

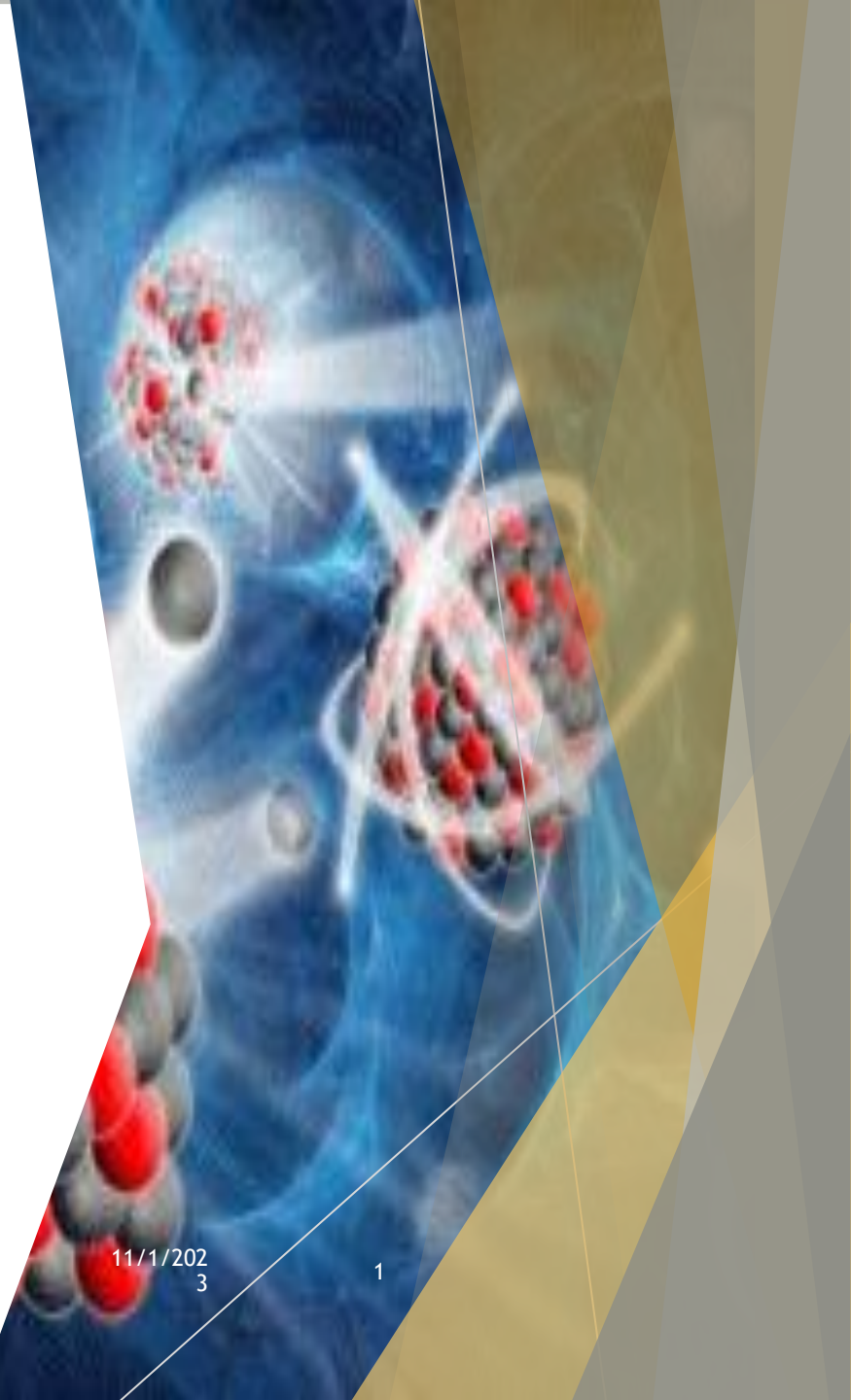
Introdução Física Nuclear

- ▶ Prof. Valdir Guimarães
- ▶ Instituto de Física

Aula 13 - Decaimento beta

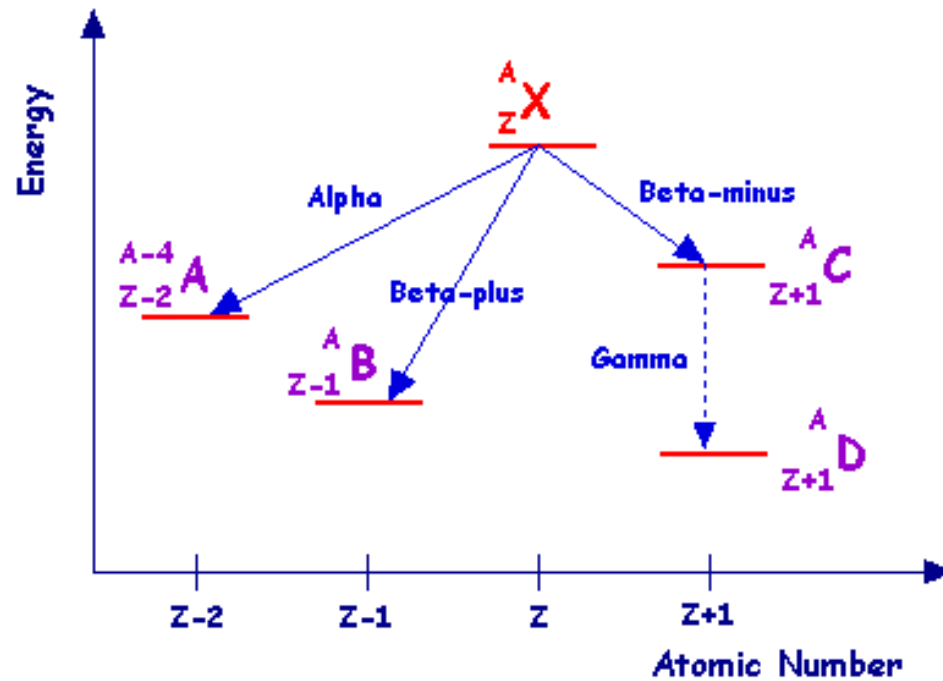
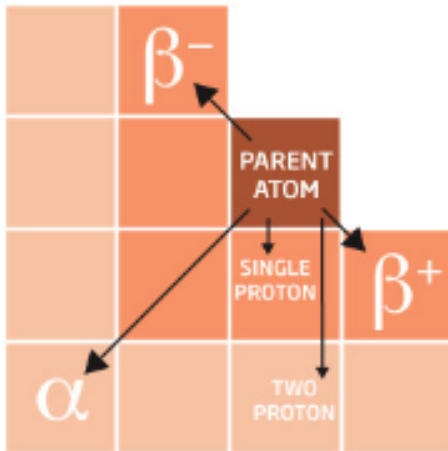
11/1/202
3

