

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - EACH
SIN5013 PRIMEIRA PROVA

1. (2.5 pontos) Suponha que $T(n) = \Omega(f(n))$. Demonstre que $f(n) = O(T(n))$. Coloque no final o valor de c e n_0 que foram encontrados para fazer essa demonstração.

2. (2.5 pontos) Seja a equação de recorrência:

$$T(1)=8$$

$$T(n)= 3T(n/3) +n, \text{ para } n>1 \text{ e } n \text{ potência de } 3.$$

Use indução matemática para mostrar que $T(n) = 8n + n \log_3 n$.

OBS: Não esqueça de demonstrar também o caso base.

3. (2.5 pontos) Resolva a seguinte equação de recorrência **de maneira exata** usando o **método da iteração** passo a passo:

$$T(1) = 3$$

$$T(n) = 2T(n/2) + n \text{ para } n \geq 2 \text{ e } n \text{ potência de } 2.$$

OBS: Não precisa usar indução para verificar o resultado.

4. (2.5 pontos) Considere o código apresentado a seguir.

```
/* n uma potencia de 3 */
void Sort2 (int* A, int i, int j)
{
    if ( i < j )
    {
        m = ( (j - i) + 1 )/3;
        Sort2( A , i , i + m - 1 );
        Sort2( A , i + m , i + 2*m - 1 );
        Sort2( A , i + 2*m , j );
        Merge( A , i , i + m , i + 2*m , j );
        /* Merge intercala A[i..(i+m-1)], A[(i+m)..(i+2m-1)] e A[i
           +2m..j] em A[i..j] a um custo ( (5n/3) -2 ) */
    }
}
```

Seja $G(n)$ o consumo de tempo do algoritmo "Sort2" em que A é um vetor. Considerando que $n=j-i+1$ e que n é uma potência de 3, encontre a equação de recorrência, isto é deduza do algoritmo a recorrência que define $G(n)$. Não é necessário resolver a equação, apenas identifi-cá-la. O algoritmo "Merge" intercala os 3 subvetores e tem um custo de $5n/3-2$.

OBS: Não esqueça do caso base.