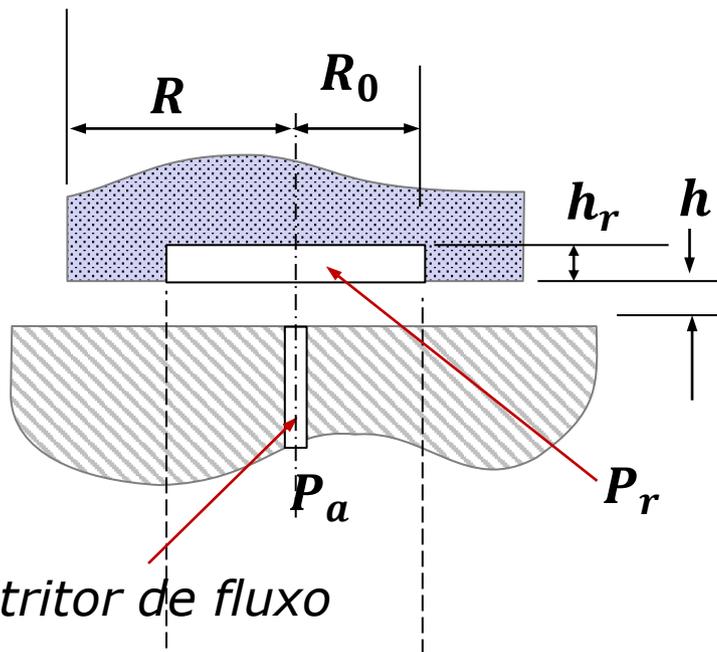
## Mancais hidrostáticos

Vazão total

$$Q_r = \int_0^{2\pi} r d\theta \text{ [m}^3 \text{/s]}$$

para um vazão constante

$$Q_r = \frac{-h^3}{12\mu} 2\pi r \frac{dp}{dr}$$





## Mancais hidrostáticos

Carga suportada pelo mancal

$$W = \int_{R_0}^R p(r) 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr + p_o \cdot \pi \cdot R_o^2$$

$$W = \frac{p_r \cdot \pi}{2} \left[ \frac{R^2 - R_o^2}{\ln\left(\frac{R}{R_o}\right)} \right]$$