1

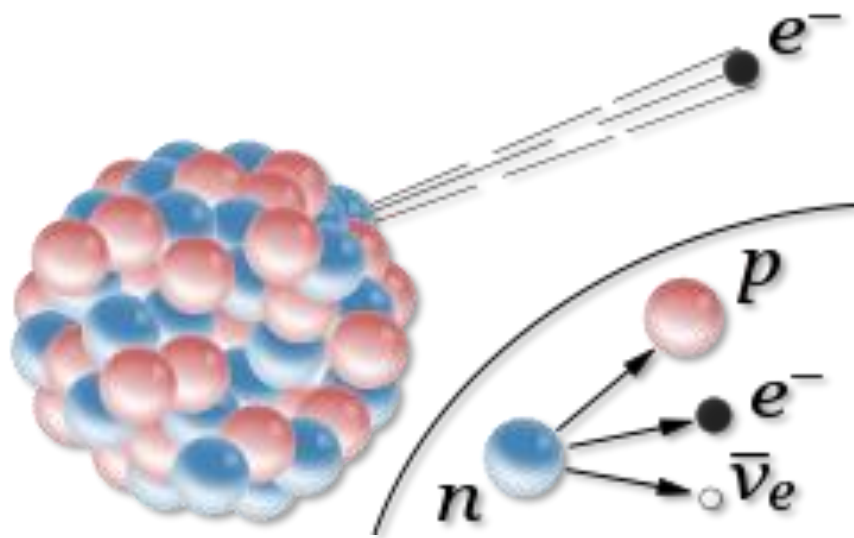


Decaimentos espontâneos

- β decay
- n decay
- p decay
- α decay
- γ decay
- fissão



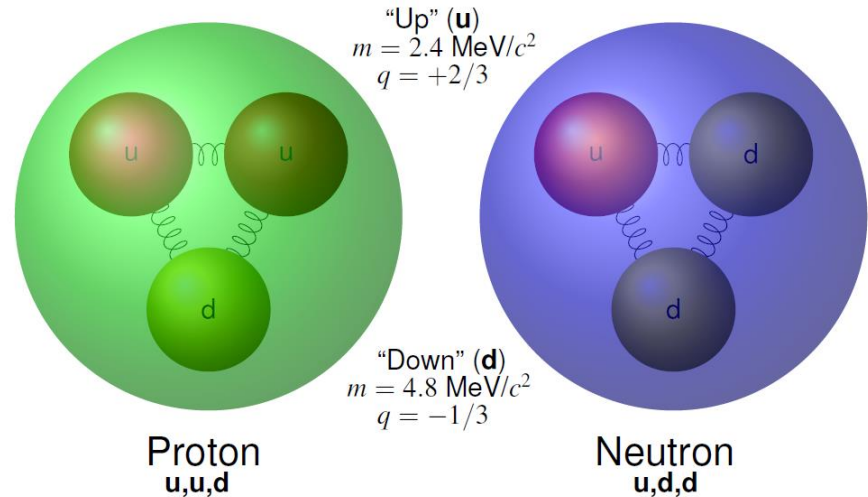
Decaimento β



Decaimentos- β e quarks

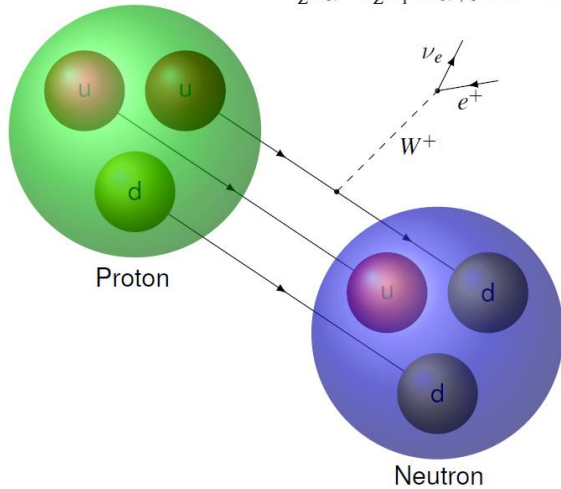
- Decaimento β é devido a interação fraca onde um próton (nêutron) dentro de um núcleo é convertido em nêutron (próton).
- Esse processo envolve quarks, leptons (pósitrons, elétrons e neutrinos) e a força fraca.

mass →	$\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 126 \text{ GeV}/c^2$
charge →	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0
spin →	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	0
	u up	c charm	t top	g gluon	H Higgs boson
	d down	s strange	b bottom	γ photon	
	e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	

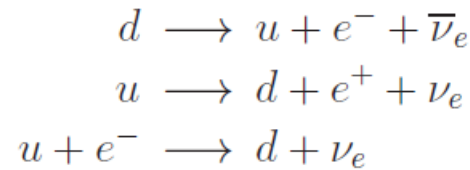
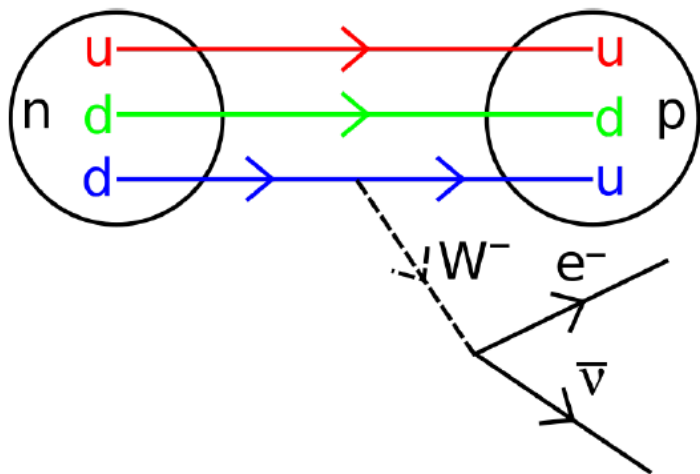
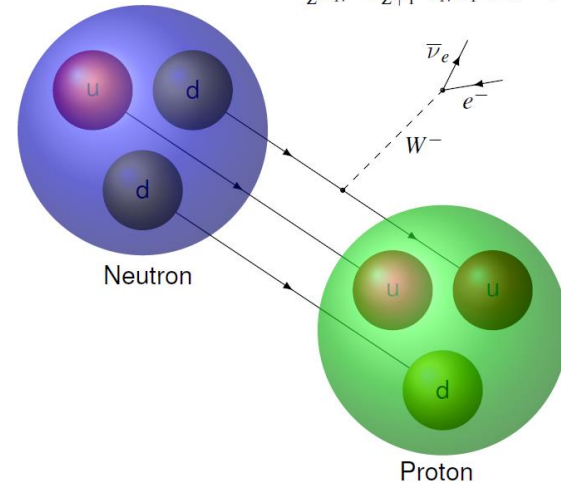


Decaimentos- β – interação fraca

For β^+ decay:
 ${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z-1} Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$



For β^- decay:
 ${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z+1} Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}_e$



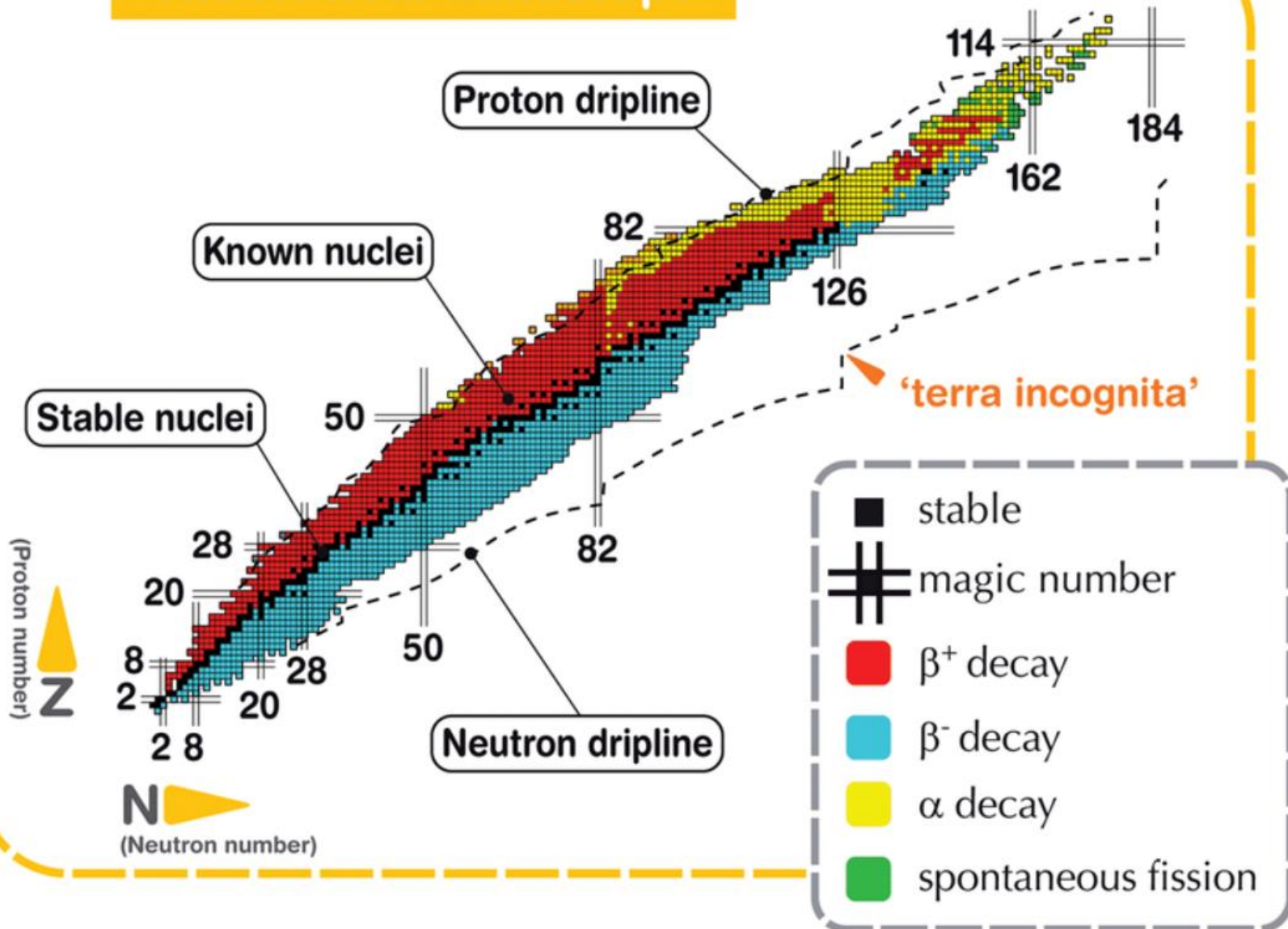
β^- decay

β^+ decay

electron capture (ϵ)

