

## Lista 11 - MAT-2454

(1) Calcule as derivadas parciais de segunda ordem das seguintes funções:

(a)  $f(x, y) = x^4y^3 + 3x + 6y$

(b)  $f(x, y) = \frac{1}{x^2} + \ln y$

(c)  $f(x, y) = e^{x^2y^3}$

(2) Considere a função  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{5x^2 + 2y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

Calcule  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$  e  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$ .

(3) Seja  $f(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2}$ . Verifique que  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 4f^2$ .

(4) Sejam  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  duas funções de classe  $C^2$  e  $a \in \mathbb{R}^*$ . Considere a função  $u(x, y) = f(x - ay) + g(x + ay)$ . Verifique que  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ .

(5) Seja  $z = f(x, y)$  uma função de classe  $C^2$  tal que  $\nabla f(3, 2) = (-1, 3)$ , e suponhamos que  $9 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(3, 2) + 6 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(3, 2) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(3, 2) = -2$ . Considere a função  $z(t) = f(3t^3, 3t - 1)$ . Calcule  $z''(1)$ .