

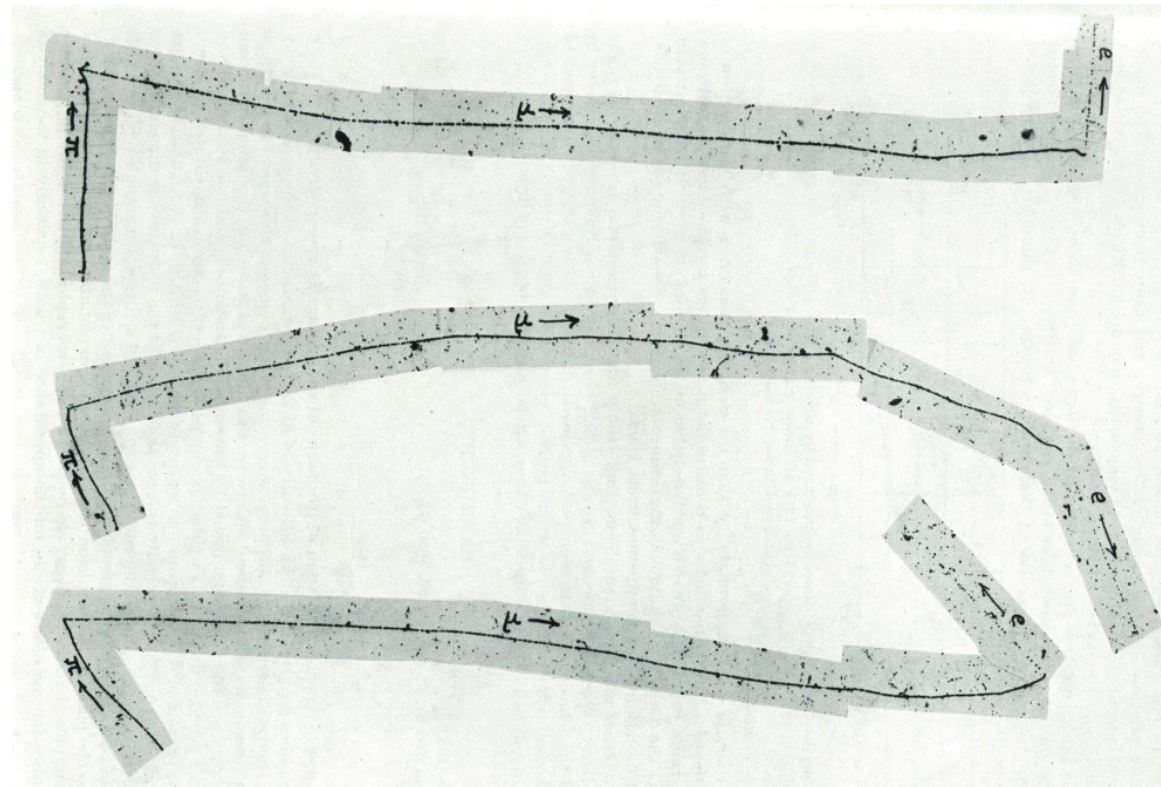
# Introdução à Física de Partículas Elementares (Física Moderna IIA)