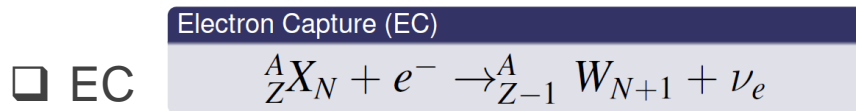
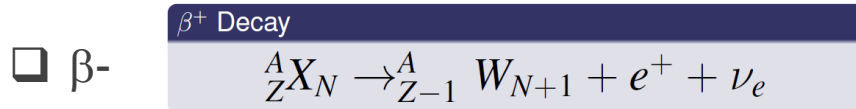
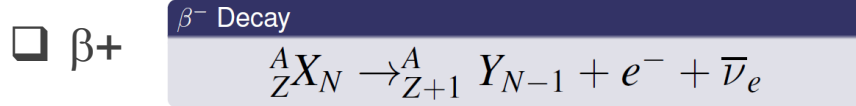
❑ Neutrino é uma partícula de Majorana ou Dirac ?

The Nuclear Landscape



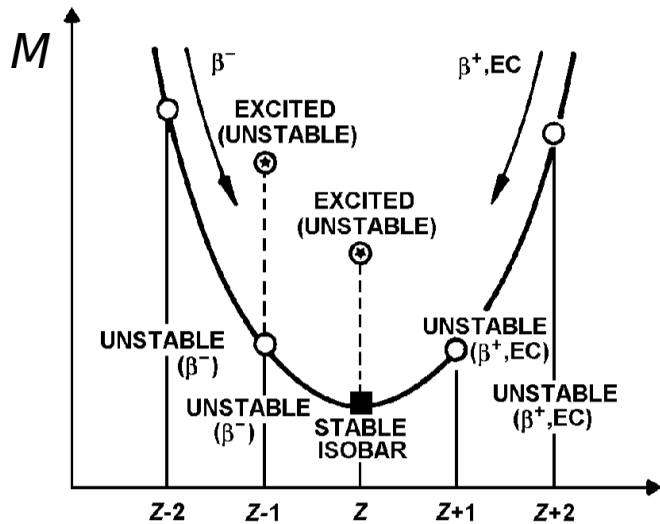
Representação

□ O processo de decaimento β pode ocorrer de 3 formas:



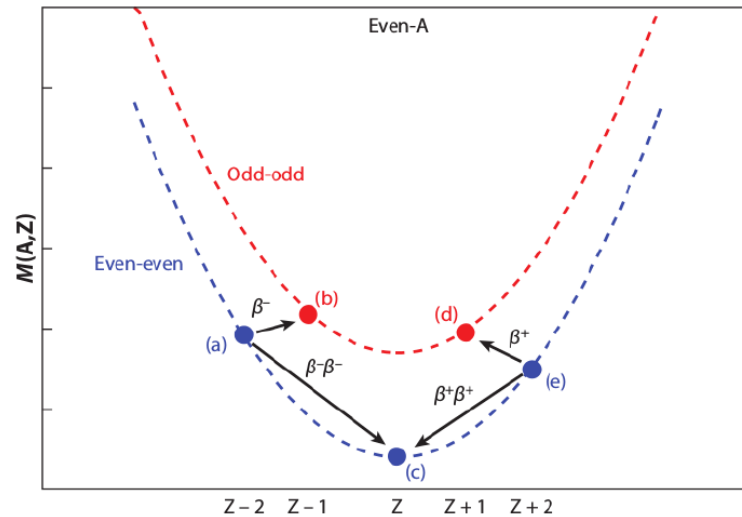
A ímpar

(N=par e Z=ímpar ou N=ímpar e Z=par)



A par

(N=par e Z=par ou N=ímpar e Z=ímpar)

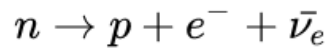


Ruben Saakyan, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 63, 503-529 (2013)

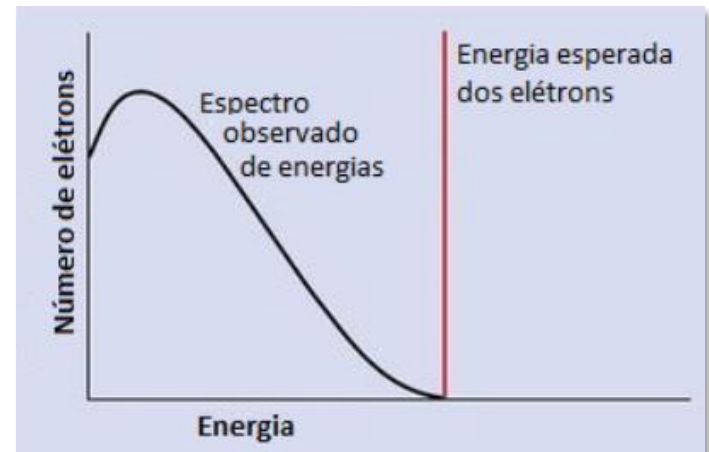
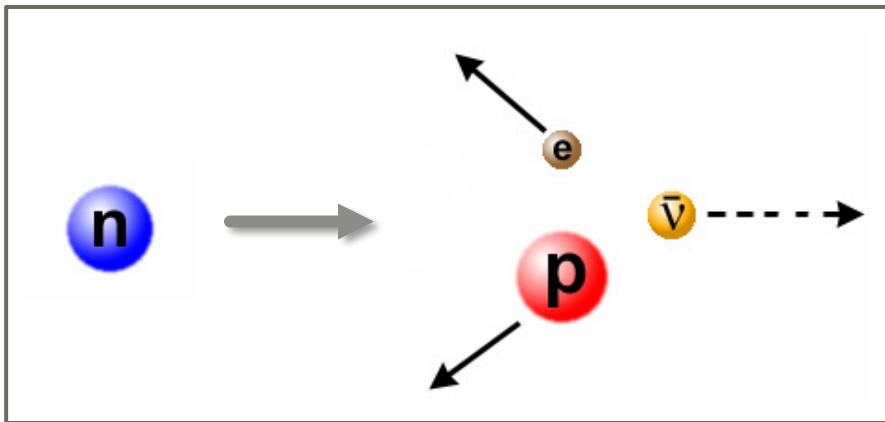
Decaimento β

- ❑ Nesse decaimento um nêutron se transforma em prótons ou prótons se transformam em nêutrons via interação fraca.
- ❑ Era de se esperar que os elétrons carregassem toda energia.
- ❑ O decaimento β envolve 3 partículas:

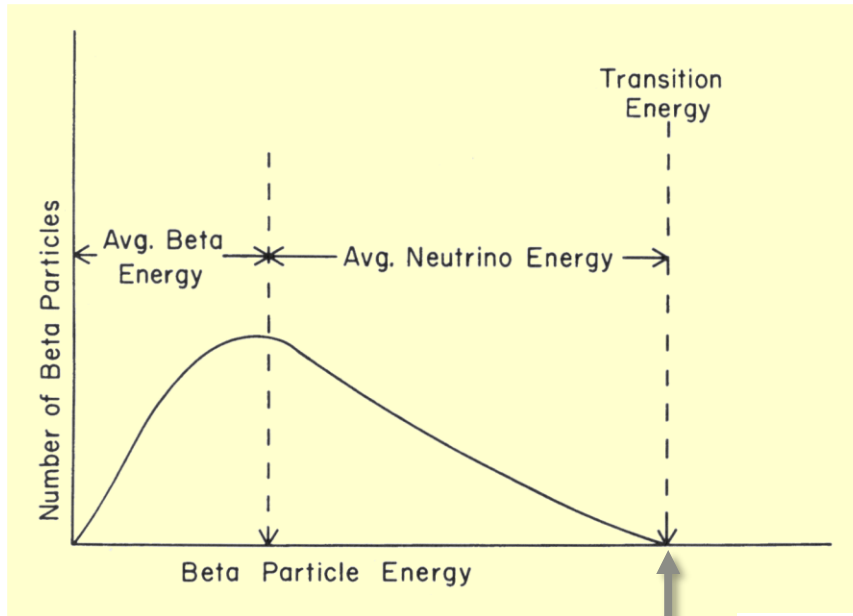
1) próton ou nêutron 2) pósitron ou elétron 3) neutrino ou anti-neutrino. :



