

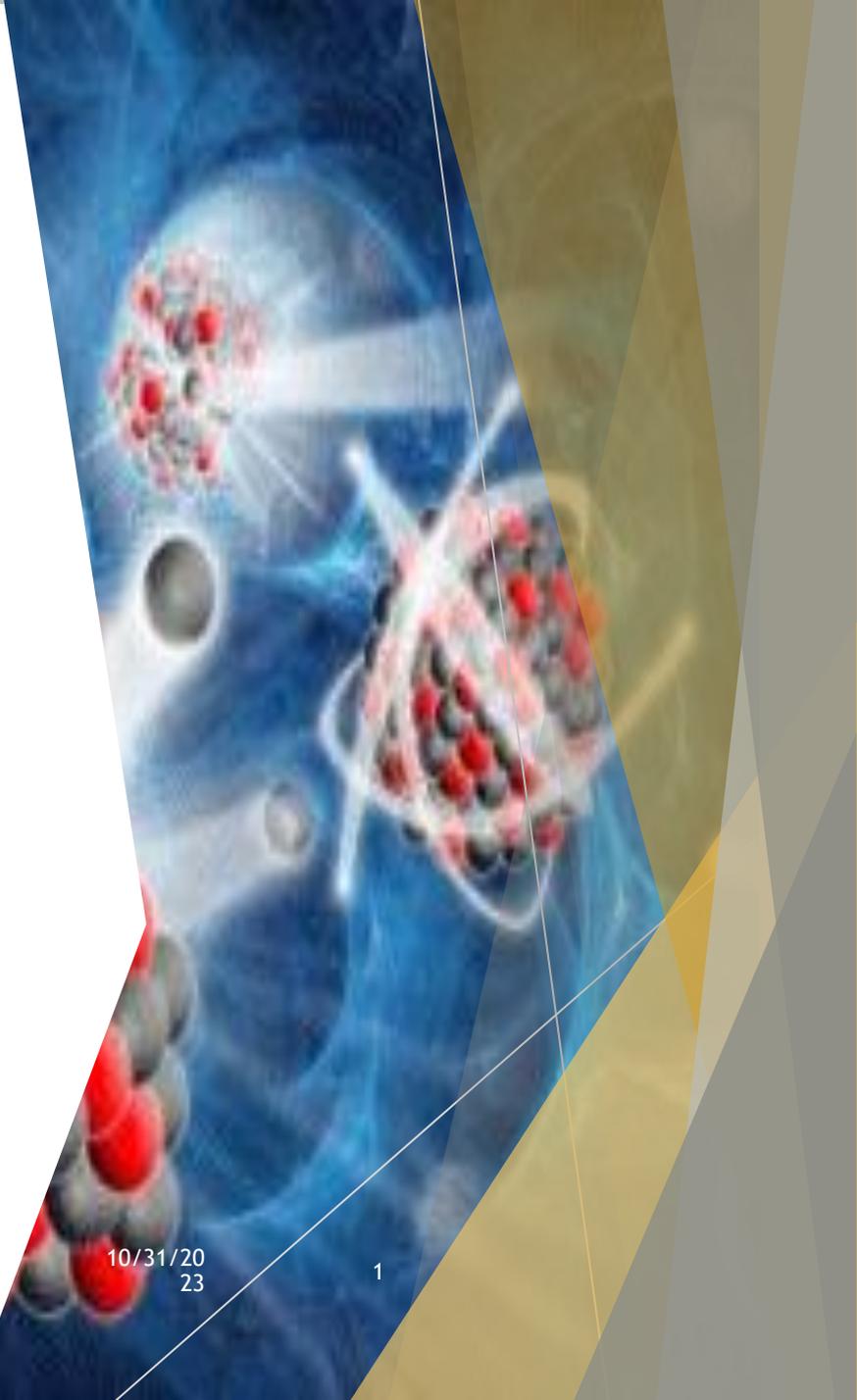
# Introdução Física Nuclear

- ▶ Prof. Valdir Guimarães
- ▶ Instituto de Física

## Aula 13 - Decaimento gama

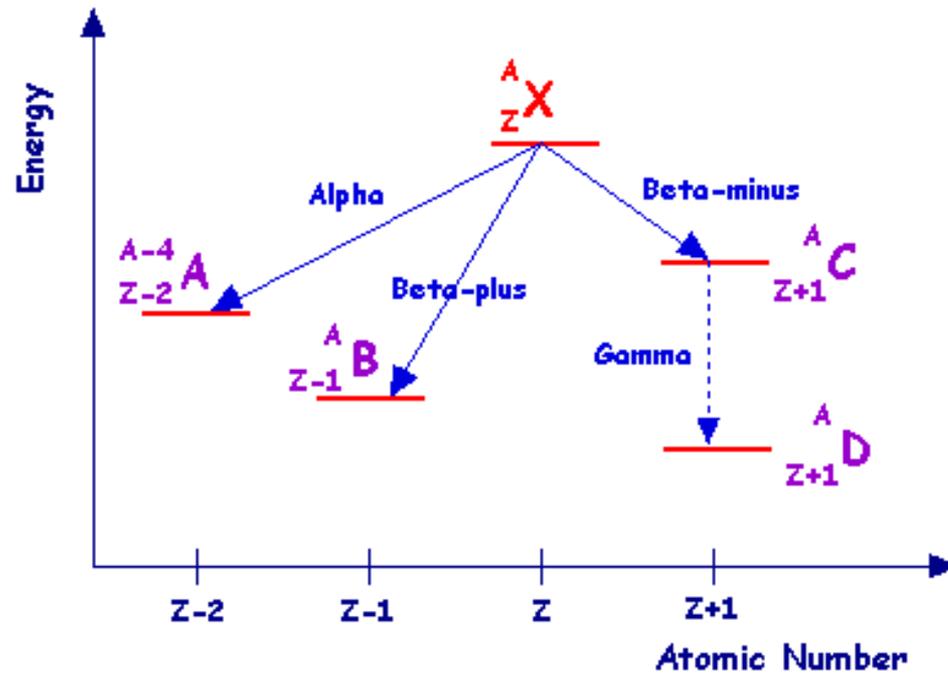
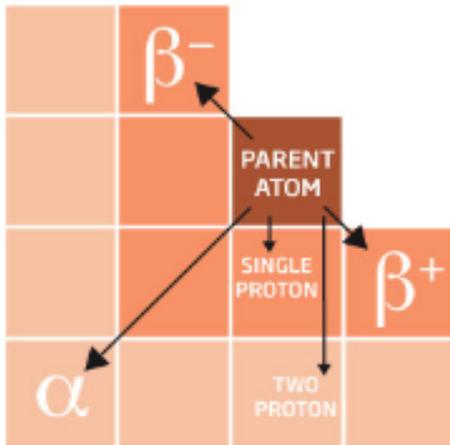
10/31/20  
23

