

EMPUXOS DE TERRA

1. INTRODUÇÃO

Denomina-se de Empuxo de Terra à ação produzida pelo maciço terroso sobre as obras que com ele estão em contacto.

A determinação do empuxo de terra é fundamental na análise e projeto de obras como muros de arrimo, escoramentos, cortinas de estacas-prancha, construções de subsolos, encontros de pontes, etc.

As cargas que atuam sobre as estruturas de contenção dependem dos deslocamentos da estrutura. Tal fato foi demonstrado por Terzaghi (1934), conforme ilustra a figura abaixo. Para avaliar o empuxo de terra que atua sobre uma estrutura, Terzaghi construiu um modelo, utilizando areia pura, colocada atrás de um anteparo vertical, que podia sofrer movimentos de translação. Inicialmente mediu o valor da força necessária para manter o anteparo estático, portanto mediu o Empuxo em Repouso (E_0). A seguir provocou translações do anteparo de forma a afastá-lo da areia, até que se verificasse a ruptura da massa de areia. Ao valor da força sobre o anteparo, no instante da ruptura, denominou de Empuxo Ativo (E_a). Repetiu a experiência, empurrando o anteparo contra a massa de areia, até a ruptura. Ao valor da força neste estado final denominou de Empuxo Passivo (E_p). Dos resultados obtidos resulta um gráfico, com os valores da força sobre o anteparo em função da translação por ele sofrida nos dois sentidos.

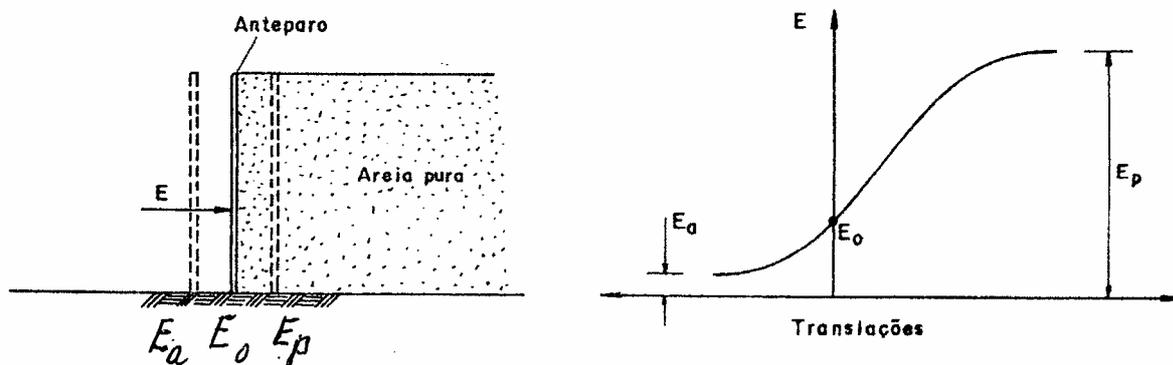


Figura 1

Verifica-se que empuxo passivo é muito maior do que o empuxo ativo. Observa-se também que o deslocamento necessário para se atingir a situação de empuxo ativo é bem menor do que a necessária para o empuxo passivo.

2. EMPUXO EM REPOUSO

Quando o maciço de solo atua sobre o anteparo sem que o mesmo se desloque, pode-se considerar que o maciço está em estado de repouso.

Como visto no curso de Mecânica dos Solos, o coeficiente de empuxo em repouso é a relação entre as tensões horizontais e verticais efetivas em condição de deformação lateral nula.

$$K_0 = \frac{\sigma'_{ho}}{\sigma'_v} \quad (1)$$

Conhecendo-se portanto K_0 , pode-se determinar o valor da tensão horizontal efetiva σ'_{ho} correspondente a condição em repouso:

$$\sigma'_{ho} = K_0 \sigma'_v \quad (2)$$

Em estruturas de suporte rígidas, admite-se que se geram tensões em repouso quando as deformações podem ser consideradas praticamente nulas, ou seja, em estruturas que não se deformem na horizontal. A mobilização desse tipo de tensões fica garantida se o movimento da estrutura for inferior a 0,05% da sua altura total.

O valor de K_0 depende de uma série de fatores, sendo os principais os seguintes: tipo de solo, ângulo de atrito efetivo (φ') e razão de sobreadensamento (RSA).