(nêutron \rightarrow próton + elétron + **antineutrino de elétron**)



Distribuição de energia



Wikimedia Commons,

β -endpoint

- ❑ Não temos um pico bem definido na distribuição de energia porque a energia cinética é dividida entre o elétron e o neutrino. (O recuo do próton ou nêutron é pequeno).
- ❑ A energia de endpoint corresponde a energia zero do neutrino e a máxima energia do elétron.
- ❑ A energia cinética vem do Q-da-reação

Q-de-reação e energia cinética

- ❑ Decaimento de um nêutron livre:

$$\begin{aligned}n &\longrightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e \\m_n c^2 &= m_p c^2 + m_e c^2 + m_{\bar{\nu}_e} c^2 + Q_n \\Q_n &= m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}_e} c^2 \\Q_n &= (939.5655133(58) - 938.2720813(58) - 0.5109989461(31))[\text{MeV}] - m_{\bar{\nu}_e} c^2 \\Q_n &= 0.7824331(58)[\text{MeV}] - \cancel{m_{\bar{\nu}_e} c^2}\end{aligned}$$

$$Q_n = 0.7824331(58)[\text{MeV}]$$

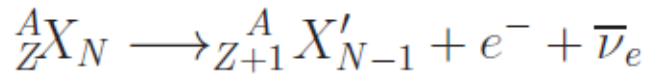
- ❑ Considerando que a energia cinética vai apenas para o elétron e próton (não para o neutrino), a máxima energia cinética do elétron é:

$$T_e^{\text{max}} = Q \left[\frac{1 + Q/(2m_p c^2)}{1 + m_e/m_p + Q/m_p c^2} \right] \quad \Rightarrow \quad T_e^{\text{max}} = 0.7816817(58)[\text{MeV}]$$

- ❑ E para o recuo do próton:

$$T_p^{\text{max}} = Q_n - T_e^{\text{max}}$$

Q-de-reação para decaimento β^- e β^+



Nesse decaimento temos que considerar a massa nuclear.

$$Q_{\beta^-} = [m_N({}^A_Z X_N) - m_N({}^A_{Z+1} X'_{N-1}) - m_e] c^2$$

Nesse caso a massa atômica em função da massa nuclear é dada

$$m({}^A_Z X_N) c^2 = m_N({}^A_Z X_N) c^2 + Z m_e c^2 - \sum_{i=1}^Z B_i \quad \leftarrow \text{Essa energia é pequena da ordem de 1 a 10 keV}$$

Para β^-

$$\begin{aligned} Q_{\beta^-} &= [m({}^A_Z X_N) - Z m_e] c^2 - [m({}^A_{Z+1} X'_{N-1}) - (Z+1) m_e] c^2 - m_e c^2 \\ &= [m({}^A_Z X_N) - m({}^A_{Z+1} X'_{N-1})] c^2 \end{aligned}$$

Para β^+

$$Q_{\beta^+} = [m({}^A_Z X_N) - m({}^A_{Z-1} X'_{N+1}) - 2m_e] c^2$$

Energia de ligação do elétron capturado

Para EC

$$Q_\varepsilon = [m({}^A_Z X_N) - m({}^A_{Z-1} X'_{N+1})] c^2 - B_n \quad \leftarrow$$

Table 9.1 Typical β -Decay Processes

Decay	Type	Q (MeV)	$t_{1/2}$
$^{23}\text{Ne} \rightarrow ^{23}\text{Na} + e^{-} + \bar{\nu}$	β^{-}	4.38	38 s
$^{99}\text{Tc} \rightarrow ^{99}\text{Ru} + e^{-} + \bar{\nu}$	β^{-}	0.29	2.1×10^5 y
$^{25}\text{Al} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + e^{+} + \nu$	β^{+}	3.26	7.2 s
$^{124}\text{I} \rightarrow ^{124}\text{Te} + e^{+} + \nu$	β^{+}	2.14	4.2 d
$^{15}\text{O} + e^{-} \rightarrow ^{15}\text{N} + \nu$	ϵ	2.75	1.22 s
$^{41}\text{Ca} + e^{-} \rightarrow ^{41}\text{K} + \nu$	ϵ	0.43	1.0×10^5 y

Krane pg. 276:

Teoria de Fermi para o decaimento- β

- ❑ A teoria de Fermi para decaimentos considera a taxa de decaimento dada pela teoria de perturbação que fornece a regra de ouro no. 2.

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{if}|^2 \rho(E_{if})$$

Elemento de matriz que conecta o estado final e inicial

$$V_{if} \equiv \langle \Psi_f | V | \Psi_i \rangle$$

Densidade de estados.

- ❑ Para o decaimento- β devemos considerar que a densidade de estados finais depende da distribuição de elétrons (pósitrons) e neutrinos (anti-neutrinos)

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \frac{dn}{dE}(e^-, \bar{\nu}_e)$$

- ❑ Os elétrons e neutrinos são emitidos como partículas livres
- ❑ A densidade de energia é calculável mas a matriz de transição é algo difícil de ser calculado.

Densidade de estados

- Densidade de estados depende do número de elétrons e de neutrinos numa caixa de volume V com momento entre p_e e p_e+dp_e

$$\frac{N}{V} = \frac{4}{3}\pi p^3 \quad \Rightarrow \quad dN = V4\pi p^2 dp \quad dN_e = \frac{V4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi\hbar)^3} \quad dN_\nu = \frac{4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{(2\pi\hbar)^3} V$$

$$dN = dN_e dN_\nu = \frac{16\pi^2 V^2 p_e^2 p_\nu^2 dp_e dp_\nu}{h^6}$$

- Usando que: $E_e = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4}$

- Desprezando a massa do neutrino $E_\nu = p_\nu c$

$$E = E_e + E_\nu \quad \Rightarrow \quad p_\nu = (E - E_e)/c, \quad dp_\nu = \frac{dE}{c}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dN}{dE} = \int \frac{dN_e dN_\nu}{dE} = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} \int_0^{p_{\max}} (E - E_e)^2 p_e^2 dp_e$$

Constante de decaimento em função do momento do elétron

A probabilidade de um núcleo decair por β em função da densidade de energia

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \frac{dn}{dE}(e^-, \bar{\nu}_e)$$

Densidade de energia em um volume

$$\frac{dn}{dE} = \frac{(E - E_e)^2 p_e^2 dp_e}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} V^2$$

energia disponível $E = Q$ $E_e \approx T_e = \frac{p_e^2}{2m_e}$

A probabilidade de um núcleo decair por β emitindo um elétron por unidade de volume:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \frac{dn}{dE}(e^-, \bar{\nu}_e)$$



$$\lambda(p_e) dp_e = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |M_{fi}|^2 g^2 (Q - T_e)^2 p_e^2 dp_e$$

- ❑ Adicionamos a grandeza “g”.
- ❑ Essa grandeza é uma quantidade escalar que está associada a intensidade da interação fraca.
- ❑ Dos dados experimentais indicam que “g” é uma constante: $g \approx 0.88 \times 10^{-4} \text{ MeV fm}^3$

$$B = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3}$$

$$\lambda(p_e) dp_e = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |M_{fi}|^2 g^2 (Q - T_e)^2 p_e^2 dp_e$$

$$\lambda = \int_0^{p_0} \lambda(p) dp = B \int_0^{p_0} (Q - T_e)^2 p^2 dp$$

p_0 = máximo momento do elétron

$$Q = E_0 = \frac{p_0^2}{2m_e} = \text{máxima energia cinética do elétron}$$

$$T_e = \frac{p^2}{2m_e}$$

$$\lambda = B \int_0^{p_0} \frac{1}{(2m_e)^2} (p_0^4 + p^4 - 2p_0^2 p^2) p^2 dp$$

$$= \frac{B p_0^7}{4m_e^2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} - \frac{2}{5} \right)$$

$$\approx 1.9 \times 10^{-2} \frac{B p_0^7}{m_e^2}$$

Efeito coulombiano (elétron e pósitron)

- ❑ Temos agora que levar em conta a distorção Coulombiana devido a diferença entre emitir um elétron e um pósitron (β^+ ou β^-)
- ❑ Para corrigir isso Fermi instituiu a função de Fermi $F(Z_d, p_e)$, onde Z_d é o núcleo filho após o decaimento.

