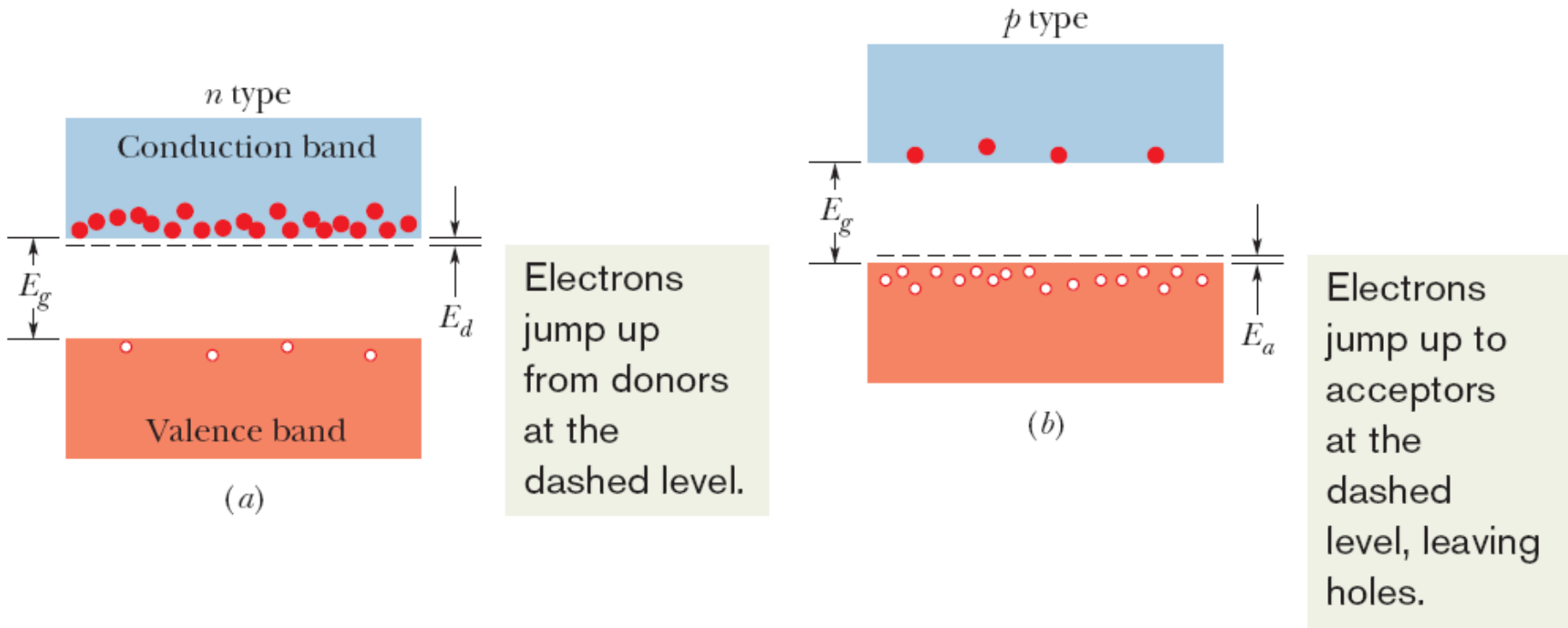


# AULA 9

# Resumo da aula passada



Quando elétrons são portadores majoritários (tipo  $n$ )  $\rightarrow n_0 \gg p_0$ .

Devido à neutralidade de carga:  $n_0 = N_d^+ + p_0$

Quando lacunas são portadores majoritários (tipo  $p$ )  $\rightarrow n_0 \ll p_0$

Devido à neutralidade de carga:  $p_0 = N_a^- + n_0$

# Concentração de Portadores

- Ao calcular as propriedades elétricas semicondutoras e analisando o comportamento do dispositivo, é frequentemente necessário conhecer o número de portadores no material.
- A concentração de portadores majoritários é geralmente óbvia em materiais fortemente dopados, já que um portador majoritário é obtido para cada átomo de impureza.
- A concentração de portadores minoritários, entretanto, não é óbvia, assim como não é óbvia a dependência da temperatura da concentração de portadores