1

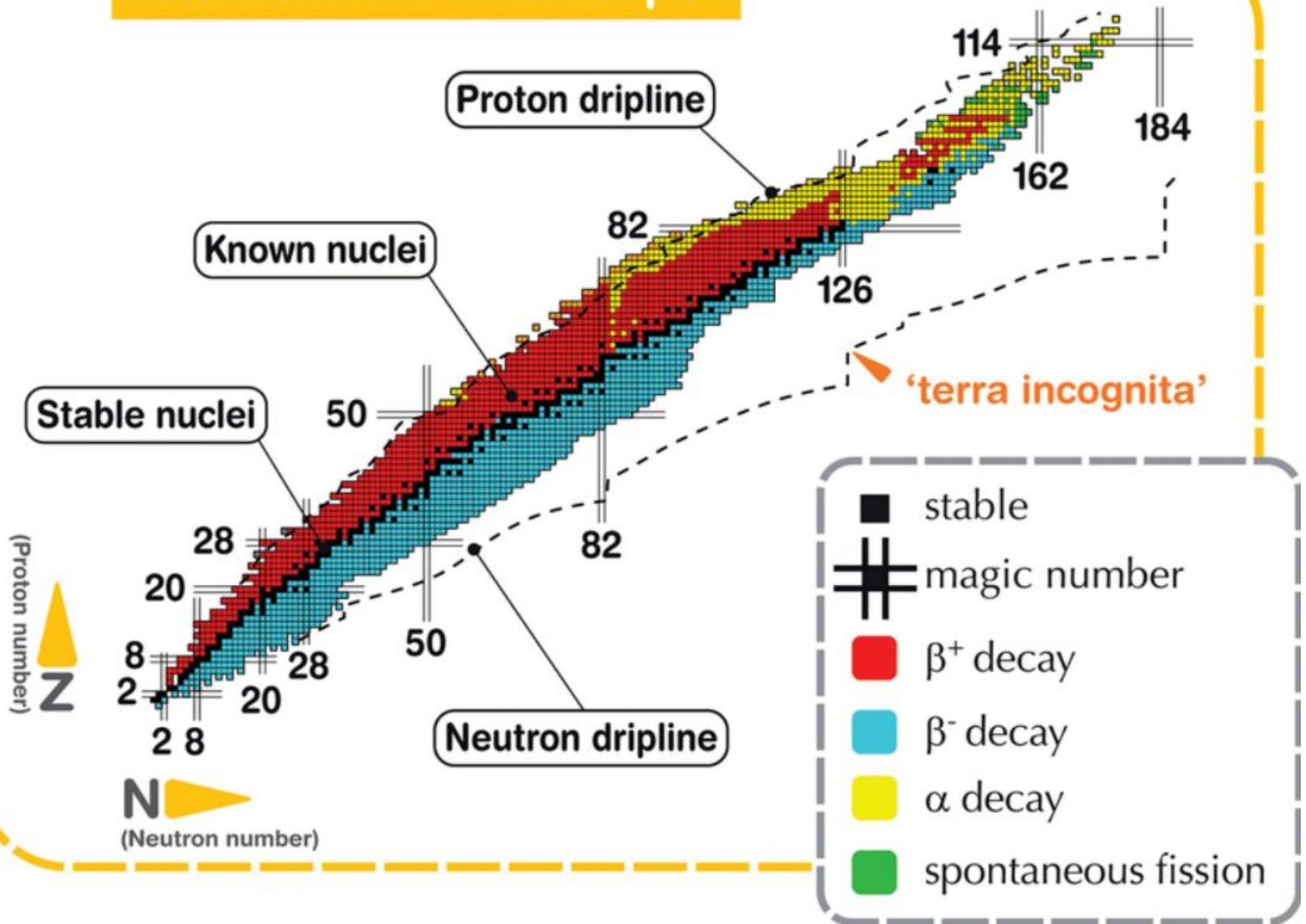


# Decaimentos espontâneos

- $\beta$  decay
- n decay
- p decay
- $\alpha$  decay
- $\gamma$  decay
- fissão



# The Nuclear Landscape



## Regra de ouro de fermi.

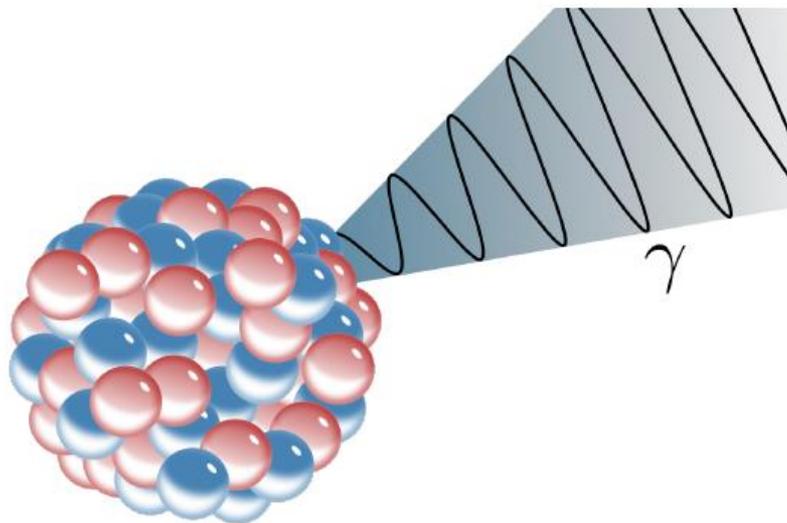
$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{km}|^2 \rho(E_k)$$