K_0 é de difícil determinação prática, tanto no laboratório quanto no campo. Em geral, é estimado a partir de correlações empíricas. Jaky (1944) mostrou que, em solos não coesivos e argilas normalmente adensadas, K_0 é dado simplificada pela seguinte expressão:

$$K_0 = 1 - \text{sen}\varphi' \quad (3)$$

No caso de argilas sobreadensadas, têm-se recomendado o uso da expressão:

$$K_0 = (1 - \text{sen}\varphi') \text{RSA}^{\text{sen}\varphi'} \quad (4)$$

A seguir apresentam-se alguns valores aproximados de K_0 :

Areia fofa: 0,45 a 0,50

Areia compacta: 0,40 a 0,45

Argila normalmente adensada: 0,5 a 0,7

Em argilas altamente sobre-adensadas, o K_0 pode ser superior a 1,0.

Uma vez avaliado o coeficiente de empuxo em repouso, o empuxo do terreno sobre a estrutura de suporte é calculado conforme indicado na figura 2. Considere-se uma estrutura de suporte de altura H que garante um estado de repouso para o solo suportado de peso específico γ e superfície horizontal. Nestas condições, a estrutura está sujeita a um diagrama de empuxo em repouso caracterizado por uma variação linear da tensão horizontal em função da profundidade z cuja resultante horizontal, designada por empuxo em repouso (E_0) tem o valor dado por:

$$E_0 = \int_0^H \sigma'_{h0} dz = \int_0^H K_0 \gamma z dz = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_0 \quad (5)$$

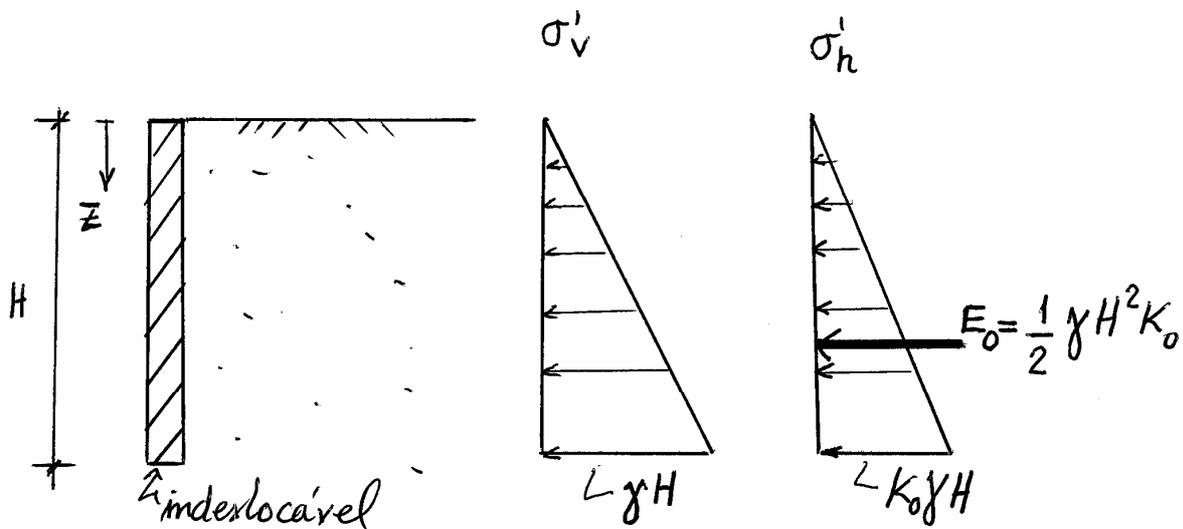


Figura 2

Exemplo

Calcular a força de empuxo em repouso E_0 e a força de empuxo hidrostático E_{hidr} para o anteparo abaixo. Considerar o anteparo indelocável.