# A função distribuição de Fermi-Dirac

Ao se determinar as propriedades elétricas de um sólido precisamos conhecer como os elétrons **livres (disponíveis para condução de corrente)** se distribuem entre os estados disponíveis de energia. Na temperatura do zero absoluto o preenchimento dos estados disponíveis segue uma regra simples:

*Estados de menor energia são preenchidos primeiro.*

No entanto, a temperaturas finitas, verifica-se que essa regra simples não é mais observada. A probabilidade de que um dado estado de energia  $E$  esteja ocupado por um elétron é dada pela função distribuição de Fermi-Dirac  $f(E)$ :

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp[(E - E_F)/k_B T]}$$

$k_B$  é a constante de Boltzmann =  $1,38 \times 10^{-23}$  J/K =  $8,62 \times 10^{-5}$  eV/K

# A função distribuição de Fermi-Dirac

- Elétrons em sólidos obedecem à estatística de *Fermi-Dirac*.
- No desenvolvimento deste tipo de estatística, assumimos:
  - ✓ A indistinguibilidade dos elétrons,
  - ✓ Sua natureza ondulatória e
  - ✓ O princípio da exclusão de Pauli
- A distribuição de elétrons sobre uma larga faixa de argumentos estatísticos é baseada no fato de que suas distribuições sobre uma faixa de níveis de energia permitidos, em equilíbrio térmico, são dados por

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/k_B T}}$$

$k_B$  : Constante de Boltzmann

$\approx 1,381 \times 10^{-23} \text{ m}^2\text{kg/s}^2\text{K}$

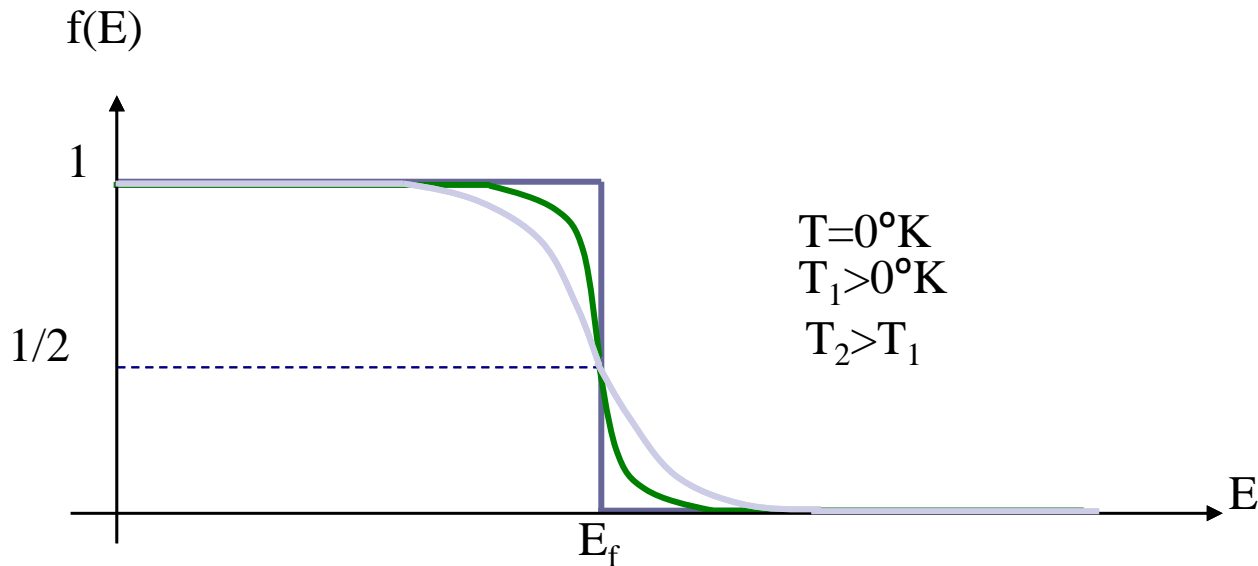
$\approx 8,617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$