Vazão pelo mancal

$$Q_r = \frac{p_r \pi h^3}{6 \mu \ln\left(\frac{R}{R_o}\right)}$$

Na prática



## Mancais hidrostáticos

Carga suportada pelo mancal

$$W = \frac{3 \mu Q_r}{h^3} (R^2 - R_o^2)$$

rigidez

$$k = \frac{dW}{dh} = -\frac{3}{h} W$$



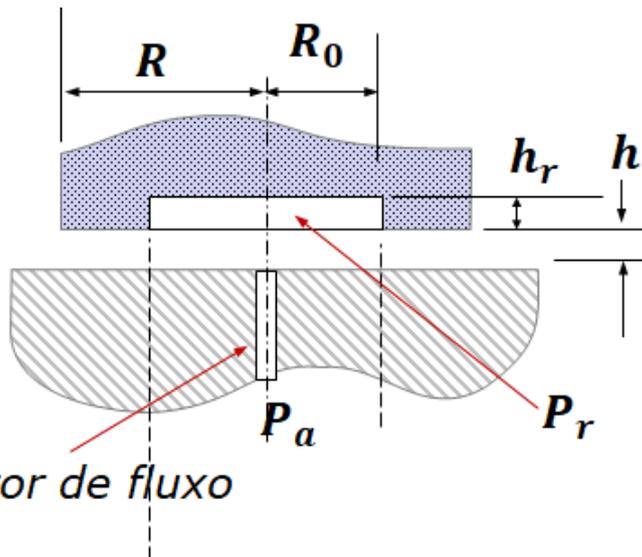
bomba de deslocamento positivo

Para  $Q_r$  constante



## Mancais hidrostáticos

### Restritores de fluxo



### Restritor de fluxo

Orifício

Capilares

Flexíveis

Porosos

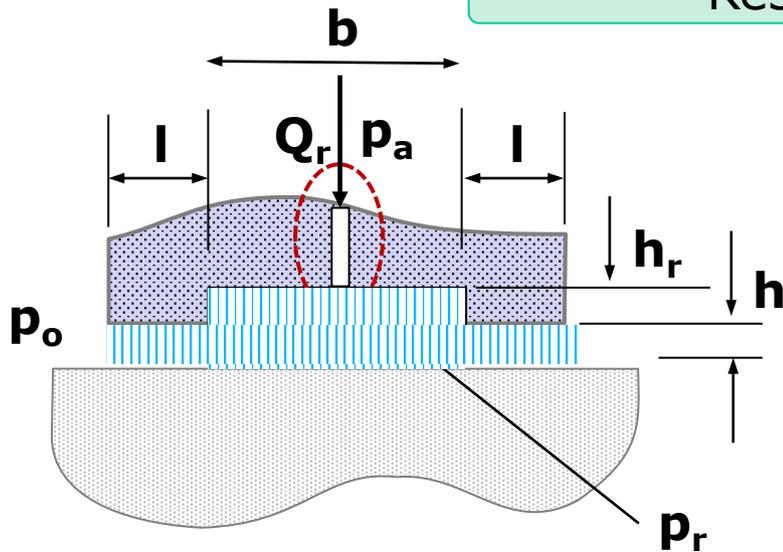
Outros



## Mancais hidrostáticos

### Restritores de fluxo

### Fluxo em um restritor tipo orifício



$$Q_{r_o} = A_c C_{d_o} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_a - p_r)}$$

$$C_{d_{\text{orifício}}} \cong 0,80 \Rightarrow (0,6 \text{ a } 1,0)$$

$$Q_{r_o} = A_c C_{d_o} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_a - p_r)}$$