- ❑ A função de Fermi é dada por:

$$F(Z_D, p_e) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}}$$

- ❑ com:

$$\eta = \pm \frac{Z_0 e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar v}$$

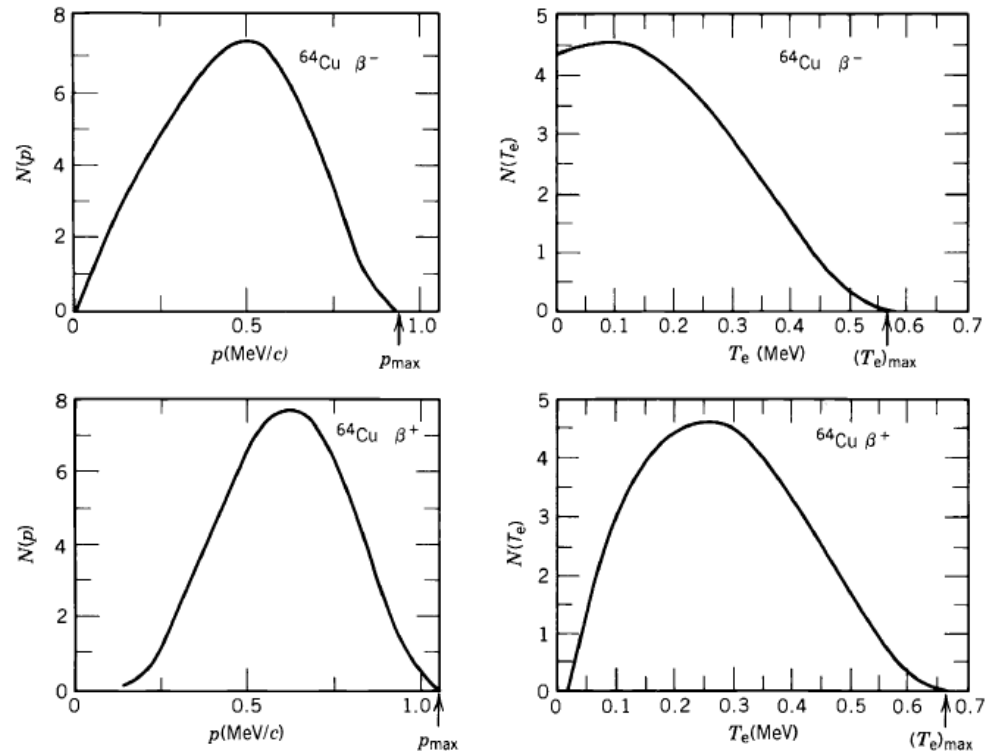


Figure 9.3 Momentum and kinetic energy spectra of electrons and positrons emitted in the decay of ^{64}Cu . Compare with Figure 9.2; the differences arise from the Coulomb interactions with the daughter nucleus. From R. D. Evans, *The Atomic Nucleus* (New York: McGraw-Hill, 1955).

Krane fig. 9.3:

Constante de decaimento- β

- A constante de decaimento- β é dada por:

$$\lambda(p_e)dp_e = \frac{1}{2\pi^3\hbar^7c^3} |M_{fi}|^2 g^2 (Q - T_e)^2 p_e^2 dp_e$$

- Adicionando a função $F(Z,p)$:

$$\lambda = \frac{g^2 |\overline{M'_{fi}}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z,p) p_e^2 (Q - T_e)^2 dp_e$$

Função de Fermi que leva em conta a influência do campo coulombiano para o elétron e pósitron

Esse termo é a intensidade da interação fraca e a matriz de transição que leva em conta os efeitos das funções de onda dos estados finais e iniciais.

Fator estatístico do número de estados finais acessíveis aos elétrons emitidos.

Com o operador de transição:

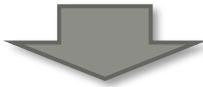
$$M_{if} = \langle (e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}/\hbar}) (e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}/\hbar}) \psi_{X'} | O_{\beta} | \psi_X \rangle$$

$$O_{\beta} = g\delta(\vec{r}_e - \vec{r})\delta(\vec{r}_{\bar{\nu}_e} - \vec{r}),$$

Valor de ft

$$\lambda = \frac{g^2 |\overline{M}'_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z, p) p_e^2 (Q - T_e)^2 dp_e f(Z_d, Q)$$

Essa função corresponde a função de Fermi com a parte estatística


$$\lambda = \frac{g^2 M^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} f(Z_d, Q)$$

Podemos agora determinar o tempo de meia-vida $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

E a seguir a grandeza ft  $ft_{1/2} = \ln 2 \frac{2\pi^3 \hbar^7 c^3}{g^2 |M|^2 m_e^5 c^4} \propto \frac{1}{g^2 |M|^2}$

A grandeza ft é determinada experimentalmente.

“g” é constante $g = 0.88 \times 10^{-4} \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$

Portanto qualquer diferença nesse valor deve ser devido as funções de onda.

Momento angular e paridade.

- ❑ Neutron, prótons, elétrons, pósitrons e neutrinos são férmions com spin $\frac{1}{2}$
- ❑ Como partículas alfa, os elétrons (pósitrons) e neutrinos (antineutrinos) carregam momento angular orbital durante o decaimento.

$$L_\beta = \ell_e + \ell_\nu, S_\beta = s_e + s_\nu, \text{ and } J_\beta = L_\beta + S_\nu$$

- ❑ O momento angular orbital podem ter os valores $L_\beta = 0, 1, 2, 3, \dots$
- ❑ No entanto, o spin só pode ser: $S_\beta = S_e + S_\nu = 0, 1$
- ❑ Isso produz uma regra de seleção:

$$\vec{J}_P = \vec{J}_D + \vec{L}_\beta + \vec{S}_{\beta\nu} \quad \begin{array}{l} P = \text{parent} \\ D = \text{daughter} \end{array}$$
$$\pi_P = \pi_D (-1)^{L_\beta}$$

- ❑ Gerando regras para o decaimento- β . ΔJ ou $\Delta I = |J_P - J_D|$
 - ❑ Allowed transition (permitida)
 - ❑ Forbidden transition (proibida)

Regra de seleção (transição Fermi e Gamow-Teller)

- Essas regras de seleção introduz uma classificação para o decaimento- β .
- Cada momento angular adicionado dificulta o decaimento, diminuindo a constante de decaimento.

L Classification

$L_\beta = 0 \rightarrow$	Allowed
$L_\beta = 1 \rightarrow$	First Forbidden
$L_\beta = 2 \rightarrow$	Second Forbidden
$L_\beta = 3 \rightarrow$	Third Forbidden

$$\vec{J}_P = \vec{J}_D + \vec{L}_\beta + \vec{S}_{\beta\nu}$$

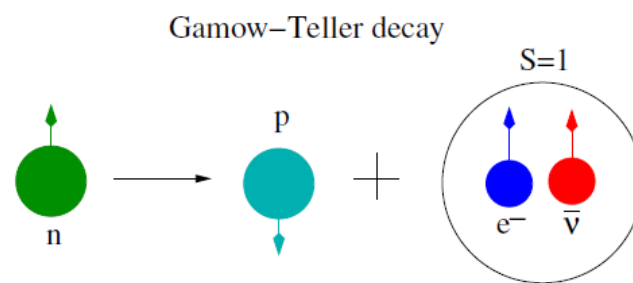
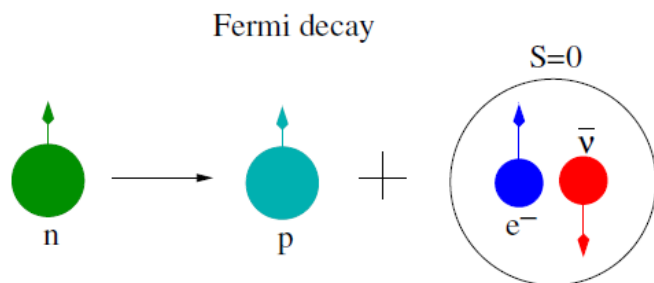
$$\pi_P = \pi_D (-1)^{L_\beta}$$

S Classification

$$\vec{S}_\beta = \vec{S}_{e^+} + \vec{S}_{\nu e} = \begin{cases} 0 & \uparrow\downarrow \text{ or } \downarrow\uparrow & V (F) \\ 1 & \uparrow\uparrow \text{ or } \downarrow\downarrow & A (GT) \end{cases}$$