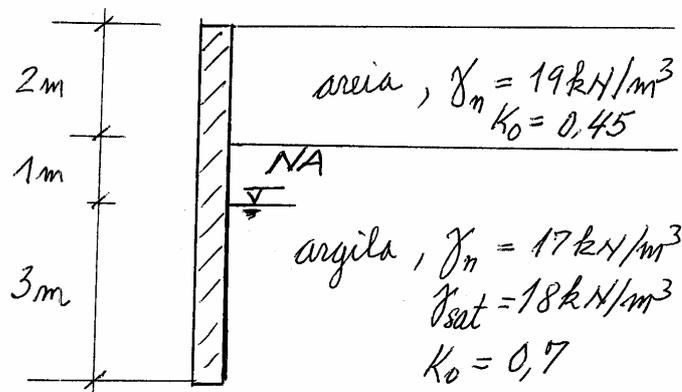


Figura 3

Profundidade (m)	σ'_v (kPa)	σ'_h (kPa)	u (kPa)
2	$19 \times 2 = 38$	$0,45 \times 38 = 17,1$ $0,7 \times 38 = 26,6$	0
3	$38 + 17 \times 1 = 55$	$0,7 \times 55 = 38,5$	0
6	$55 + 8 \times 3 = 79$	$0,7 \times 79 = 55,3$	$10 \times 3 = 30$

$$E_0 = 17,1 \times 2/2 + 26,6 \times 1 + 11,9 \times 1/2 + 38,5 \times 3 + 16,8 \times 3/2 = 17,1 + 26,6 + 5,95 + 115,5 + 25,2 = 190,35 \text{ kN/m}$$

Ponto de aplicação de E_0 (em relação à base):

$$d_0 = \{17,1 \times 4,67 + 26,6 \times 3,5 + 5,95 \times 3,33 + 115,5 \times 1,5 + 25,2 \times 1\} / 190,35 = 2,06 \text{ m}$$

$$E_{\text{hidr}} = 30 \times 3/2 = 45 \text{ kN/m}$$

Ponto de aplicação de E_{hidr} :

$$d_{\text{hidr}} = 1 \text{ m}$$

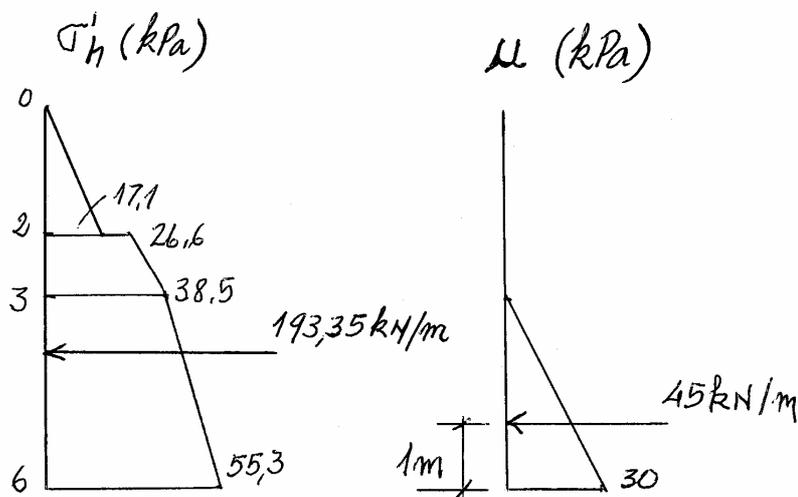


Figura 4

3. EMPUXOS ATIVO E PASSIVO

Ao contrário da hipótese de não deformabilidade admitida para o estado em repouso, considere-se agora que a estrutura de suporte se afasta progressivamente do solo, tal como se mostra simplificada na figura 1. Como já se referiu, este tipo de deformação conduz ao estado ativo e a estrutura é solicitada pela força chamada empuxo ativo.

Os deslocamentos no topo de um muro de paramento vertical de altura total H necessários para que seja mobilizado o estado ativo devem ser da seguinte ordem de grandeza: solos não coesivos 0,1 a 0,2% de H quando compactos e 0,2 a 0,4% de H quando fofos; solos coesivos 1 a 2 % de H quando duros e 2 a 5% de H quando moles.

Finalmente considere-se que a estrutura de suporte é empurrada contra o solo comprimindo-o, tal como ilustrado na figura 1. Nestas condições de deformação, evolui-se do estado de tensões em repouso para um estado designado por passivo. Para este estado, a estrutura é solicitada por uma força designada por Empuxo Passivo. As mesmas deformações horizontais suficientes para mobilizarem a totalidade do empuxo ativo apenas conseguem mobilizar cerca da metade da resistência passiva e o estado passivo só é atingido para deformações muito superiores.

Existem várias teorias para a determinação dos empuxos ativo e passivo. Será vista aqui somente a teoria proposta por Rankine (1857).