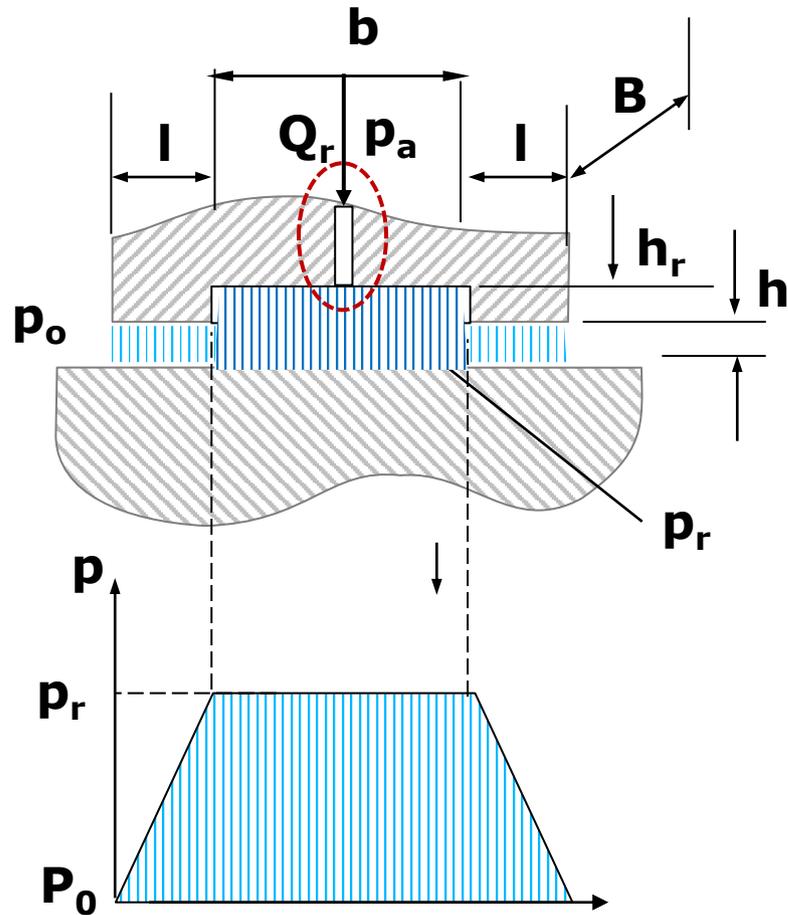
$C_{d_o}$  = Coeficiente de descarga

$A_c$  = Área do orifício

$Q_{r_o}$  = fluxo de fluido no restritor



## Mancais hidrostáticos



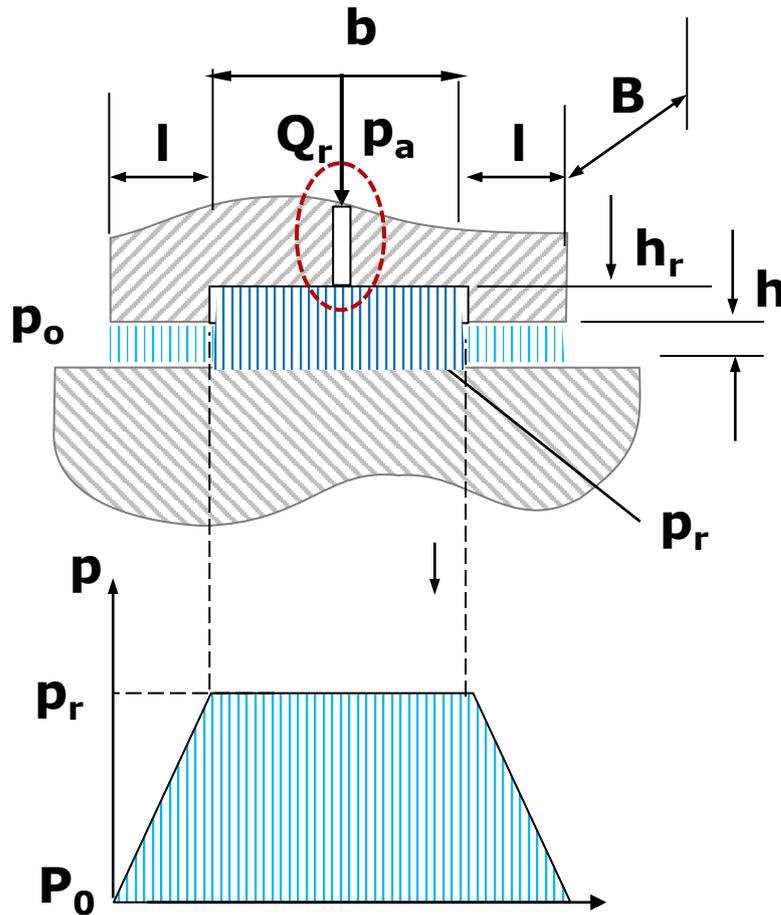
Capacidade de carga

$$W = B \left\{ p_r \frac{l}{2} + p_r b + p_r \frac{l}{2} \right\}$$

