

Lista 13 - MAT-2454

(1) Estude as seguintes funções quanto a pontos de máximo e de mínimo locais e pontos de sela:

(a) $f(x, y) = x^2 + y^3 + xy - 3x - 4y + 5$

(b) $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 27y$

(c) $f(x, y) = x^5 + y^5 - 5x - 5y$

(d) $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 + 2xy + 4y^2 - 6x - 12y}$

(e) $f(x, y) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y} + xy, x > 0, y > 0$

(2) Considere as retas reversas r e s dadas respectivamente por

$$\begin{cases} r : (x, y, z) = (0, 0, 2) + \lambda(1, 2, 0) & \lambda \in \mathbb{R} \\ s : (x, y, z) = (0, 0, 4) + \mu(1, 1, 1) & \mu \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Determine pontos $R \in r$ e $S \in s$ tais que a distância entre os pontos R e S seja a menor possível.

(3) Determine os pontos críticos das seguintes funções e classifique-os:

(a) $z = xy$

(b) $z = x^2y^2$

(c) $z = x^3y^3$

(d) $z = (2x - x^2)(2y - y^2)$

(4) Determine os valores de $k \in \mathbb{R}$ tais que a função $f(x, y) = x^2 + 2ky^4 - 2x - ky^2$

(a) tenha exatamente um ponto de sela e dois pontos de mínimo local.

(b) tenha exatamente um ponto de mínimo local e dois pontos de sela.

(5) Mostre que a função $f(x, y) = x^2 + 5y^2(1 + x)^3$ possui um ponto crítico que é ponto de mínimo local, mas não tem ponto de mínimo global.