4. RELAÇÃO ENTRE AS TENSÕES PRINCIPAIS MAIOR E MENOR NA RUPTURA

Antes da apresentação da teoria de Rankine, é necessário deduzir a relação entre as tensões principais maior e menor na condição de ruptura.

Caso a – solos não coesivos

Da figura ao lado se deduz que:

$$\operatorname{sen}\varphi' = \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{\sigma_1' + \sigma_3'} \quad (6)$$

ou

$$\operatorname{sen}\varphi' = \frac{\sigma_1'/\sigma_3' - 1}{\sigma_1'/\sigma_3' + 1}$$

$$\operatorname{sen}\varphi' \frac{\sigma_1'}{\sigma_3'} + \operatorname{sen}\varphi' = \frac{\sigma_1'}{\sigma_3'} - 1$$

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_3'} (1 - \operatorname{sen}\varphi') = 1 + \operatorname{sen}\varphi'$$

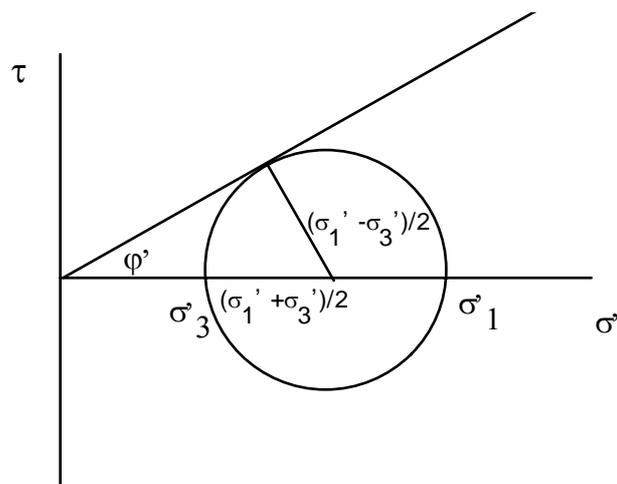


Figura 5

$$\frac{\sigma_1'}{\sigma_3'} = \frac{1 + \operatorname{sen}\varphi'}{1 - \operatorname{sen}\varphi'} = \operatorname{tg}^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) = N_\varphi \quad (7)$$

finalmente

$$\sigma_1' = N_\varphi \sigma_3' \quad (8)$$

caso b – solo coesivo

Da figura ao lado se deduz que:

$$\operatorname{sen}\varphi' = \frac{(\sigma_1' + \sigma_3')/2}{(\sigma_1' + \sigma_3')/2 + c'/\operatorname{tg}\varphi'} \quad (9)$$

que, após o desenvolvimento matemático, resulta em:

$$\sigma_1' = N_\varphi \sigma_3' + 2c' \sqrt{N_\varphi} \quad (10)$$

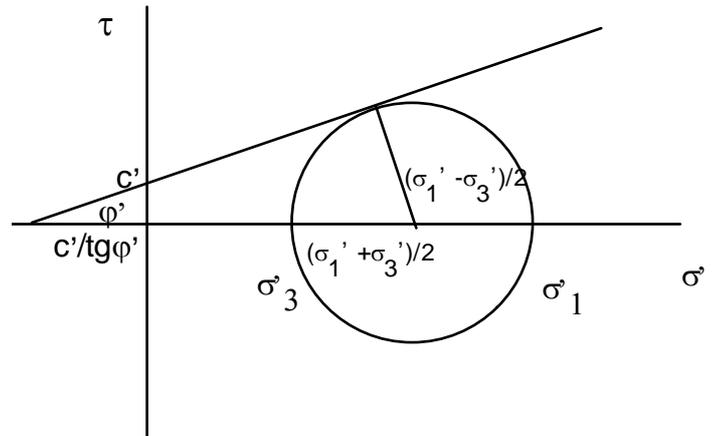


Figura 6

5. TEORIA DE RANKINE

A teoria de Rankine permite calcular os empuxos ativo e passivo atuantes sobre uma estrutura rígida que suporta um maciço em estado de equilíbrio limite. Originalmente estabelecida para solos não coesivos (granulares), foi posteriormente estendida para solos coesivos.

Serão discutidos dois casos, o primeiro referente à condição drenada e o segundo para a condição não drenada. Em ambos os casos, serão analisadas somente situações bem simples e idealizadas: admite-se superfície do terreno horizontal e cisalhamento no contacto solo – anteparo igual a zero.