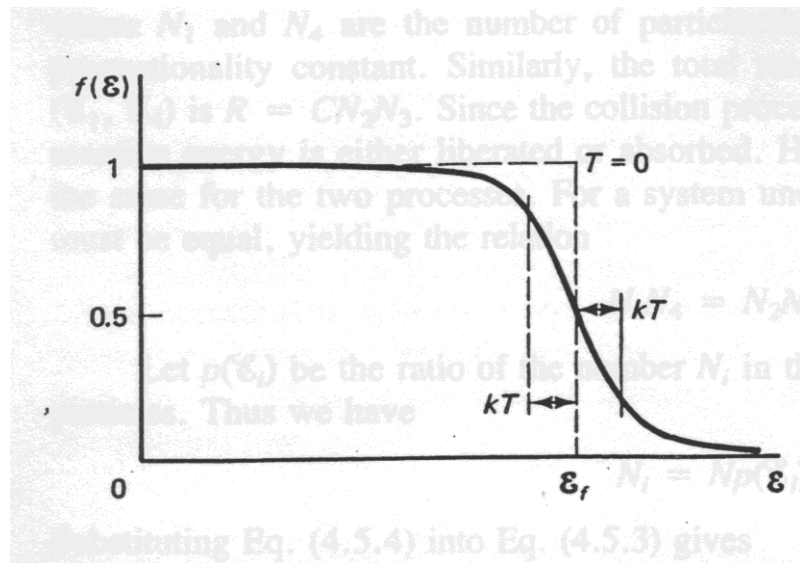
$f(E)$  : Função de distribuição de Fermi-Dirac

$E_F$  : Nível de Fermi

# Definição do Nível de Fermi

$$f(E_f) = \frac{1}{1 + e^{(E_f - E_f)/kT}} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$





$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp[(E - E_F)/k_B T]}$$

Na equação para  $f(E)$  o parâmetro  $E_F$  é chamado de **potencial químico**, e comumente chamada pelo engenheiros elétricos de **nível de Fermi**.

No zero absoluto o valor de  $[(E - E_F) / k_B T]$  muda abruptamente de  $-\infty$  até  $+\infty$  à medida que a energia  $E$  aumenta a partir de um valor infinitamente menor do que  $E_F$  até um valor infinitamente maior do que  $E_F$ . Esta mudança abrupta faz com que  $f(E)$  seja descontínua, isto é,  $f(E) = 1$  para  $E < E_F$  e  $f(E) = 0$  para  $E > E_F$ .

Observe que o valor 1 para  $f(E)$  significa ocupação total de um estado. Assim:

O gráfico para  $f(E)$  é uma manifestação física de que em  $T = 0 K$  os estados com energias menores que  $E_F$  são completamente ocupados por elétrons, enquanto que para os estados com  $E > E_F$  são completamente vazios.