$$W = p_r B(l + b)$$



## Mancais hidrostáticos



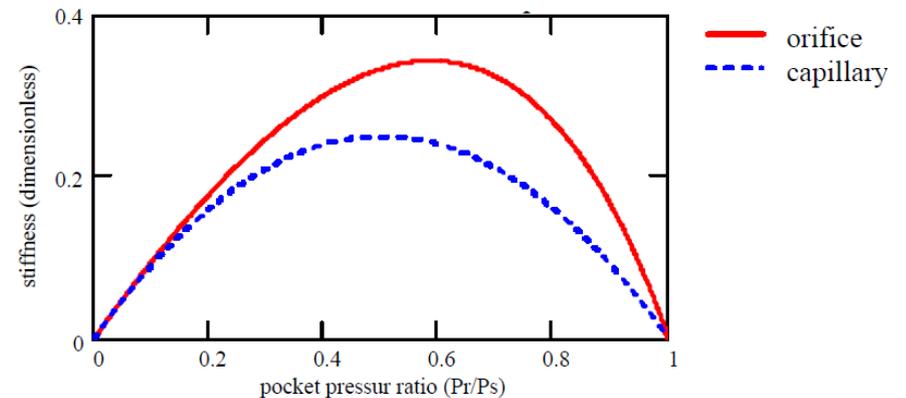
### Rigidez

$$K = \frac{3B(l+b)}{h} \frac{p_r}{(Z+1)}$$

$$Z = \frac{(p_r - p_a)}{a(p_s - p_r)}$$

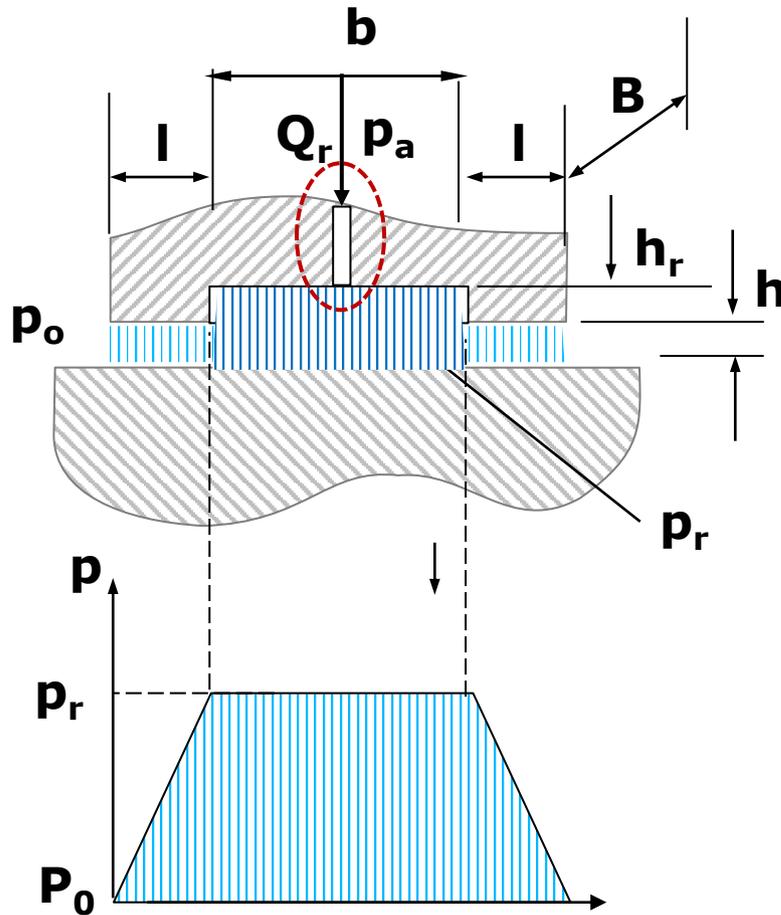
$a = 2$  para restritor tipo orifício  
 $a = 1$  para restritor tipo capilar