Elemento de matriz que conecta o estado final e inicial do decaimento

Densidade de estados disponíveis para o decaimento

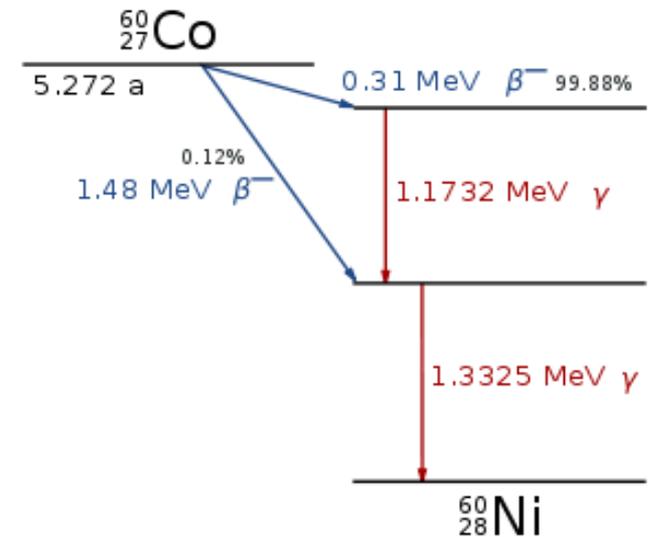
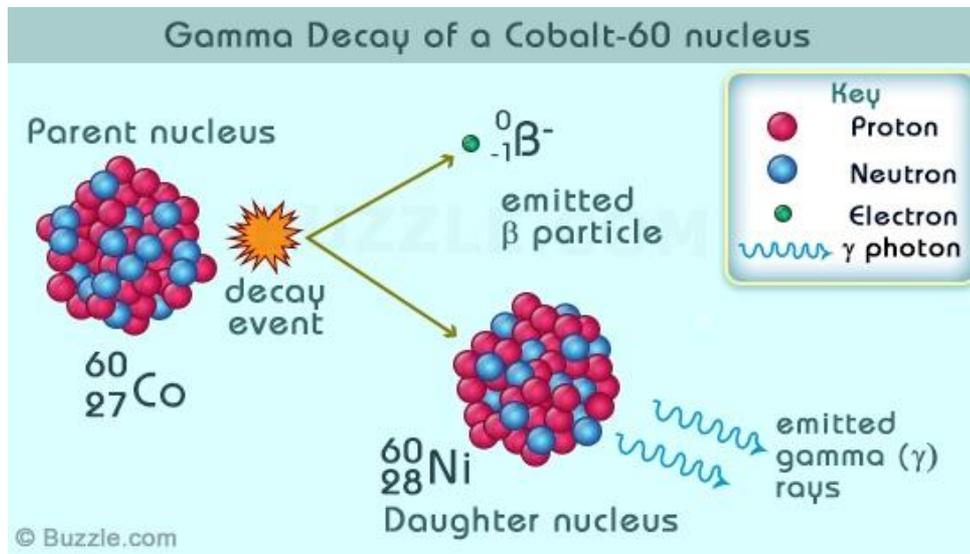
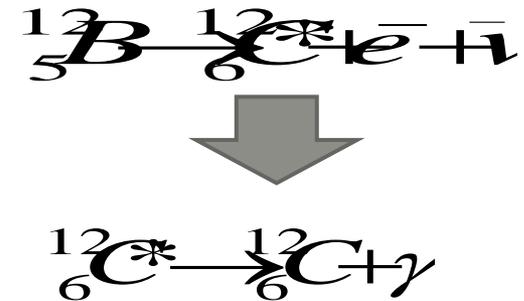
Na mecânica quântica o termo  $V_{km} = \langle k|V|m \rangle$  é dado por uma matriz de transição entre o estado final  $k$  e inicial  $m$

## Decaimento $\gamma$



# Decaimento gama

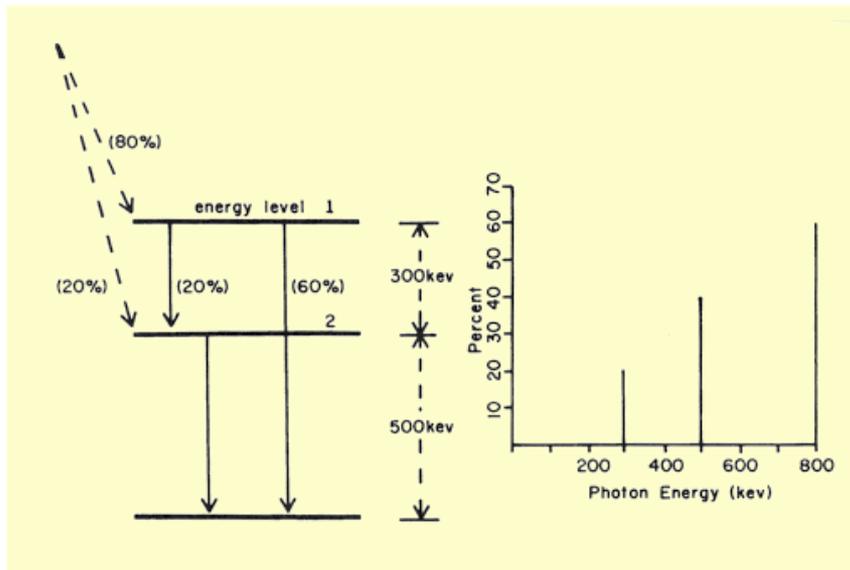
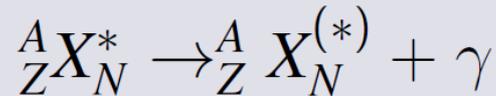
- ❑ Depois de decair por partículas um núcleo pode ainda ficar num estado excitado de baixa energia
- ❑ Ele então pode desexcitar emitindo raios  $\gamma$
- ❑ Decaimento  $\gamma$  não muda A ou Z, apenas energia de excitação



# Decaimentos- $\gamma$

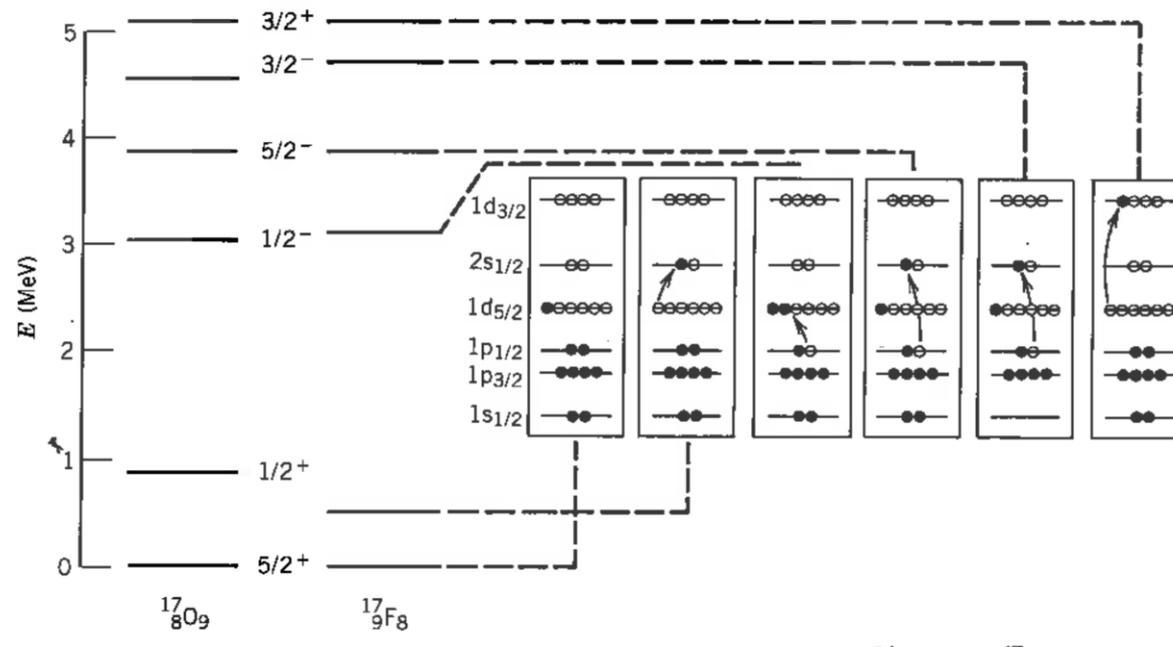
- ❑ Decaimento- $\gamma$  é um processo de emissão de ondas eletromagnéticas onde o núcleo diminui sua energia de excitação mas sem emissão de partículas (nêutrons, prótons ou alfas)
- ❑ Envolve apenas emissão de fótons.