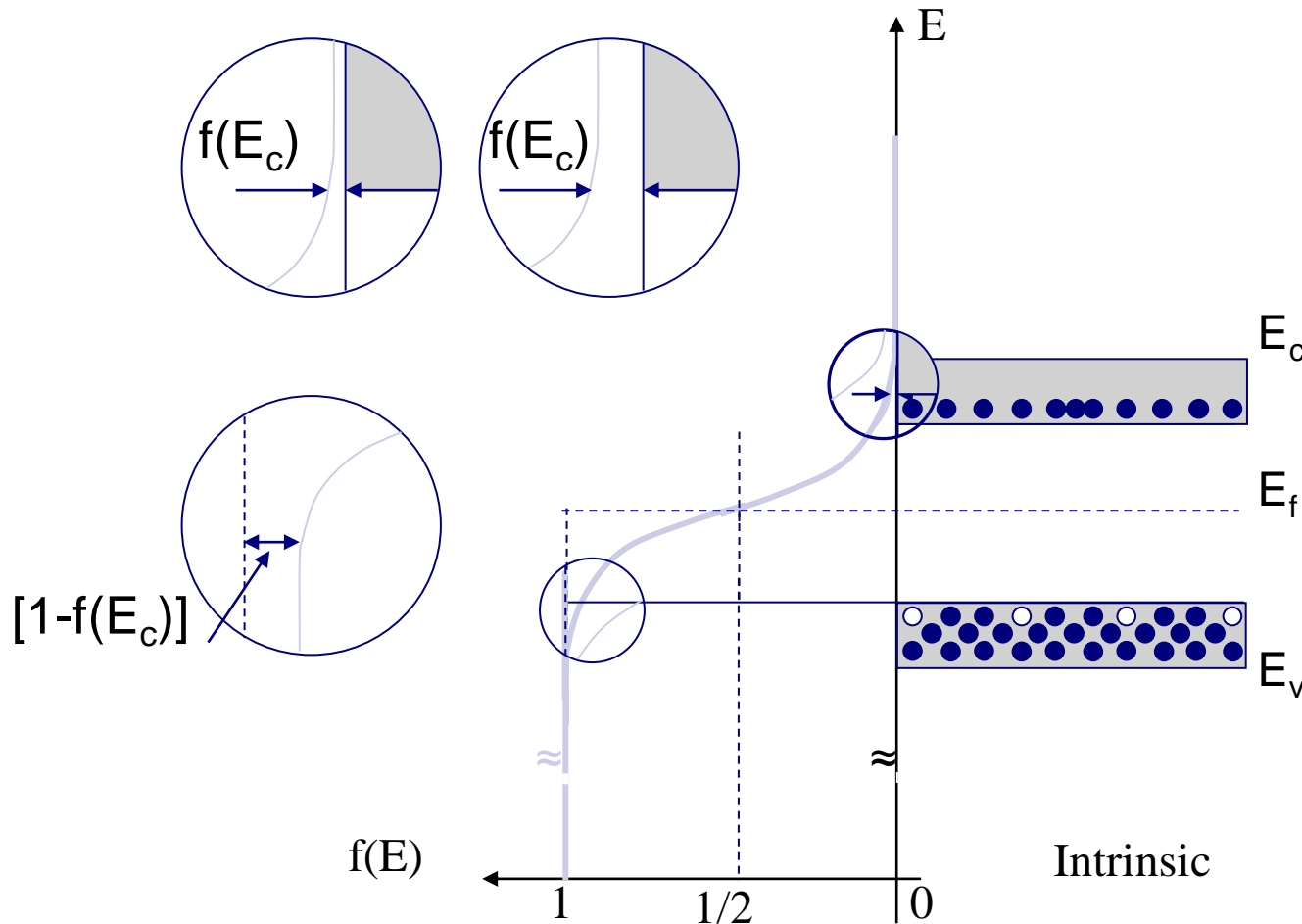
Para temperaturas finitas a função  $f(E)$  varia continuamente de 1 para 0, significando que a ocupação dos estados de energia varia suavemente de uma ocupação completa para uma ocupação parcial e então para uma não-ocupação à medida que a energia cresce.

$$\text{Para } E = E_F, \quad f(E) = \frac{1}{2}$$

Assim dizemos que, estados com  $E = E_F$  são meio preenchidos.



# O Nível de Fermi: Interpretação



# Concentração de Elétrons e Lacunas no Equilíbrio

- A concentração de elétrons na banda de condução é dada por

$$n_0 = \int_{E_C}^{\infty} f(E) N(E) dE$$

onde  $N(E)dE$  é a densidade de estados ( $\text{cm}^{-3}$ ) na faixa de energia  $dE$ .

$$D_v(E) \equiv N(E) = \frac{1}{V} D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$

- Pode-se mostrar que o resultado da integração é o mesmo que aquele obtido caso representássemos todos os estados de elétrons distribuídos na borda  $E_c$  da banda de condução, i.e.,**

$$n_0 = N_C f(E_C)$$

## Atentem-se para a nomenclatura:

$f(E)$ : Função distribuição de Fermi-Dirac. Fornece a probabilidade de um estado de energia disponível em  $E$  estar **ocupado por um elétron** à temperatura absoluta  $T$ . OBS:  $[1-f(E)]$ : por analogia, ocupação por uma lacuna, ou não ocupado por um elétron.

$E_f$ : Nível de Fermi para material intrínseco.

$E_F$ : Energia (nível) de Fermi. Associado ao nível mais alto de energia ocupado à 0 K. OBS:  $f(E_F) = 0,5$ .

$n_i$  ( $p_i$ ): concentração de elétrons (lacunas) em material intrínseco. Como elétrons e lacunas são criados aos pares em semicondutores intrínsecos,  $n_i = p_i$ , ou  $n_i p_i = n_i^2$ .

$n_0$  ( $p_0$ ): concentração (densidade) de elétrons (lacunas) no equilíbrio térmico à temperatura absoluta  $T$ , tanto para material intrínseco quanto extrínseco. OBS: o produto  $n_0 p_0$  no equilíbrio é constante para um certo material semiconductor à dada temperatura  $T$ .