5.1. Situação drenada

Sejam definidos os coeficientes de empuxo ativo e passivo:

$$K_a = \frac{\sigma'_{ha}}{\sigma'_v} \quad (11)$$

$$K_p = \frac{\sigma'_{hp}}{\sigma'_v} \quad (12)$$

5.1.1. Solo não coesivo

Seja um ponto P no contacto solo –anteparo. Para a condição em repouso, as tensões principais máxima e mínima são as tensões vertical e horizontal e valem:

$$\sigma'_1 = \sigma'_v = \gamma z \quad (13)$$

$$\sigma'_3 = \sigma'_{ho} = K_0 \sigma'_v = K_0 \gamma z \quad (14)$$

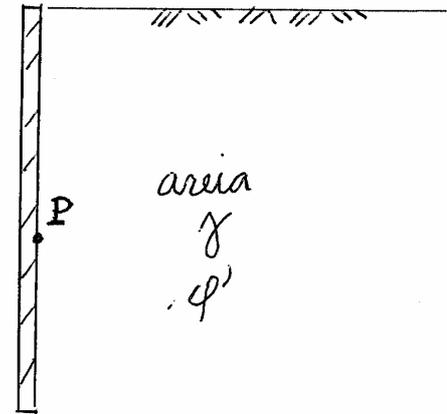


Figura 7

Caso ativo

Na figura 8 o círculo menor corresponde à condição em repouso.

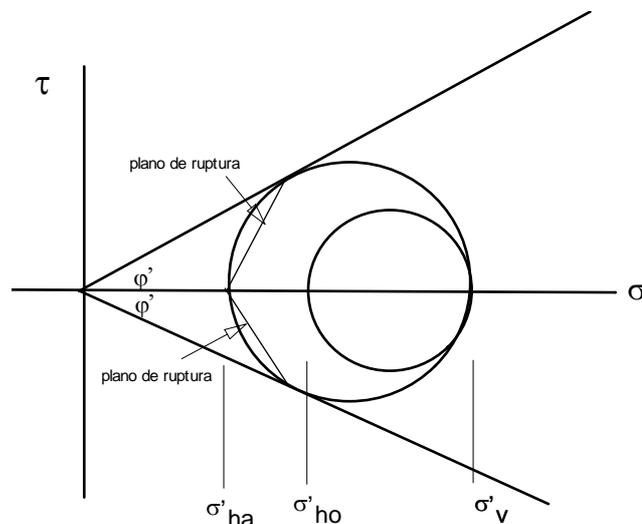


Figura 8

A evolução do estado em repouso para o estado ativo, a medida que o muro vai se afastando, é feita mantendo-se constante a tensão vertical efetiva e diminuindo-se gradativamente a tensão horizontal efetiva (figura 9).

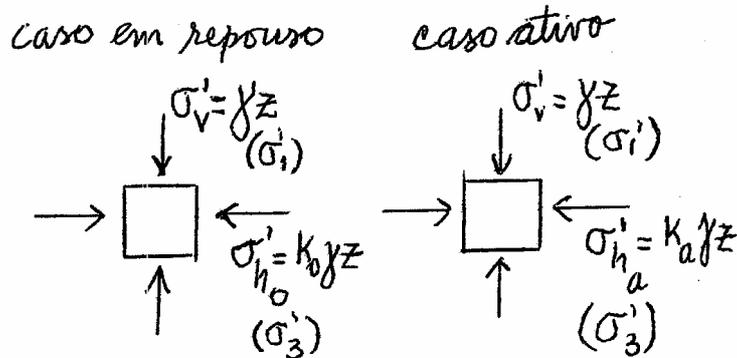


Figura 9

Como mostra a figura 8, para um certo valor de tensão horizontal efetiva, o círculo tangencia a envoltória de resistência, ocorrendo então a ruptura. Diz-se então que foi atingido o estado ativo.