## $\gamma$ Decay



# Deexcitação de single-particle

- A emissão de fótons no decaimento- $\gamma$  está relacionado com um rearranjo de núcleons dentro do núcleo ou ....



# De-excitação estados coletivos

- ... simples de-excitação de estados coletivos de energias mais altas para energias mais baixas.

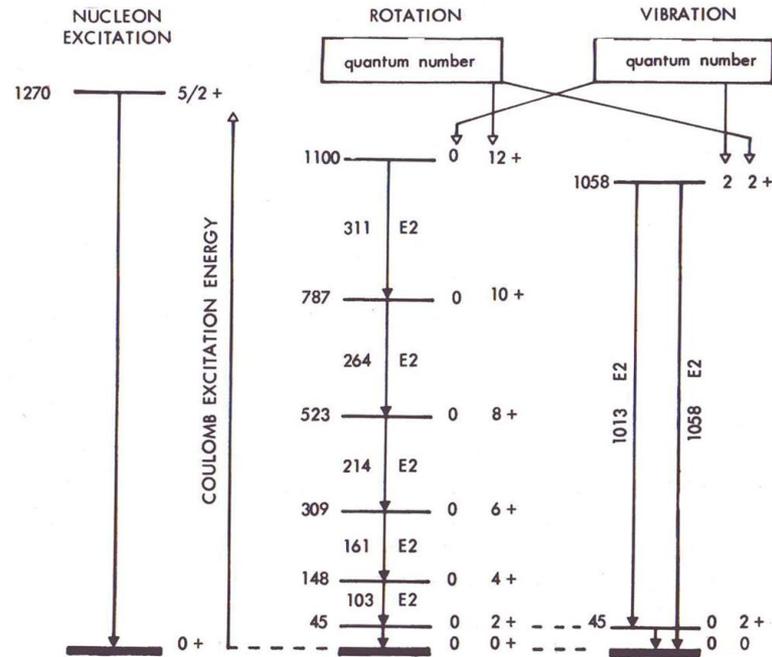
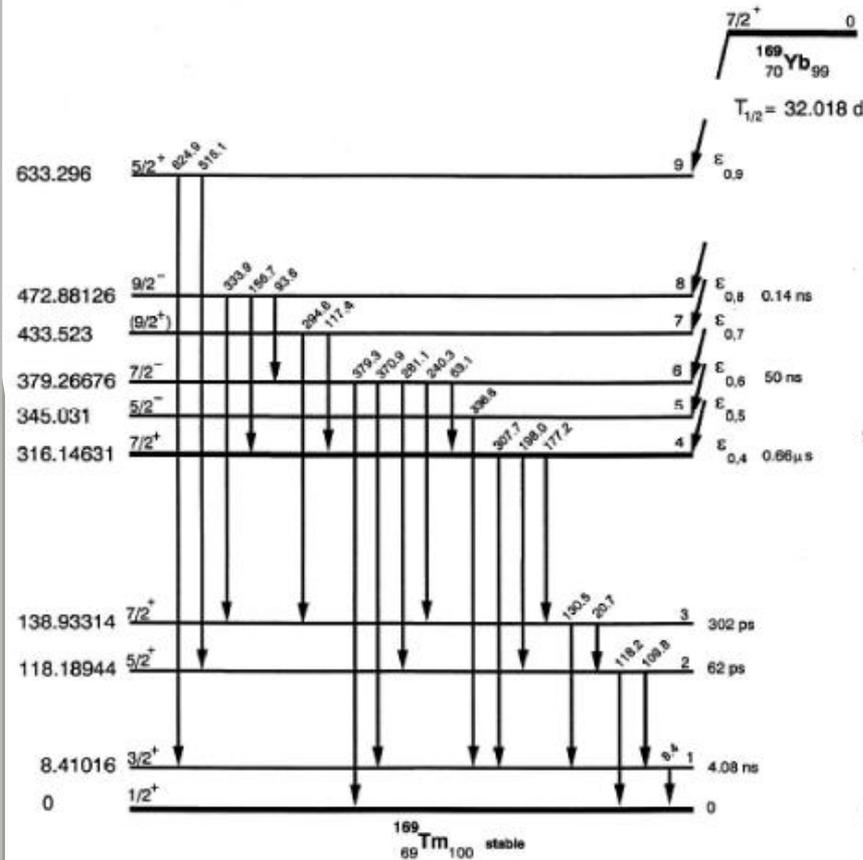
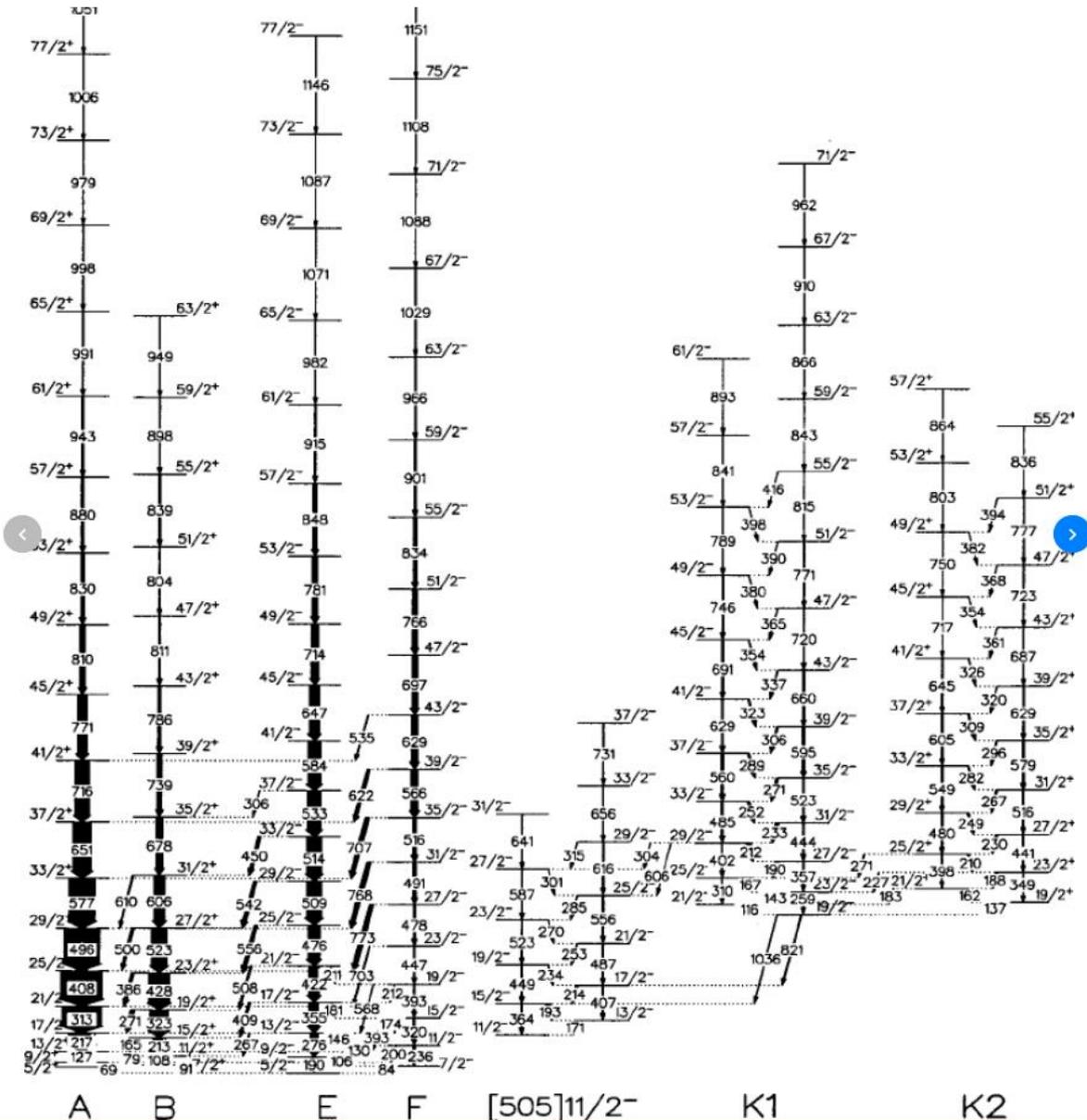