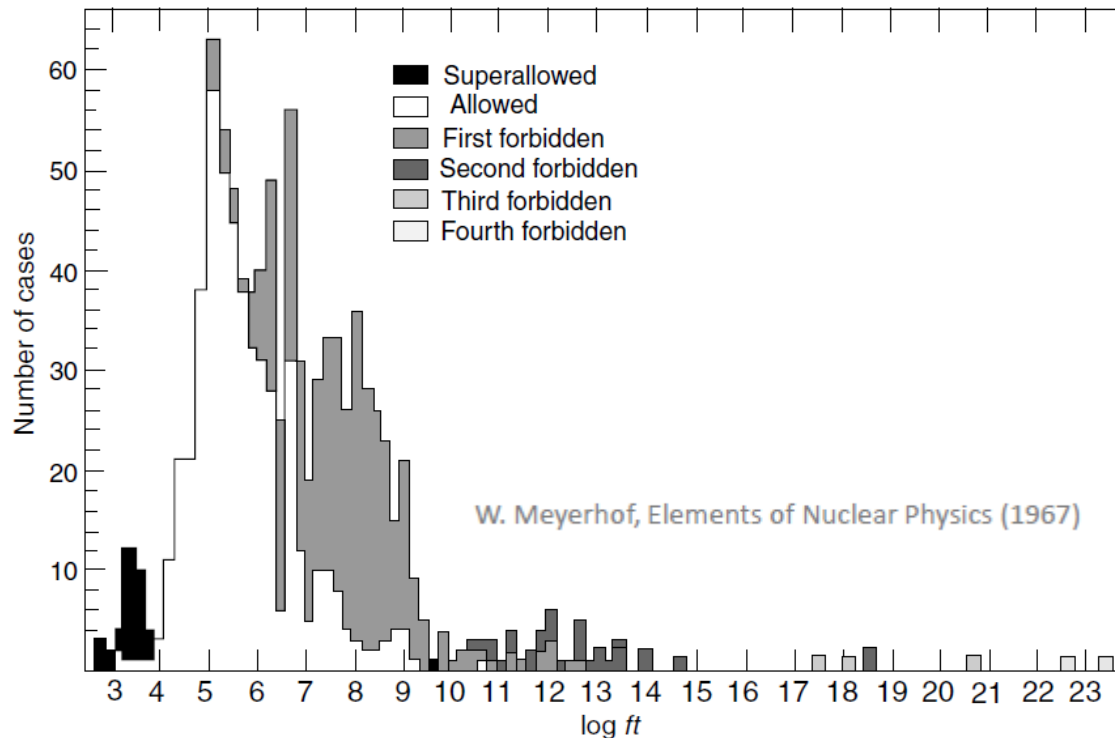
F = Fermi transition (S=0)

GT = Gamow-Teller transition (S=1)



Transições Allowed e forbidden

Transition Type	$\log ft$	L_β	$\Delta\pi$	Fermi ΔI	Gamow–Teller ΔI
Superaligned	2.9–3.7	0	No	0	0
Allowed	4.4–6.0	0	No	0	0, 1
First forbidden	6–10	1	Yes	0, 1	0, 1, 2
Second forbidden	10–13	2	No	1, 2	1, 2, 3
Third forbidden	> 15	3	Yes	2, 3	2, 3, 4



Regra de seleção (transição Fermi e Gamow-Teller)

Table 8.1 Representative Allowed β Decays.

Parent	Daughter	Half-Life (s)	Q_β (MeV)	$\text{Log}(ft)$	Character
^1_0n ($1/2^+$)	^1_1p ($1/2^+$, gs)	612	0.7824	-0.27	Mixed
^6_2He (0^+)	^6_3Li (1^+ , gs)	0.808	3.5097	2.42	Gamow-Teller
$^{14}_8\text{O}$ (0^+)	$^{14}_7\text{N}$ (0^+ , 2.313)	71.1	1.180	2.81	Fermi
$^{14}_8\text{O}$ (0^+)	$^{14}_7\text{N}$ (1^+ , gs)	1.16×10^4	4.123	7.36	Gamow-Teller

$$\Delta I = 0 \left(\frac{1}{2}^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+ \right)$$

$$0^+ \rightarrow 1^+$$

$$0^+ \rightarrow 0^+$$

$$0^+ \rightarrow 1^+$$

Transições superallowed

□ A transição $0^+ \rightarrow 0^+$ a transição puramente de Fermi e é conhecida como

superallowed β -decay

Table 9.2 ft Values for $0^+ \rightarrow 0^+$ Superallowed Decays

Decay	ft (s)
$^{10}\text{C} \rightarrow ^{10}\text{B}$	3100 ± 31
$^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}$	3092 ± 4
$^{18}\text{Ne} \rightarrow ^{18}\text{F}$	3084 ± 76
$^{22}\text{Mg} \rightarrow ^{22}\text{Na}$	3014 ± 78
$^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$	3081 ± 4
$^{26}\text{Si} \rightarrow ^{26}\text{Al}$	3052 ± 51
$^{30}\text{S} \rightarrow ^{30}\text{P}$	3120 ± 82
$^{34}\text{Cl} \rightarrow ^{34}\text{S}$	3087 ± 9
$^{34}\text{Ar} \rightarrow ^{34}\text{Cl}$	3101 ± 20
$^{38}\text{K} \rightarrow ^{38}\text{Ar}$	3102 ± 8
$^{38}\text{Ca} \rightarrow ^{38}\text{K}$	3145 ± 138
$^{42}\text{Sc} \rightarrow ^{42}\text{Ca}$	3091 ± 7
$^{42}\text{Ti} \rightarrow ^{42}\text{Sc}$	3275 ± 1039
$^{46}\text{V} \rightarrow ^{46}\text{Ti}$	3082 ± 13
$^{46}\text{Cr} \rightarrow ^{46}\text{V}$	2834 ± 657
$^{50}\text{Mn} \rightarrow ^{50}\text{Cr}$	3086 ± 8
$^{54}\text{Co} \rightarrow ^{54}\text{Fe}$	3091 ± 5
$^{62}\text{Ga} \rightarrow ^{62}\text{Zn}$	2549 ± 1280

□ A matriz de transição fornece um valor constante para essa transição e portanto os valores de ft devem ser constante.

$$M_{if} = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \psi_{X'} | \psi_X \rangle \langle (e(\uparrow)\nu(\downarrow) + e(\downarrow)\nu(\uparrow)) | \vec{0} \rangle = \sqrt{2}$$

Krane pg. 285:

Superallowed β decay

PHYSICAL REVIEW C 79, 055502 (2009)

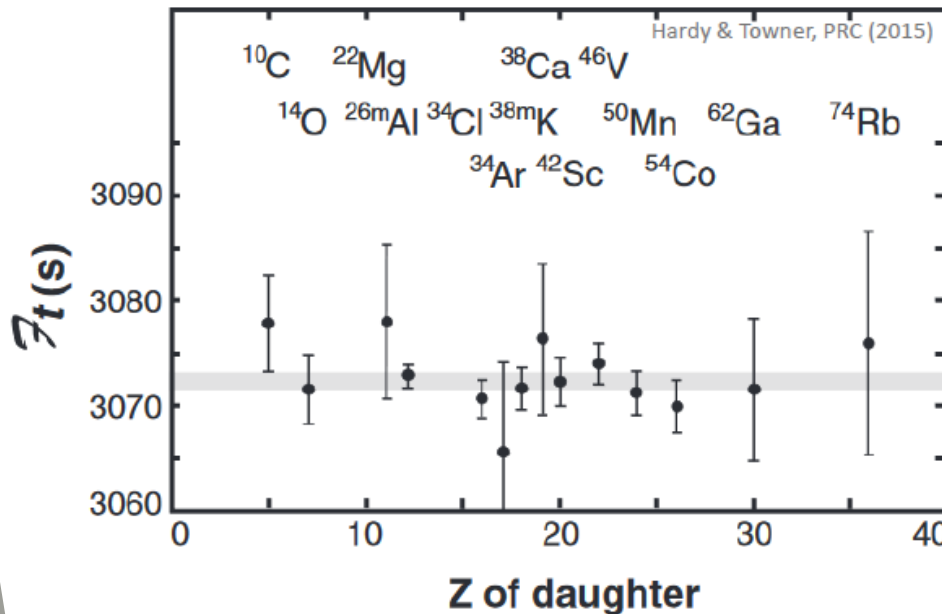
Superallowed $0^+ \rightarrow 0^+$ nuclear β decays: A new survey with precision tests of the conserved vector current hypothesis and the standard model

J. C. Hardy* and I. S. Towner

Cyclotron Institute, Texas A&M University, College Station, Texas 77843, USA

$$\mathcal{F}t \equiv ft(1 + \delta'_R)(1 + \delta_{NS} - \delta_C) = \frac{K}{2G_V^2(1 + \Delta_R^V)}$$

20 superallowed $0^+ \rightarrow 0^+$ β decays.