Pela expressão (8), a relação entre as tensões principais efetivas em solo não coesivo vale:

$$\sigma'_1 = N_\phi \sigma'_3$$

$$\sigma'_v = N_\phi \sigma'_{ha}$$

$$\gamma z = N_\phi \sigma'_{ha}$$

e portanto:

$$\sigma'_{ha} = \frac{1}{N_\phi} \gamma z \quad (15)$$

$$\text{e} \quad K_a = \frac{1}{N_\phi} \quad (16)$$

A força de empuxo ativo é igual a:

$$E_a = \int_0^H \sigma'_{ha} dz = \int_0^H \frac{\gamma z}{N_\phi} dz = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{N_\phi} \quad (17)$$

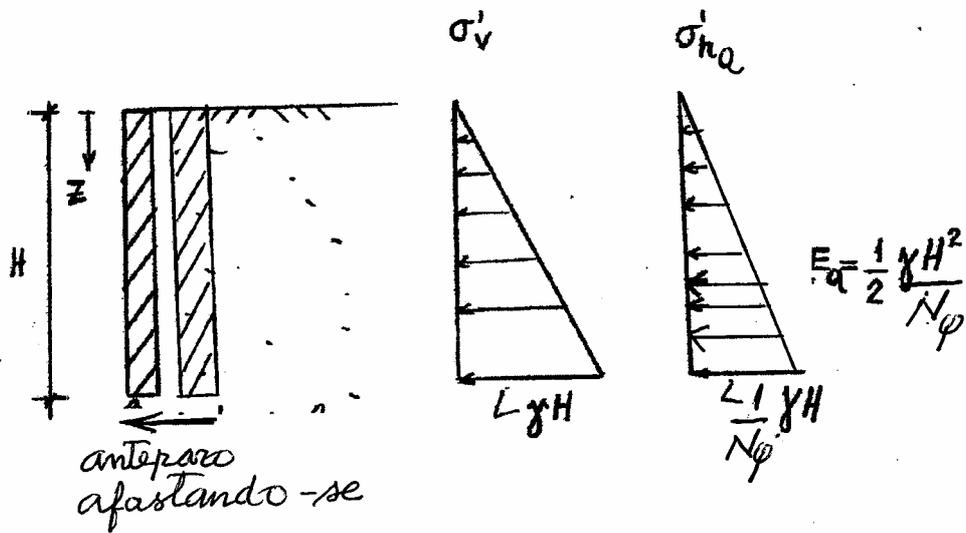


Figura 10

Os planos de ruptura (figura 8) formam um ângulo $\theta_r = 45^\circ + \frac{\phi'}{2}$ com o plano principal maior, ou seja, com o plano horizontal, como indicado na figura 11.

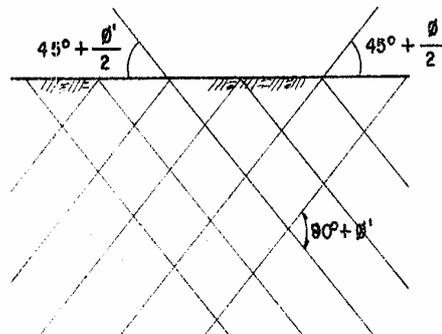


Figura 11

Caso passivo

Na figura 12, o círculo menor corresponde à condição em repouso.

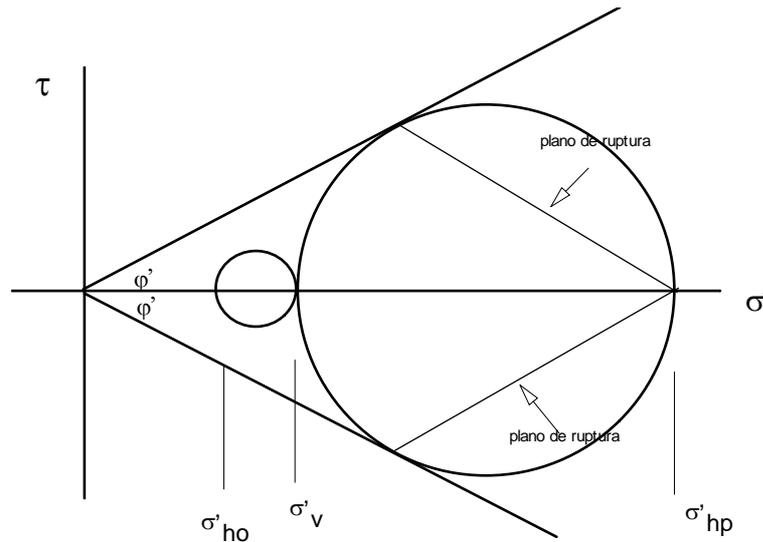


Figura 12

A evolução do estado em repouso para o estado passivo, a medida que o muro vai sendo empurrado contra o solo, é feita mantendo-se constante a tensão vertical efetiva e aumentando-se gradativamente a tensão horizontal efetiva (figura 13).