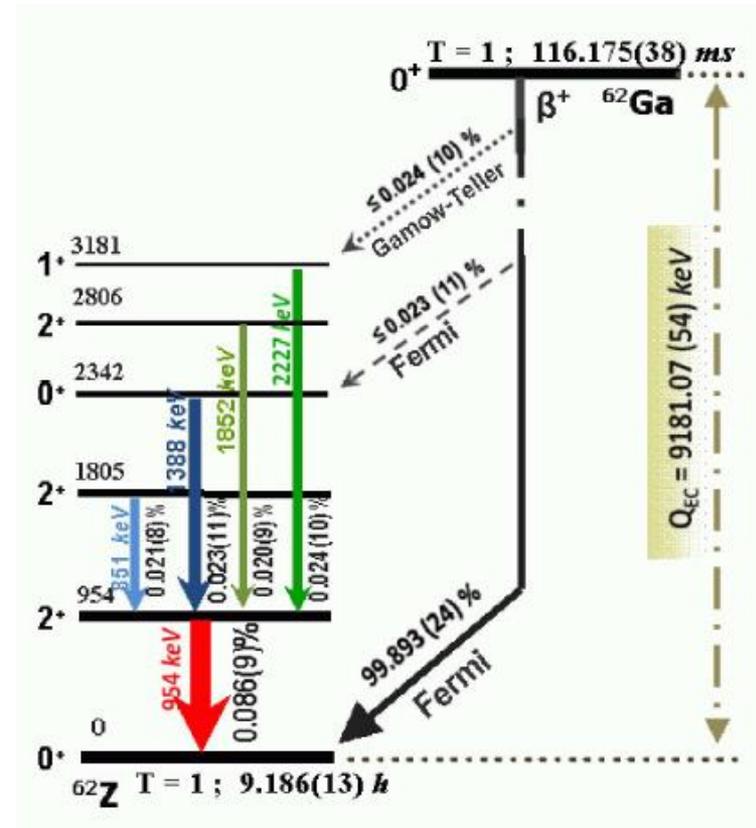
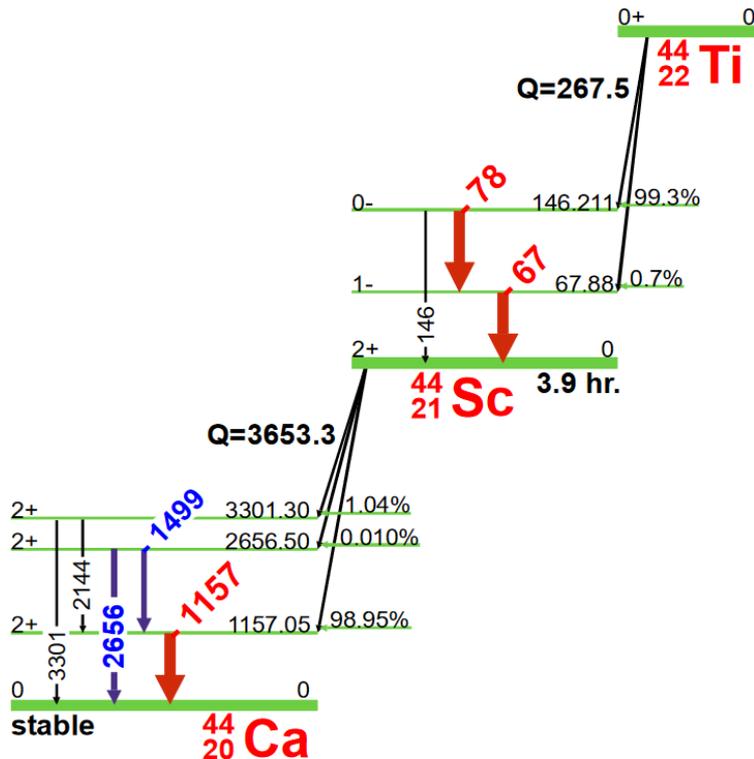
FIG. 11.7. Nucleonic, rotational, and vibrational levels observed in  $^{238}\text{U}$ ; energy in keV. (From E. K. Hyde.)