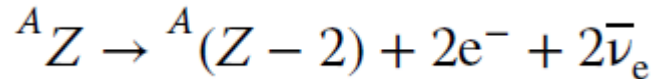
$$\overline{\mathcal{F}t} = 3072.08 \pm 0.79 \text{ s.}$$

Possibilitou a determinação do potencial de interação quark u-d.

$$V_{ud} = 0.97425 \pm 0.00022.$$

double- β decay

- ❑ O efeito de pairing (emparelhamento) faz com que vários núcleos par-par próximos ao vale de estabilidade sejam instáveis pelo decaimento sucessivo de decaimento- β (dois decaimentos seguidos).
- ❑ Esse processo é conhecido como Double β decay.



- ❑ A probabilidade de transição é muito baixa.
- ❑ Esse processo é interessante como uma possível violação do número de leptons.
- ❑ Atualmente existe uma busca por medidas desse decaimento sem a emissão de neutrinos (Neutrinoless double β decay).

Duplo decaimento beta:

- ❑ Temos dois tipos de decaimento beta duplo: decaimento beta duplo ($2\nu\beta\beta$) e decaimento beta duplo sem neutrinos ($0\nu\beta\beta$) (Double Neutrinoless beta decay).
- ❑ O processo de decaimento duplo sem neutrinos demonstraria inequivocamente que o número de lepton não é uma quantidade conservada e confirmaria a natureza Majorana dos neutrinos.
- ❑ A observação do duplo decaimento beta sem neutrino (e sem antineutrinos), demonstraria que os neutrinos e antineutrinos são essencialmente a mesma coisa e poderia ser uma possível explicação para termos mais matéria do que antimatéria.

Fermion de Majorana:

Uma partícula de spin $\frac{1}{2}$ (quasipartícula) que é sua própria anti-partícula. Elas não se aniquilariam ao contato, porque qualquer uma delas seria ao mesmo tempo a partícula e a anti-partícula. Ainda não foram observadas

β -delayed neutron decay

- Para núcleos muito ricos em nêutrons temos ainda o decaimento- β com emissão retardada de dois nêutrons.

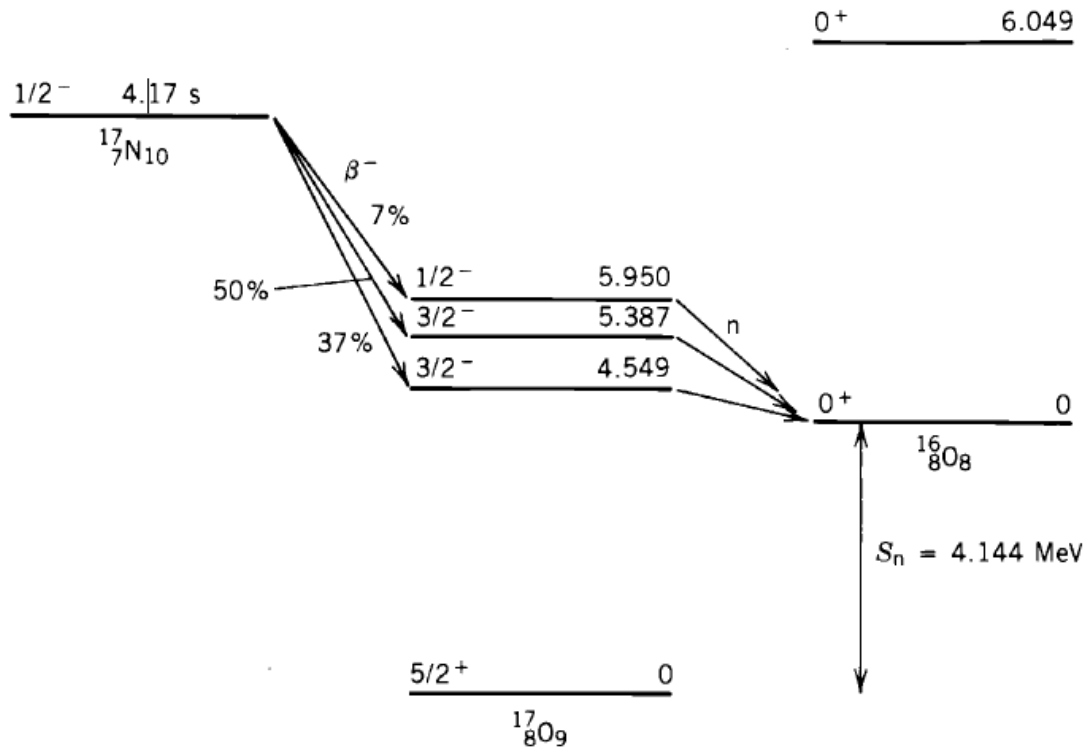
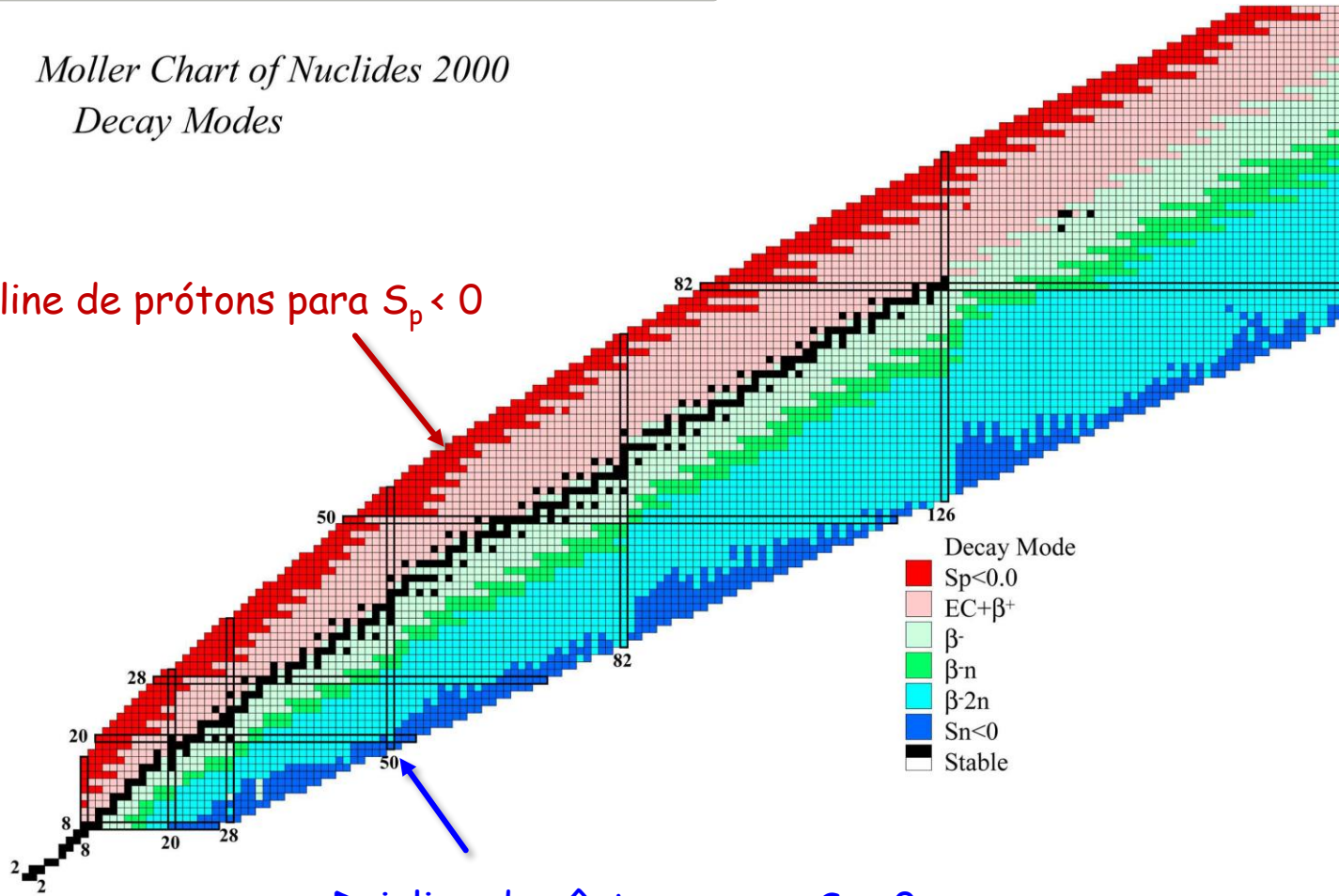


Figure 9.15 The β -delayed neutron decay of ^{17}N .