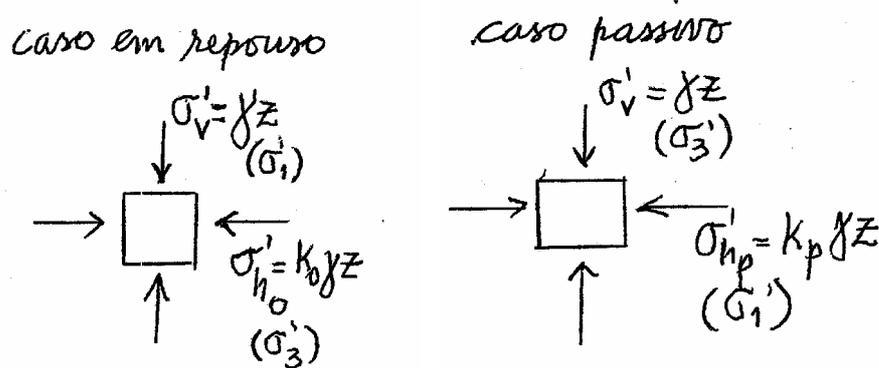


Figura 13

Com o aumento da tensão horizontal efetiva, esta ultrapassa a tensão vertical e finalmente, como mostra a figura 12, para um certo valor de tensão horizontal efetiva, o círculo tangencia a envoltória de resistência, ocorrendo então a ruptura. Diz-se então que foi atingido o estado ativo.

Pela expressão (8), a relação entre as tensões principais efetivas em solo não coesivo vale:

$$\sigma_1' = N_\phi \sigma_3'$$

mas neste caso a tensão horizontal efetiva é a tensão principal maior e:

$$\sigma'_{hp} = N_{\phi} \gamma z$$

resultando

$$\sigma'_{hp} = N_{\phi} \gamma z \quad (18)$$

$$e \quad K_p = \frac{\sigma'_{hp}}{\sigma'_v} = N_{\phi} \quad (19)$$

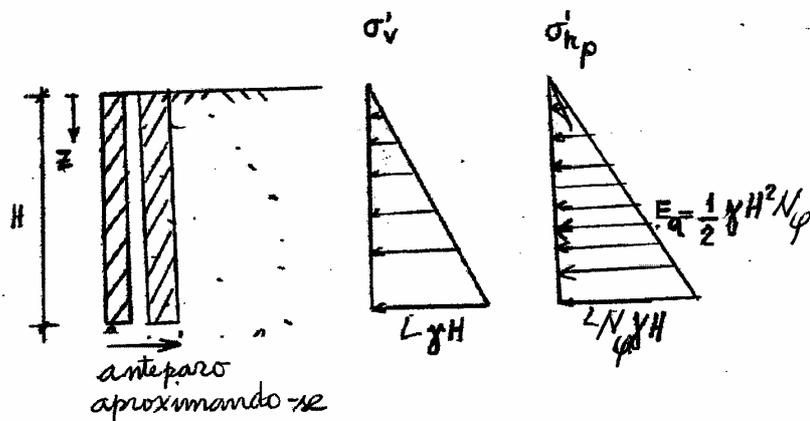


Figura 14

Os planos de ruptura formam um ângulo $\theta_r = 45^\circ + \frac{\phi'}{2}$ com o plano principal maior, que neste caso é o plano vertical.

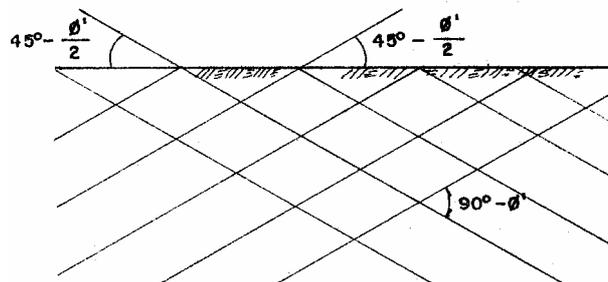


Figura 15

A força de empuxo passivo é dada por:

$$E_p = \int_0^H \sigma'_{hp} dz = \int_0^H N_{\phi} \gamma z dz = \frac{1}{2} \gamma H^2 N_{\phi} \quad (20)$$