### Comparando - Orifício vs Capilar

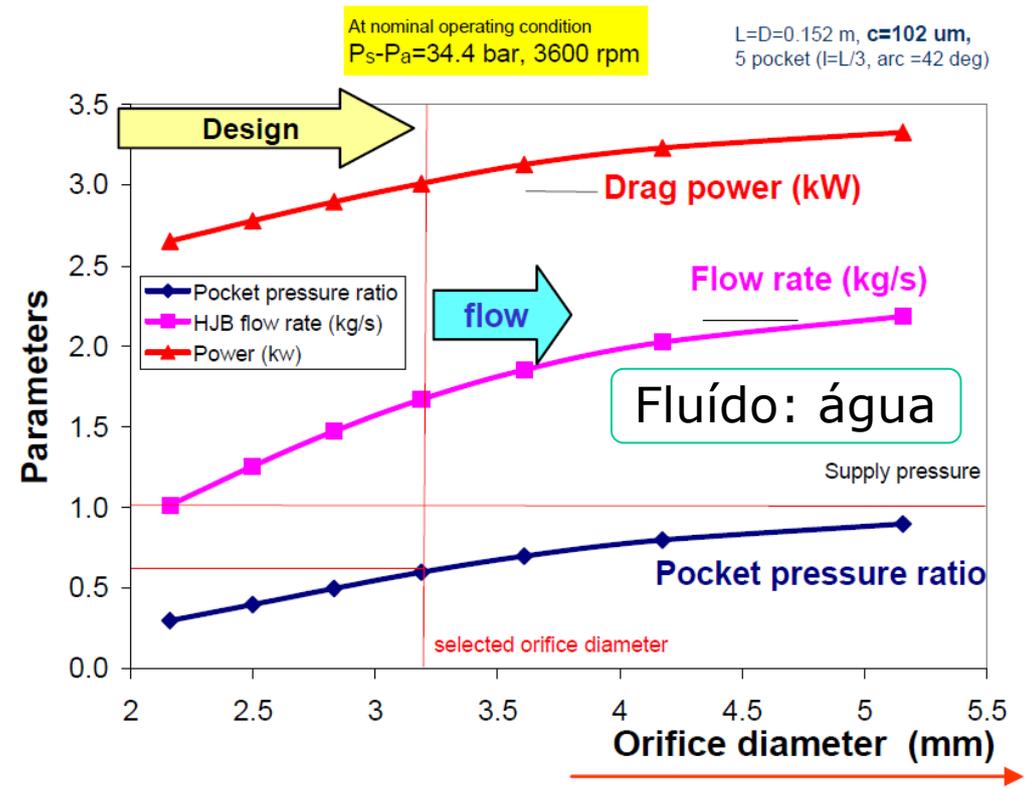




## Mancais hidrostáticos

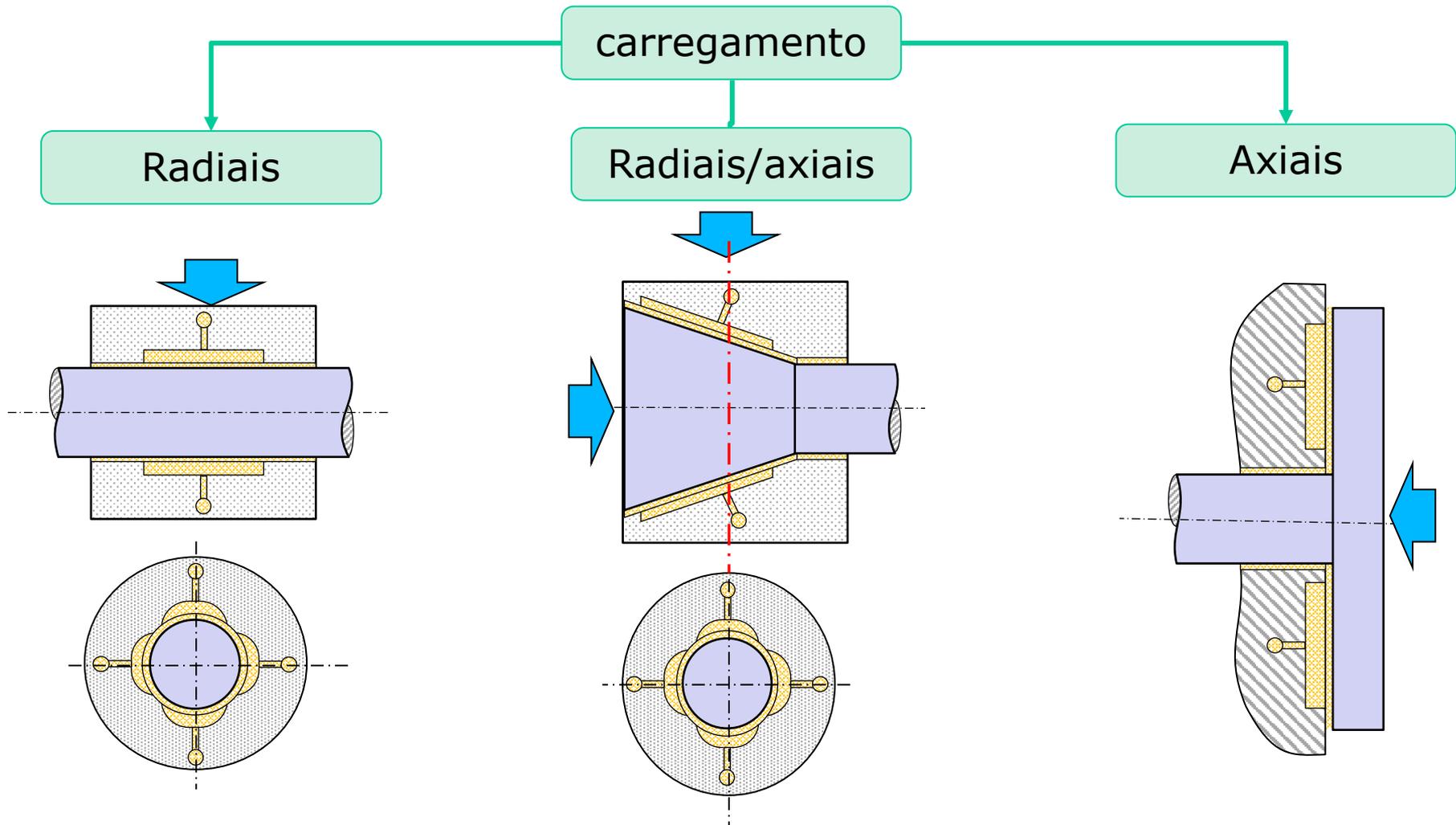


## Efeito do diâmetro do orifício





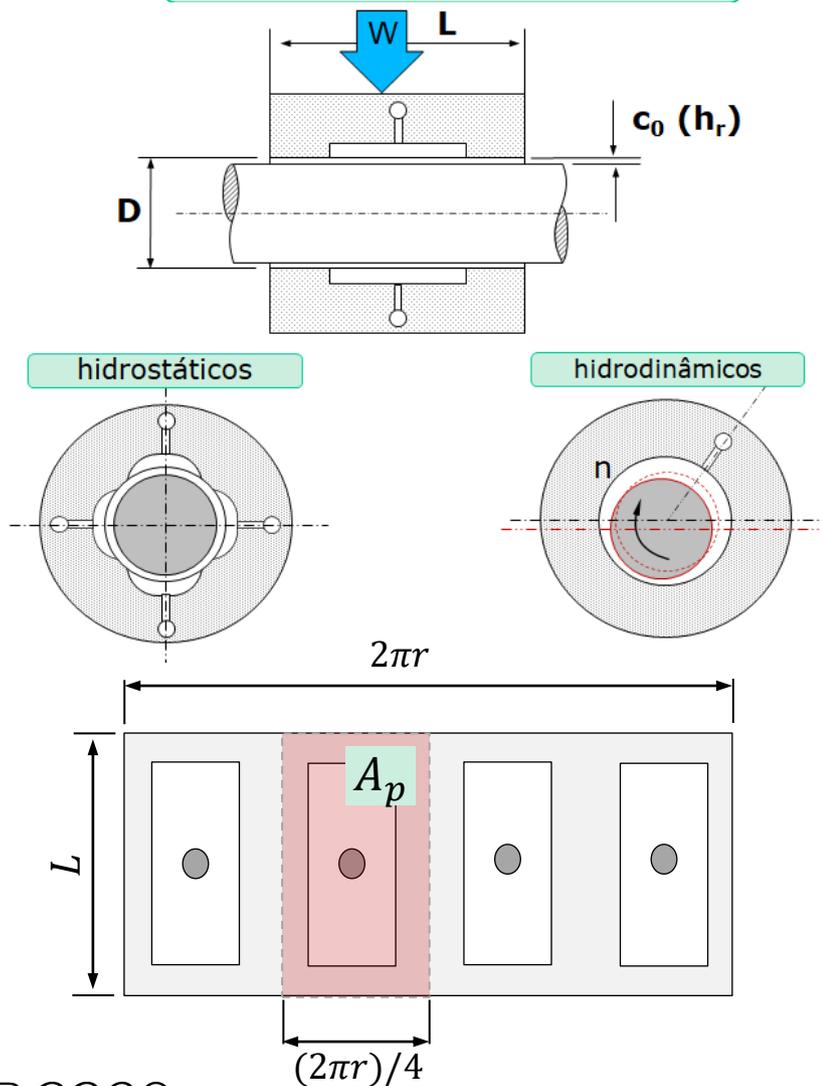
## Mancais hidrostáticos





## Mancais hidrostáticos

### Dimensionamento



$$W = a_f A_p P_r$$

$$Q = q_f \frac{F}{A_p} \frac{c^3}{\mu}$$

$$P_a = P_r Q$$

$$P_a = H_f \left( \frac{F}{A_p} \right)^2 \left( \frac{c^3}{\mu} \right)$$

$W \Rightarrow$  capacidade de carga do mancal

$Q \Rightarrow$  fluxo no mancal

$P_a \Rightarrow$  pressão de alimentação (bomba)