# Esquema de níveis e decaimento- $\gamma$



# Decaimento- $\gamma$ e outros decaimentos

- ❑ O decaimento- $\gamma$  pode vir acompanhado de decaimento  $\alpha$  e  $\beta$ .
- ❑ Vida média de decaimento- $\gamma$  são muito curtas. ... simples deexcitação de estados coletivos de energias mais altas para energias mais baixas.



- Podemos usar detectores específicos para detectar os raios- $\gamma$  que tem uma boa definição em energia.

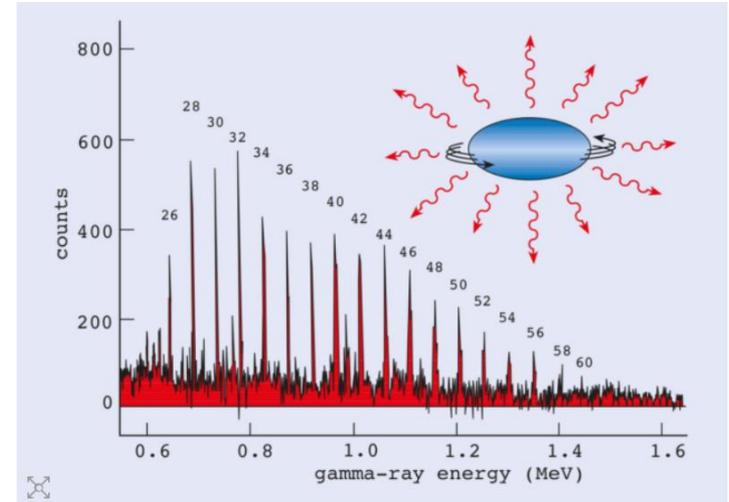
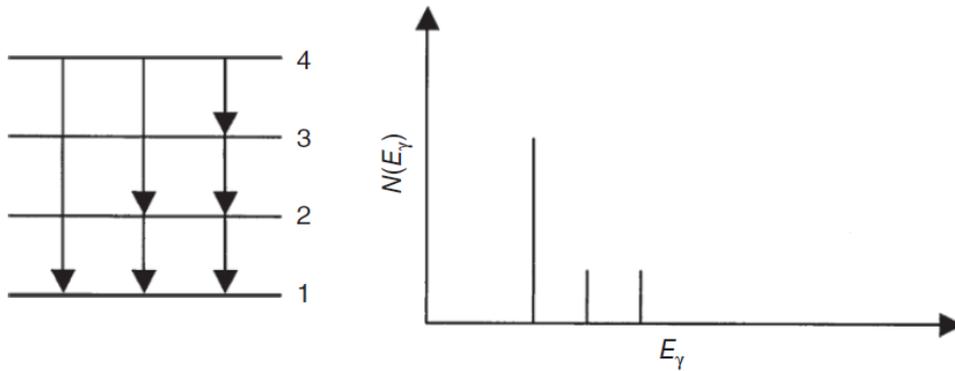
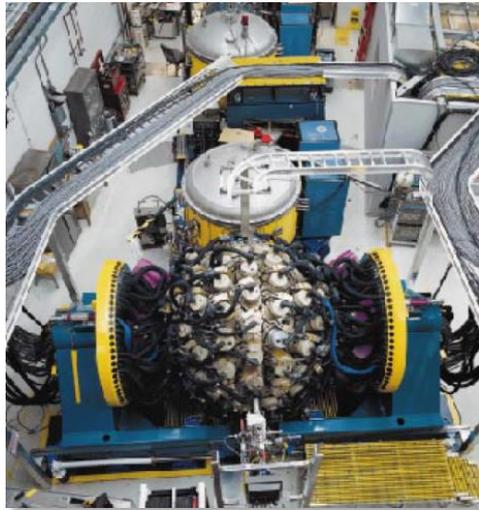
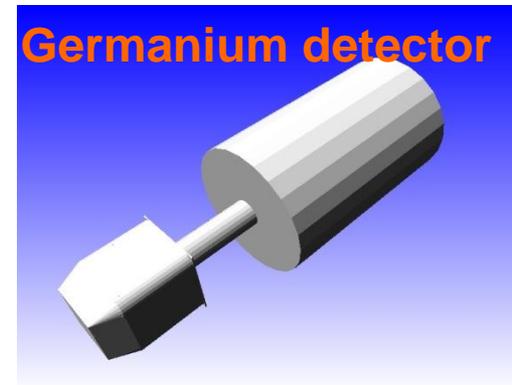
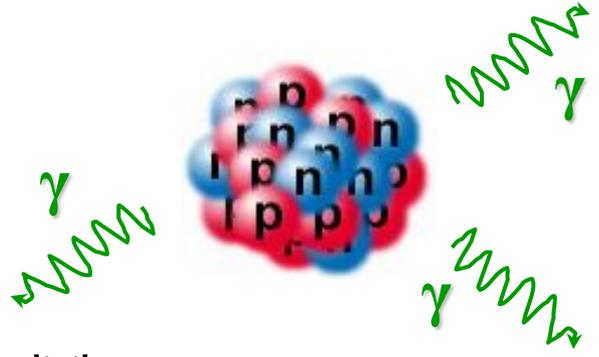


Figure 2: Spectrum of decay. (Courtesy: CLRC Daresbury Laboratory, UK)

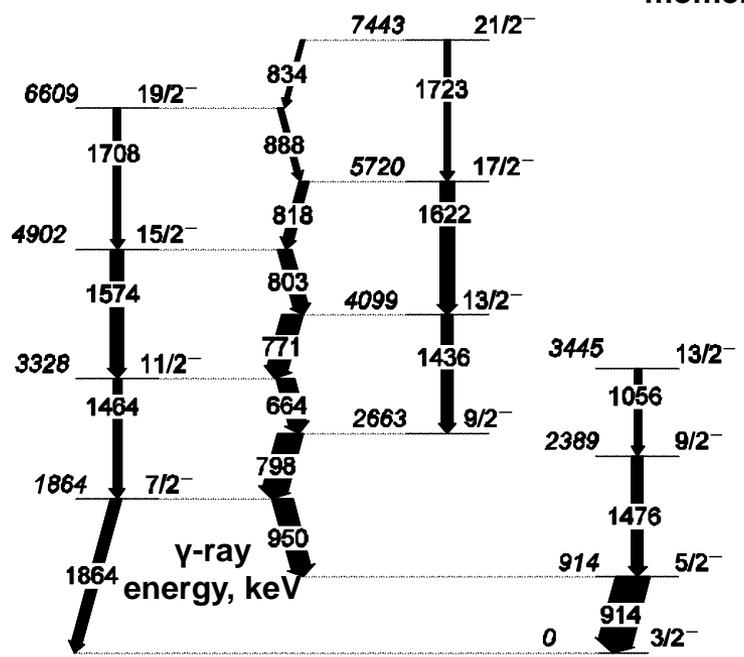
- Gretina - Argonne National Laboratory.