Moller Chart of Nuclides 2000
Decay Modes

Dripline de prótons para $S_p < 0$

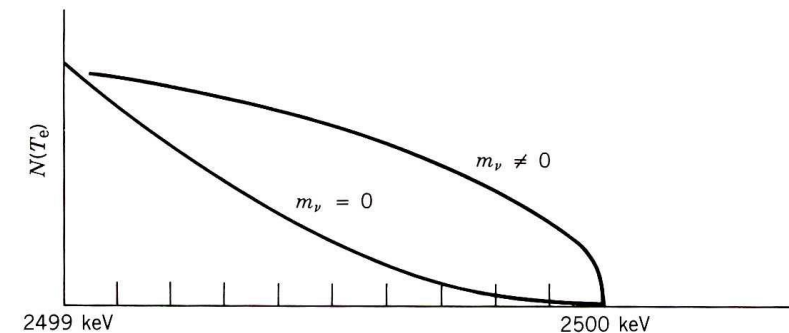
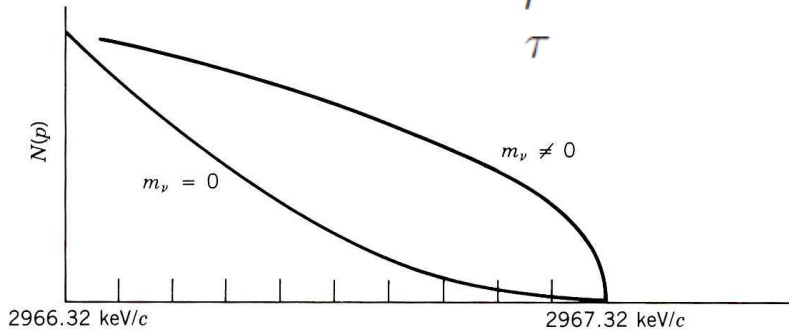


Dripline de nêutrons para $S_n < 0$

Massa do neutrino

- ❑ Capítulo 9 de Krane tem mais informações sobre decaimento- β .
- ❑ Ignoramos a massa do neutrino mas tem toda uma discussão e física por trás dos neutrinos.

lepton flavor	neutrino symbol	mass (eV)
e	ν_e	$0.04 \rightarrow 2.2$
μ	ν_μ	$< 1.70 \times 10^5$
τ	ν_τ	$< 1.55 \times 10^7$



- ❑ Podemos usar o decaimento- β para estudar a massa do neutrino.
- ❑ A extremidade do espectro de decaimento- β , próximo ao endpoint, é sensível a massa do neutrino.

Figure 9.6 Expanded view of the upper 1-keV region of the momentum and energy spectra of Figure 9.2. The normalizations are arbitrary; what is significant is the difference in the shape of the spectra for $m_\nu = 0$ and $m_\nu \neq 0$. For $m_\nu = 0$, the slope goes to zero at the endpoint; for $m_\nu \neq 0$, the slope at the endpoint is infinite.

6) O núcleo ^{57}Cu decai por emissão de um pósitron para o ^{57}Ni .

a) Considerando o modelo de camadas, determine o spin e paridade do estado fundamental de cada um desses núcleos e sugira um spin e paridade para o primeiro estado excitado de cada um desses núcleos.

b) Estime a energia de endpoint do espectro do pósitron para o decaimento do estado fundamental do ^{57}Cu para o estado fundamental do ^{57}Ni .

c) estime a meia vida desse decaimento. Dica: use a expressão abaixo transformando a integral de momento em energia onde $E=pc$ e $|M_{fi}|^2 \approx 1$, $g = 8.95 \times 10^{-44} \text{ MeV} \cdot \text{cm}^3$

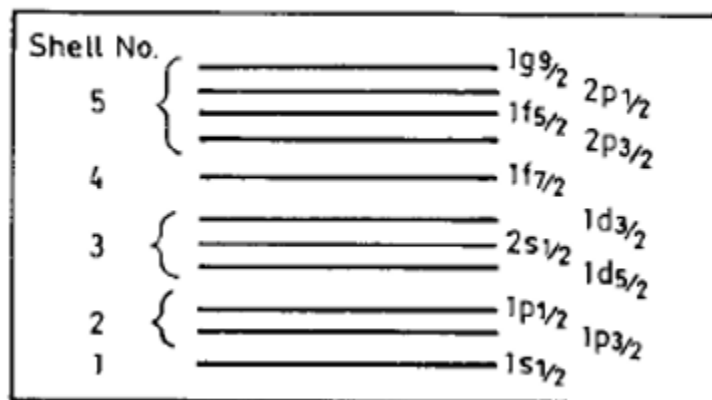
$$\lambda = \int_0^{p_0} \lambda(p) dp = B \int_0^{p_0} (Q - T_e)^2 p^2 dp$$

d) Discuta o decaimento em termos de Gamow-Teller e Femi.

a) Os núcleos ^{57}Cu e ^{57}Ni são núcleos espelhos com a mesma estrutura onde um nucleon está fora da camada duplamente fechada ($N=28$ e $Z=28$). O nucleon de valência do ^{57}Cu é um próton e o nucleon de valência do ^{57}Ni é um nêutron.

Estado fundamental: O nucleon de valência está na camada $2p_{3/2}$ e, portanto, o spin é $J^\pi=3/2^-$.

Estado excitado: o primeiro estado excitado corresponde a excitação do nucleon do orbital $2p_{3/2}$ para o orbital $1f_{5/2}$. Portanto o spin e paridade do primeiro estado excitado deve ser $J^\pi=5/2^-$.



b) Pela diferença de massa:

$$\begin{aligned}\Delta E &= M(Z+1, A)c^2 - M(Z, A)c^2 \\ &= \frac{3e^2}{5R}[(Z+1)^2 - Z^2] - (m_n - M_H)c^2 \\ &= \frac{3c\hbar}{5R} \left(\frac{e^2}{c\hbar} \right) (2Z+1) - (m_n - M_H)c^2 \\ &= \frac{3 \times 197 \times (2 \times 28 + 1)}{5 \times 1.2 \times 57^{1/3} \times 137} - 0.78 \\ &= 9.87 \text{ MeV}.\end{aligned}$$

O Q-da-reação será a máxima energia do positron e portanto a energia de endpoint é:

$$Q_{\beta^+} = [m({}_Z^A X_N) - m({}_{Z-1}^A X'_{N+1}) - 2m_e] c^2$$

$$Q = E_0 = \frac{p_0^2}{2m_e}:$$

$$E_0 = \Delta E - 2m_e c^2 \approx 9.87 - 1.02 \approx 8.85 \text{ MeV}$$

d) tempo de meia vida.

$$\lambda = \int_0^{p_0} \lambda(p) dp = B \int_0^{p_0} (Q - T_e)^2 p^2 dp \quad B = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3}$$

Com $E=pc$

$$\begin{aligned} \lambda_\beta &\approx \int_0^{p_0} I(p) dp \approx B \int_0^{E_0} (E_0 - E)^2 E^2 dE \\ &= BE_0^5 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{30} BE_0^5, \end{aligned}$$

$$B = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 c^6 \hbar^7} = 3.36 \times 10^{-3} \text{ MeV}^{-5} \text{ s}^{-1},$$

Note que o segundo B tem um termo $1/c^3$ a mais

$$\tau_{1/2} = \ln 2 / \lambda = \frac{30 \ln 2}{BE_0^5} = 0.114 \text{ s}$$

d)

Fermi $\Delta J=0$ e $\Delta\pi=+$ (sem mudança de paridade)

Gamow-Teller $\Delta J=0$ e $+1$ e $\Delta\pi=+$ (sem mudança de paridade)

a transição estado fundamental do ^{57}Cu para estado fundamental do ^{57}Ni :

$3/2^-$ para $3/2^-$ é $\Delta J=0$ e $\Delta\pi=+$ e pode ser tanto Fermi quanto Gamow-Teller

A transição do estado fundamental do ^{57}Cu para o primeiro estado excitado do ^{57}Ni

$3/2^-$ para $5/2^-$ é $\Delta J=1$ e $\Delta\pi=+$ pode ser tanto Fermi quanto Gamow-Teller também.