$P_r \Rightarrow$  pressão no rebaixo

$a_f \Rightarrow$  coeficiente de carga

$q_f \Rightarrow$  coeficiente de fluxo

$H_f \Rightarrow$  coeficiente de potência

$A_p \Rightarrow$  área do Pad

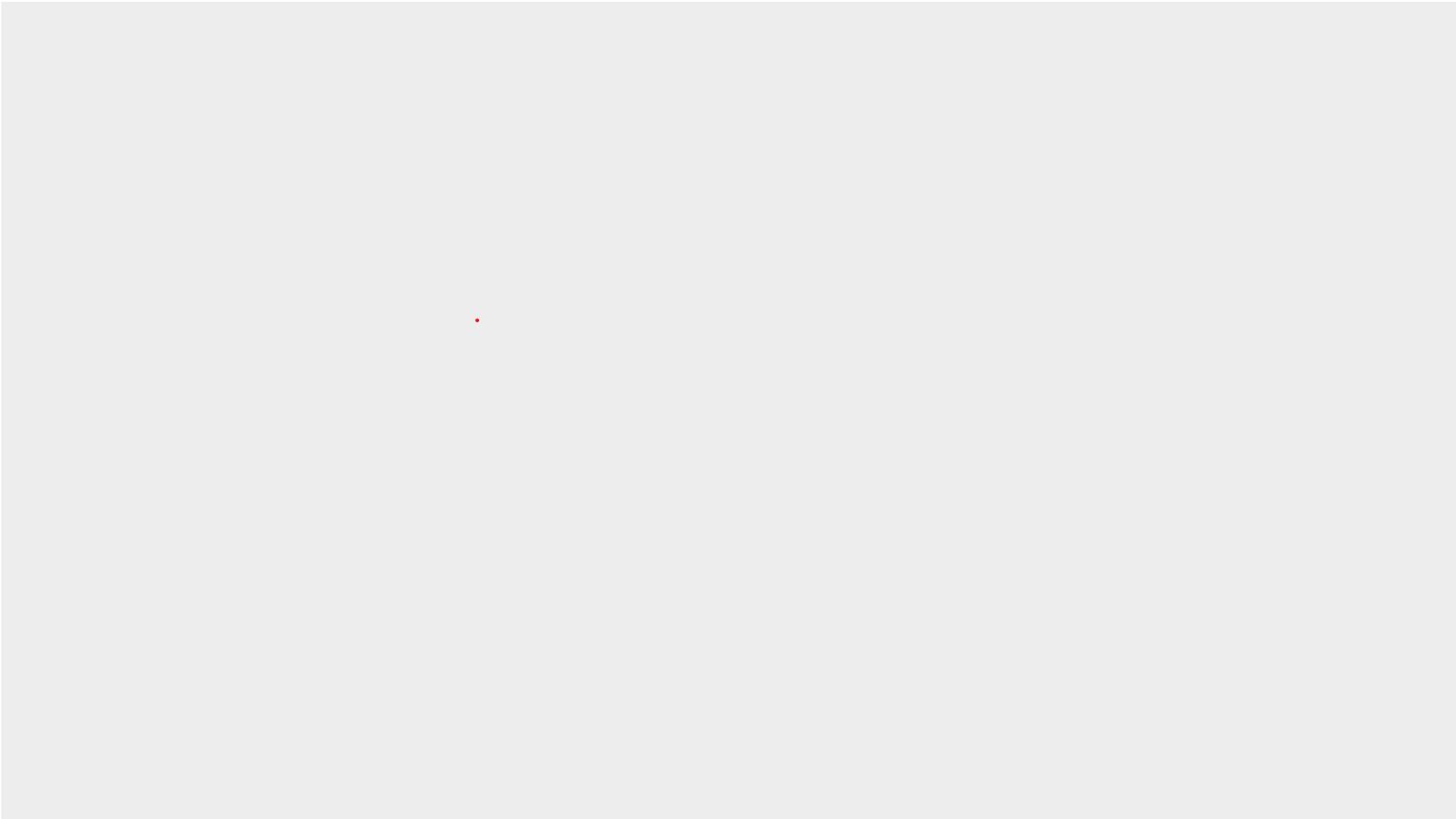
$c \Rightarrow$  folga

$c_0 \Rightarrow$  folga nominal

$\mu \Rightarrow$  viscosidade dinâmica do fluido



***Professional Instruments Hydrostatic spindle orientation demo***



<https://www.youtube.com/watch?v=PN1VExrOxTo&t=31s>



**Diamond Turning on a Professional Instruments Oil Hydrostatic Spindle**



<https://www.youtube.com/watch?v=6EsvHIRhuBE>



**FIM DA AULA**