$N_c$ : Densidade efetiva de estados na banda de condução. Depende de  $k$  (constante de Boltzmann,  $1,38 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \text{kg/s}^2 \text{K}$ ),  $T$  (em K),  $h$  (constante de Planck,  $6,63 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{kg/s}$ ) e  $m_e^*$  (massa efetiva – elétrons)

$N_v$ : Densidade efetiva de estados na banda de valência. Depende de  $k$ ,  $T$ ,  $h$  e  $m_h^*$  (massa efetiva – lacunas)

Para compreender melhor o papel da densidade de estados e da estatística de Fermi Dirac na contagem do número de elétrons em um sistema, pode-se fazer uma analogia com a contagem do número de moradores em um prédio:

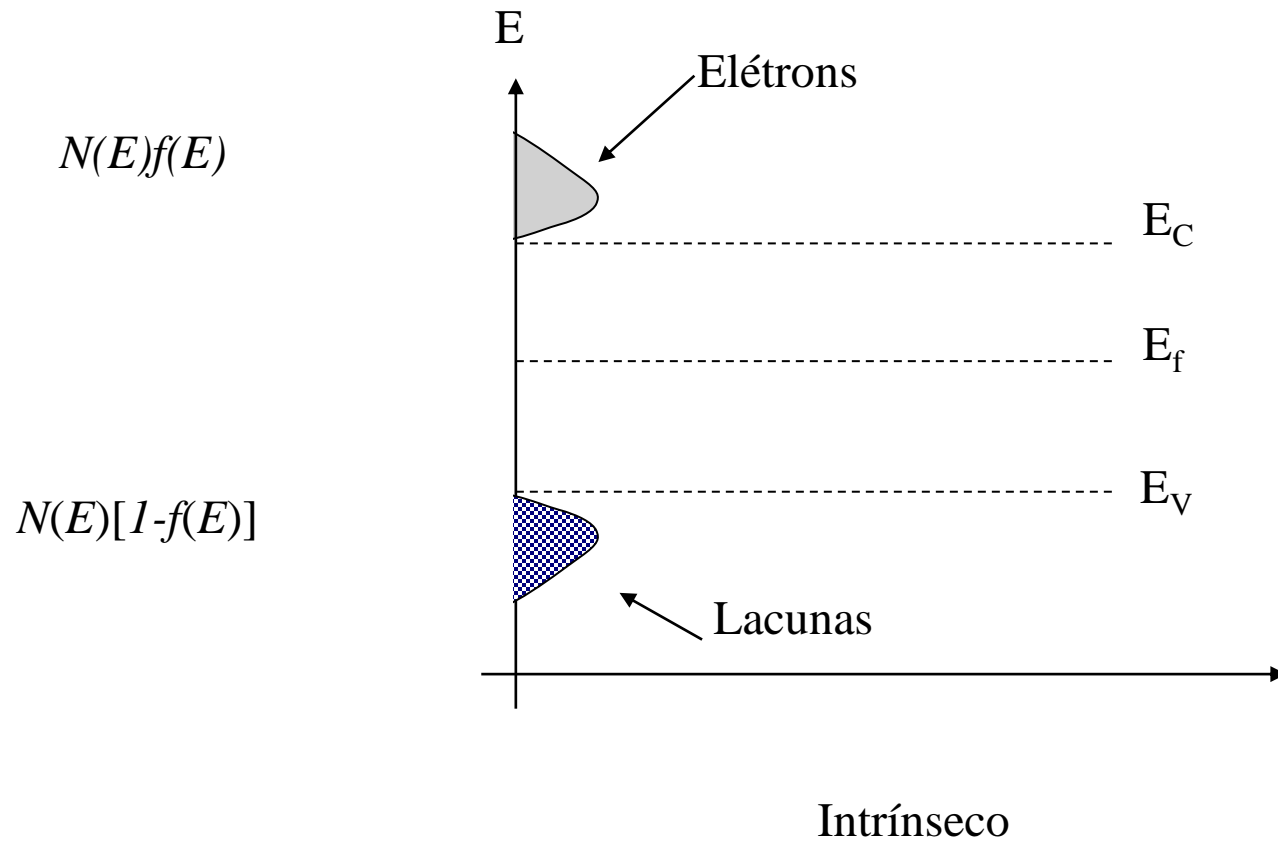
1) A densidade de estados seria a distribuição do número de apartamentos por andar.