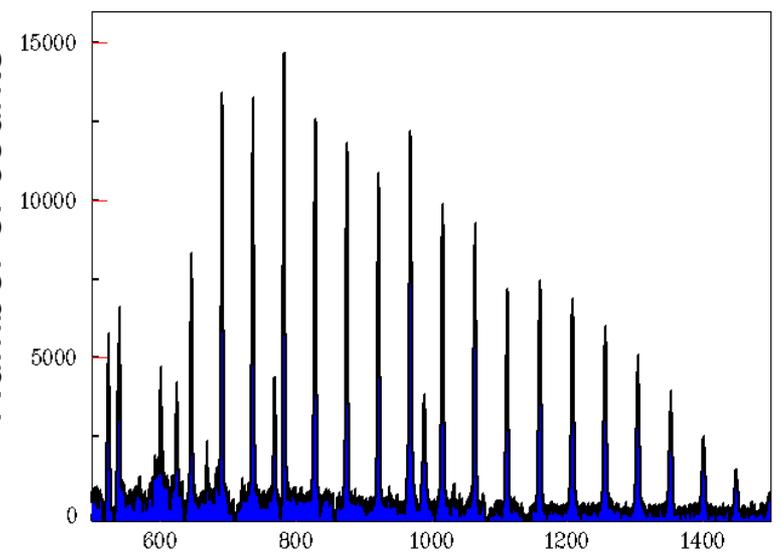
Excitation energy, keV

Angular momentum,  $\hbar$



<sup>59</sup><sub>29</sub>Cu<sub>30</sub>

Number of counts



Gamma-ray energy (keV)

- ❑ Raios- $\gamma$  tem energias entre 0.1 e 10 MeV e portanto um comprimento de onda  $\lambda$  de aproximadamente 40 fm.
- ❑ Como esse comprimento de onda é muito maior do que o tamanho do núcleo, não podemos usar a mecânica semi-clássica e devemos fazer o tratamento quântico.
- ❑ A espectroscopia gama tem fornecido informações e conhecimentos importantes da estrutura nuclear uma vez que podemos determinar com grande precisão o spin, paridade e largura dos níveis.
- ❑ A taxa de decaimento é dada por:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi'_N \psi_\gamma | \mathcal{O}_{em} | \Psi_N^* \rangle|^2 \frac{dn_\gamma}{dE_\gamma}$$

- ❑ Temos boas informações sobre as funções de onda  $\psi_\gamma$  e sobre o operador eletromagnético,  $\mathcal{O}_{em}$ .
- ❑ Por isso, com as medidas, podemos obter informações sobre a função de onda nuclear.

# Tratamento clássico da radiação de cargas

- ❑ Podemos considerar os núcleos como cargas em movimento.
- ❑ Cargas em movimentos geram campos elétricos e magnéticos.
- ❑ Podemos então considerar os núcleos como antenas irradiando em multipolos.
- ❑ Potência irradiada por dipolos (elétricos e magnéticos) é dada por:

Dipolo elétrico

$$P = \frac{1}{12\pi\epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^3} d^2$$

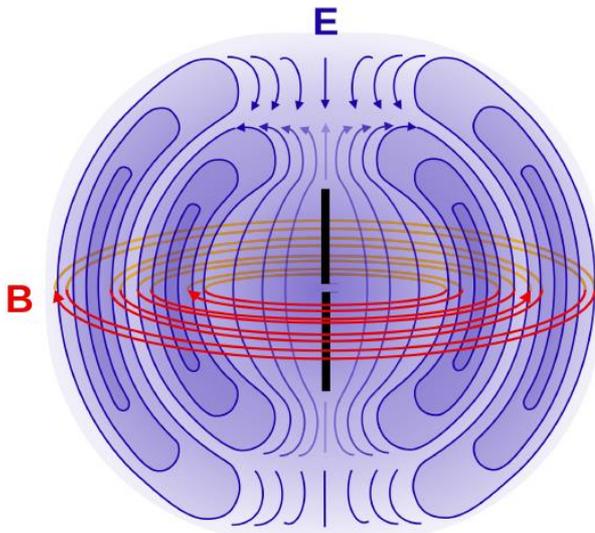
Dipolo magnético

$$P = \frac{1}{12\pi\epsilon_0} \frac{\omega^4}{c^5} \mu^2$$

Na expansão multipolar, dipolo elétrico ( $L=1$ ) tem paridade negativa e dipolo magnético tem paridade oposta (positiva)

$$\pi(ML) = (-1)^{L+1}$$

$$\pi(EL) = (-1)^L$$



# Expansão em múltiplos clássico

- Expansão multipolar para campos elétricos:

$$V(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{Q_0}{|\vec{x}|} + \frac{Q_1}{|\vec{x}|^2} + \frac{Q_2}{|\vec{x}|^3} \dots \right]$$

$$Q_0 = \int d\vec{x}' \rho(\vec{x}', t) \quad \text{Carga total}$$

$$Q_1 = \int d\vec{x}' z' \rho(\vec{x}') \quad \text{Dipolo}$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} \int d\vec{x}' (3z'^2 - r'^2) \rho(\vec{x}') \quad \text{quadrupolo}$$

- Momento de dipolo magnético

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{3\vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{m}) - \vec{m}}{|\vec{x}|^3} \right] \quad \vec{m} = \frac{1}{2} \int d\vec{x}' [\vec{x}' \times \vec{J}(\vec{x}')] ]$$

- Potência irradiada

$$P(\sigma L) \propto \frac{2(L+1)c}{\epsilon_0 L [(2L+1)!!]^2} \left( \frac{\omega}{c} \right)^{2L+2} [m(\sigma L)]^2$$

$\sigma = E$  ou  $M$

$m(\sigma L) =$  momento multipolo

❑ Devemos lembrar que:

$L = 1 \rightarrow$  Dipolo

$L = 2 \rightarrow$  Quadrupolo

$L = 3 \rightarrow$  Octupolo

$$L = 1: P_2 = \frac{1}{2}(3\cos^2(\theta) - 1)$$

$$L = 2: P_4 = \frac{1}{8}(35\cos^4(\theta) - 30\cos^2(\theta) + 3)$$



$P_{2L}(\cos(\theta))$

Polinômios de Legendre

# Tratamento quântico

- ❑ Para começarmos o tratamento quântico basta considerarmos o momento de dipolo como uma matriz de transição:

$$m(\sigma L) \rightarrow m_{fi}(\sigma L) \quad \text{com} \quad m_{fi}(\sigma L) = \int \psi_f^* m(\sigma L) \psi_i dV$$

- ❑ A probabilidade de emissão de um fóton por unidade de tempo, que corresponderia a nossa constante de decaimento seria então dada por:

$$\lambda(\sigma L) = \frac{P(\sigma L)}{\hbar\omega} = \frac{2(L+1)}{\epsilon_0 \hbar L [(2L+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+1} [m_{fi}(\sigma L)]^2$$



considerando que  $E = \hbar\omega$  é a energia de cada fóton

$$\left(\frac{\omega}{c}\right) = \left(\frac{E}{\hbar c}\right)$$

# Tratamento quântico

- ❑ Matriz de transição:

$$m_{fi}(\sigma L) = \int \psi_f^* m(\sigma L) \psi_i dV$$

- ❑ O operador  $m(\sigma L)$  corresponde a transições multipolares que pode ser dado por:

$$er^L Y_{LM}(\theta, \phi)$$

- ❑ Esse operador é “ez” para  $L=1$  e “ $e(3z^2-r^2)$ ” para  $L=2$ .

