SME0320 - PROVA 1

Prof. Jorge Bazán
Semestre 2023-2 - 11/10/2023
Inicio: 08.10 Termina 10.00 am

Exercício 1. Considere um espaço amostral Ω e eventos A, B deste espaço amostral. Seja o evento $A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$. Suponha que $P(A) = P(B) = 1/4$ e que $P(A \triangle B) = 1/4$. Calcule $P(A \cup B)$ nos seguintes casos:

a) A e B independentes.

b) A e B não tem nenhuma característica especial.

Exercício 2. O número de petroleiros que chegam a uma refinaria em cada dia ocorre segundo uma distribuição Poisson, com $\lambda = 2$. As atuais instalações podem atender, no máximo, a três petroleiros por dia. Se mais de três aportarem num dia, o excesso é enviado a outro porto.

(a) Em um dia, qual a probabilidade de se enviar petroleiros para outro porto?

(b) De quanto deverão ser aumentadas as instalações para permitir atender a todos os navios que chegarem pelo menos em 95% dos dias?

Exercício 3. Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes com distribuição normal padrão.

a) O valor esperado de $X + Y$ e a variância de $(X - Y)/2$

b) A Probabilidade de que $P(X + Y > 2)$

Exercício 4. Seja a função de densidade conjunta das variáveis aleatórias X e Y dada por:

$$f(x, y) = k(x + 3xy^2), \quad y < x < 2; \quad 0 < y < 1$$

Calcule a constante k e determine a seguinte probabilidade condicional $P(X < 1 \mid Y > 0.5)$

Exercício 5. A função de probabilidade do vetor aleatório (X, Y) é dada a seguir

$X \mid Y$	-3	2	4
1	0,1	0,2	0,2
3	0,3	0,1	0,1

Calcule: $E(X \mid Y = 2)$ e a correlação $\rho(X, Y)$

Observação: Pode ser usado calculadora e o Material para a Prova 1 sem anotações, proporcionado. Considere duas casas decimais para a resposta.