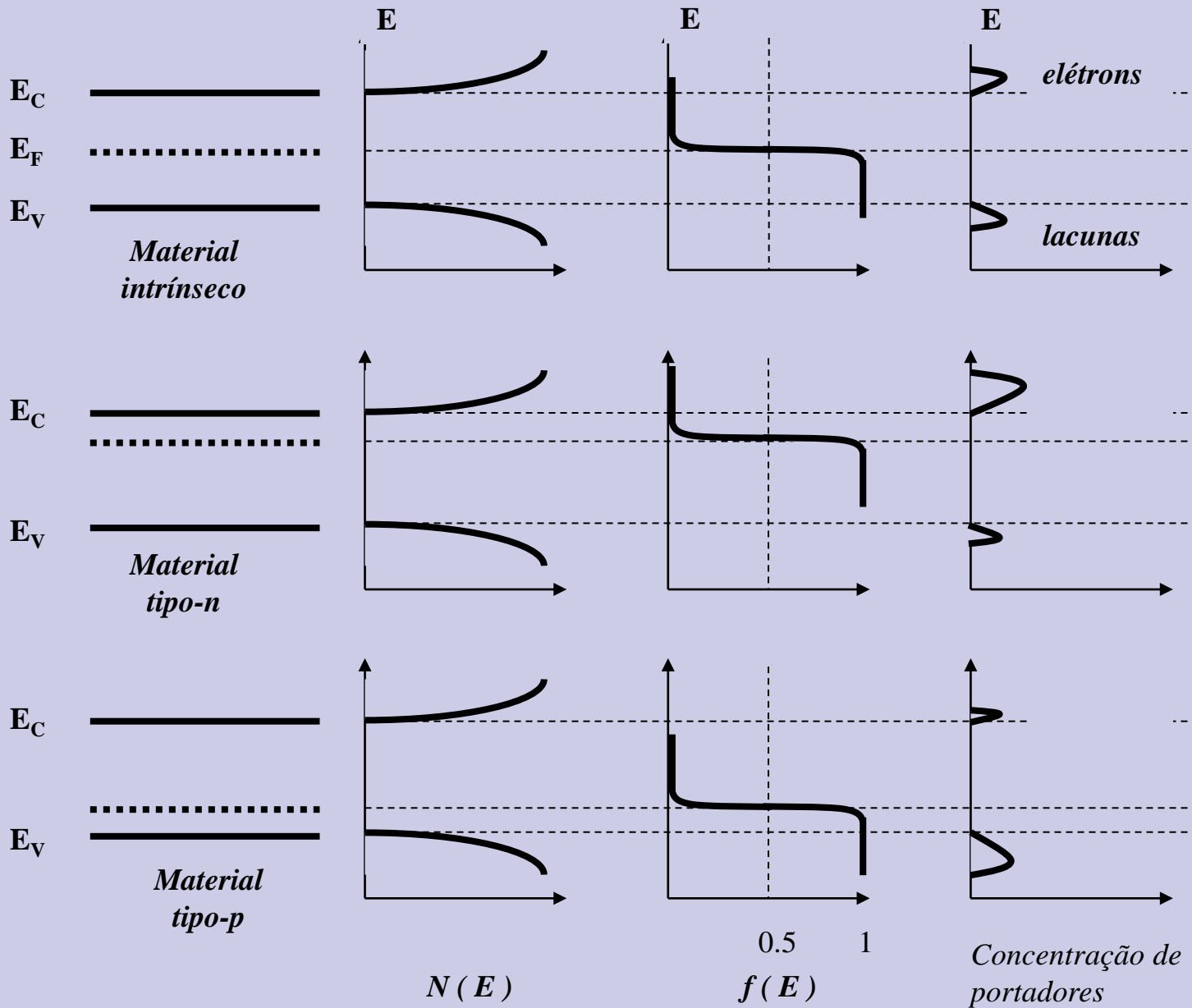
2) A estatística de Fermi-Dirac descreve a probabilidade destes apartamentos estarem ocupados.

3) A integração em energia é necessária para contar todos os andares disponíveis.