- ❑ A parte radial da função de onda (dentro do núcleo) é dada por:

$$\int_0^R r^2 r^L dr / \int_0^R r^2 dr = \frac{3}{L+3} R^L$$

- ❑ Substituindo essas expressões obtemos as estimativas de Weiskopf !!!

# Estimativas de Weisskopf

- A probabilidade de transição pode ser então obtida como:

## Electric Transition Probability

$$\lambda(EL) = \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{3}{L+3}\right)^2 cR^{2L}$$

## Magnetic Transition Probability

$$\lambda(ML) = \frac{80\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{\hbar}{m_p c}\right)^2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{3}{L+2}\right)^2 cR^{2L-2}$$

- Se considerarmos que  $R = r_0 a^{1/3}$  podemos calcular essas grandezas para algumas combinações de multipolaridades elétricas e magnéticas.
- Estimativas de Weisskopf. Devem ser consideradas apenas como estimativas. Dependem ainda dos detalhes da função de onda (que foram consideradas constantes).

### Electric Transitions

$$\lambda(E1) = 1.0 \times 10^{14} A^{2/3} E^3$$

$$\lambda(E2) = 7.3 \times 10^7 A^{4/3} E^5$$

$$\lambda(E3) = 3.4 \times 10^1 A^2 E^7$$

$$\lambda(E4) = 1.1 \times 10^{-5} A^{8/3} E^9$$

### Magnetic Transitions

$$\lambda(M1) = 5.6 \times 10^{13} E^3$$

$$\lambda(M2) = 3.5 \times 10^7 A^{2/3} E^5$$

$$\lambda(M3) = 1.6 \times 10^1 A^{4/3} E^7$$

$$\lambda(M4) = 4.5 \times 10^{-6} A^2 E^9$$

- As estimativas de Weisskopf dão uma ideia da intensidade das transições entre níveis devido ao decaimento gama.

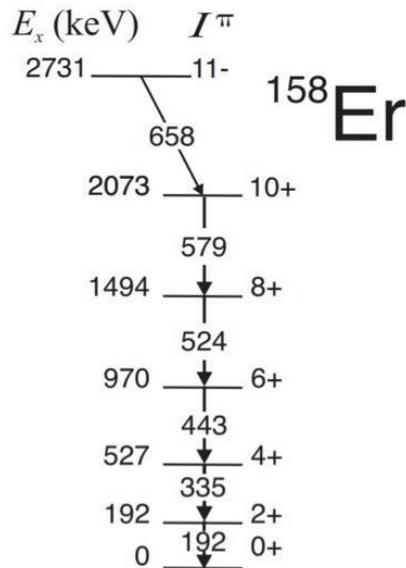
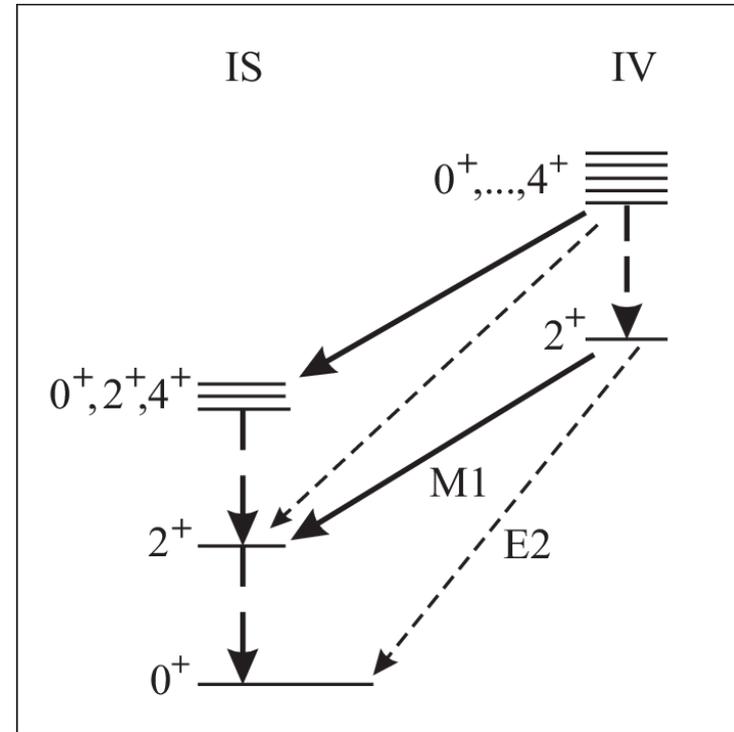


Figure 2: Partial level scheme for  $^{158}\text{Er}$ . Levels are labelled by their excitation energy  $E_x$  and their spin and parity  $I^\pi$ . Transitions between states are labelled by their energies. All energies are given in keV.



# Regras de seleção de momento angular

- ❑ Raios- $\gamma$  são fótons e portanto bósons com spin inteiro ( $S=1$ )
- ❑ Fótons podem carregar momento angular durante o decaimento  $L = 0, 1, 2, 3...$
- ❑ Esses momentos angulares corresponde a nossas polaridades EL e ML, tais como dipolo elétrico (E1) e magnético (M1), quadrupolo elétrico (E2).
- ❑ Com isso temos a seguinte regra de seleção para o momento angular orbital carregado pelo fóton:  $|J_i - J_f| \leq L \leq |J_i + J_f|$
- ❑ Para a paridade depende não apenas de L mas também do tipo de decaimento (E ou M)

$\Delta\pi$  = troca de paridade

Radiation Type	Name	$l = \Delta I$	$\Delta\pi$
E1	Electric dipole	1	Yes
M1	Magnetic dipole	1	No
E2	Electric quadrupole	2	No
M2	Magnetic quadrupole	2	Yes
E3	Electric octupole	3	Yes
M3	Magnetic octupole	3	No
E4	Electric hexadecapole	4	No
M4	Magnetic hexadecapole	4	Yes