# Concentração de Elétrons e Lacunas no Equilíbrio





# Concentração de Elétron Livres em Equilíbrio

$$f(E_C) = \frac{1}{1 + e^{(E_C - E_F)/kT}} \cong e^{-(E_C - E_F)/kT}$$

$$n_0 = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$$

$$N_C = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

# Concentração de Lacunas Livres em Equilíbrio

$$p_0 = N_V [1 - f(E_V)]$$

$$1 - f(E_V) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(E_V - E_F)/kT}} \cong e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

$$p_0 = N_V e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

$$N_V = 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$



# PORTANTO, para materiais intrínsecos (não dopados):

$$n_i = N_c e^{-(E_c - E_i)/kT} \quad p_i = N_v e^{-(E_i - E_v)/kT}$$

$$n_0 p_0 = N_c N_v e^{-(E_c - E_v)/kT} = N_c N_v e^{-E_g/kT}$$

$$n_i p_i = N_c N_v e^{-E_g/kT} \quad \longrightarrow \quad n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2kT}$$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

$$n_0 = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$

$$p_0 = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_0 \approx \frac{n_i^2}{N_d} \\ n_0 \approx N_d \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Semicondutor} \\ \text{extrínseco tipo-}n \\ (n_0 \gg p_0) \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} n_0 \approx \frac{n_i^2}{N_a} \\ p_0 \approx N_a \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Semicondutor} \\ \text{extrínseco tipo-}p \\ (p_0 \gg n_0) \end{array}$$

As concentrações de portadores acima são aproximações para o caso em que a dopagem líquida (tipo  $n$  ou  $p$ ) do semicondutor está muito bem definida ( $\gg n_i$ ). Para dopagem **genérica** do semicondutor, as seguintes relações a seguir passam a valer **(DEDUZAM!!)**:

$$n_0 = \frac{N_d - N_a}{2} + \left[ \left( \frac{N_d - N_a}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$


$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{N_a - N_d}{2} + \left[ \left( \frac{N_a - N_d}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

# Concentração de Elétrons e Lacunas no Equilíbrio

**Exemplo 3-4:** Uma amostra de Si é dopada com  $10^{17}$  átomos/cm<sup>3</sup> de As. Qual a concentração  $p_0$  de lacunas, no equilíbrio, a 300°K? Onde se encontra  $E_F$  relativamente a  $E_i$ ? Considere que, para o silício intrínseco,  $n_i = 1,5 \times 10^{10}$  cm<sup>-3</sup>.

**Solução:** Como  $N_d \gg n_i$ , podemos aproximar  $n_0 = N_d$  e

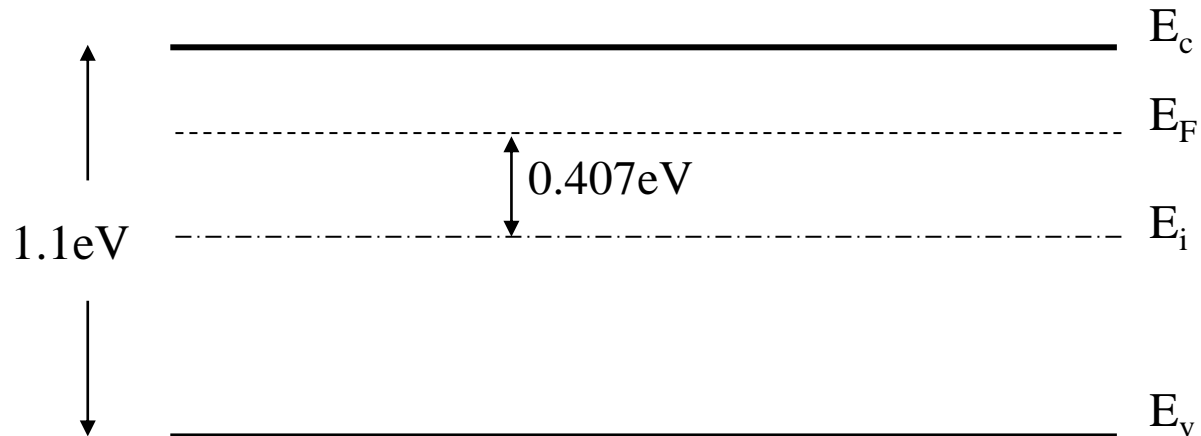
$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{2.25 \times 10^{20}}{10^{17}} = 2.25 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

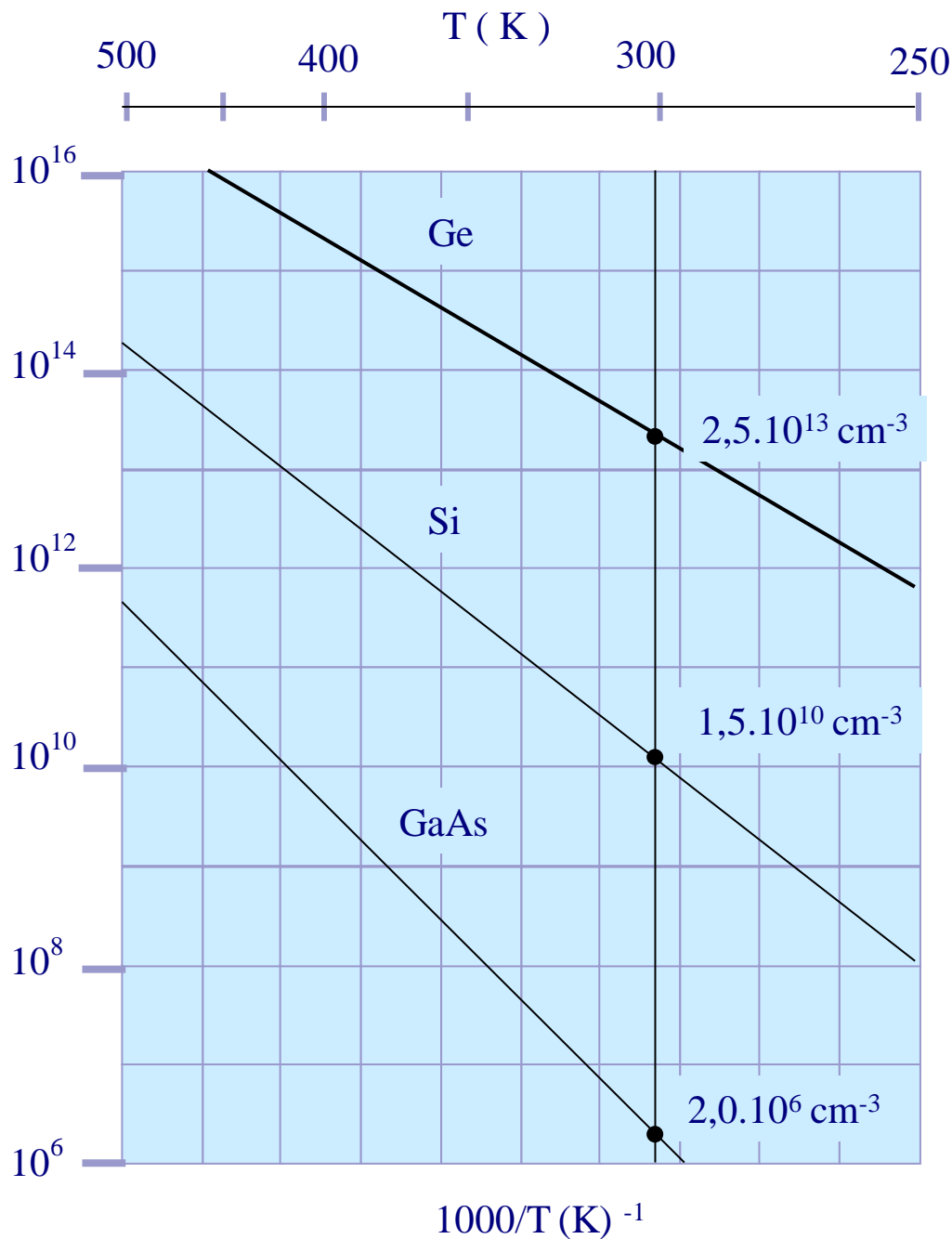
$$n_0 = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$


$$E_F - E_i = kT \ln \frac{n_0}{n_i} = 0.0259 \ln \frac{10^{17}}{1.5 \times 10^{10}} = 0.407 \text{ eV}$$

# Concentração de Elétrons e Lacunas no Equilíbrio

☐ Resposta(Continuação) :





*Concentração de portadores intrínsecos para Ge, Si e GaAs como uma função do inverso da temperatura.*

*Valores à temperatura ambiente são marcados para referência.*