## Aula 12

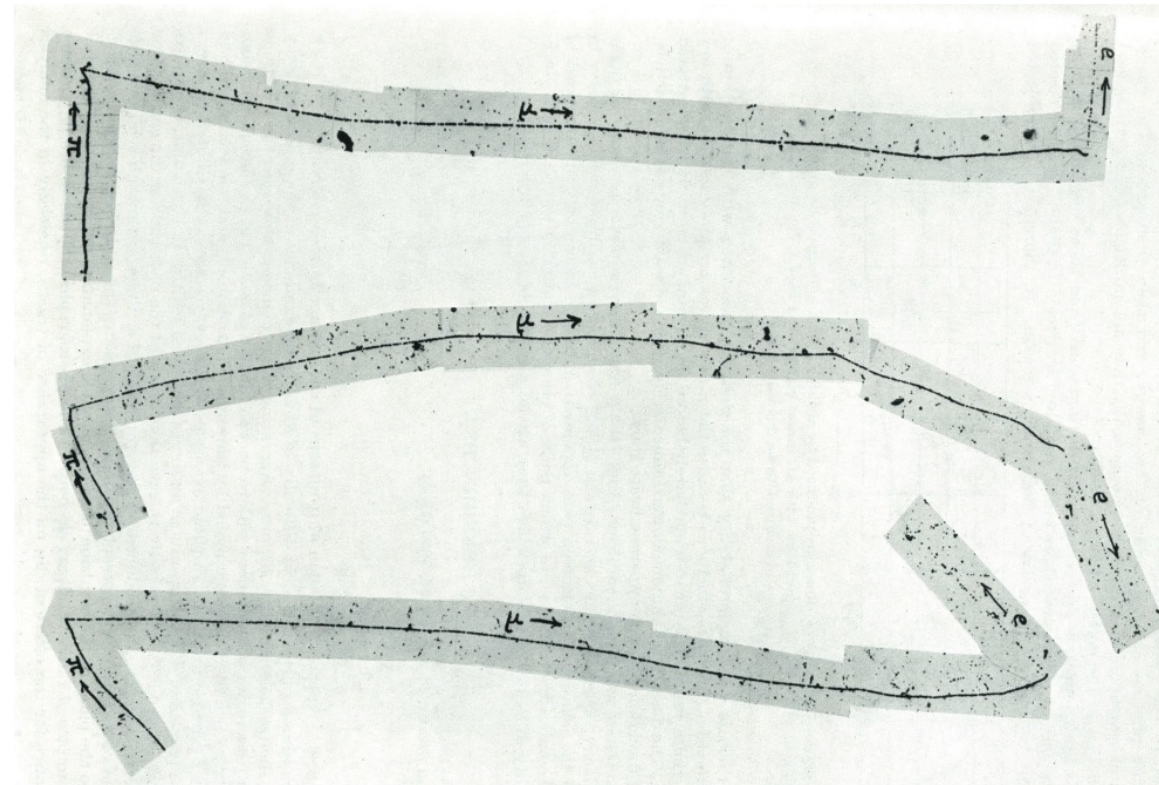
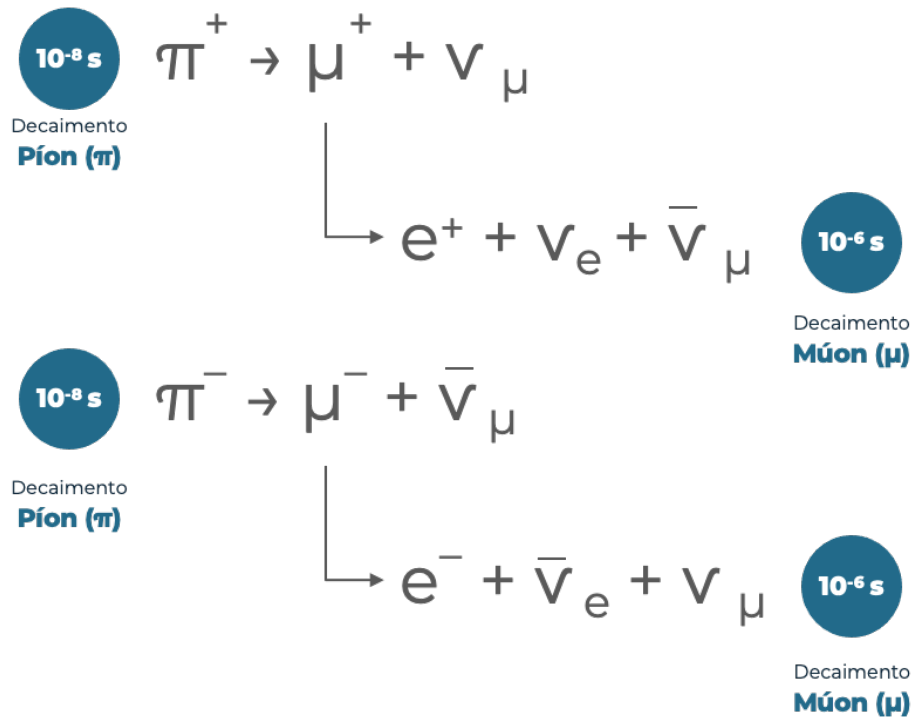
### *Diagramas de Feynman*

# Descoberta de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )

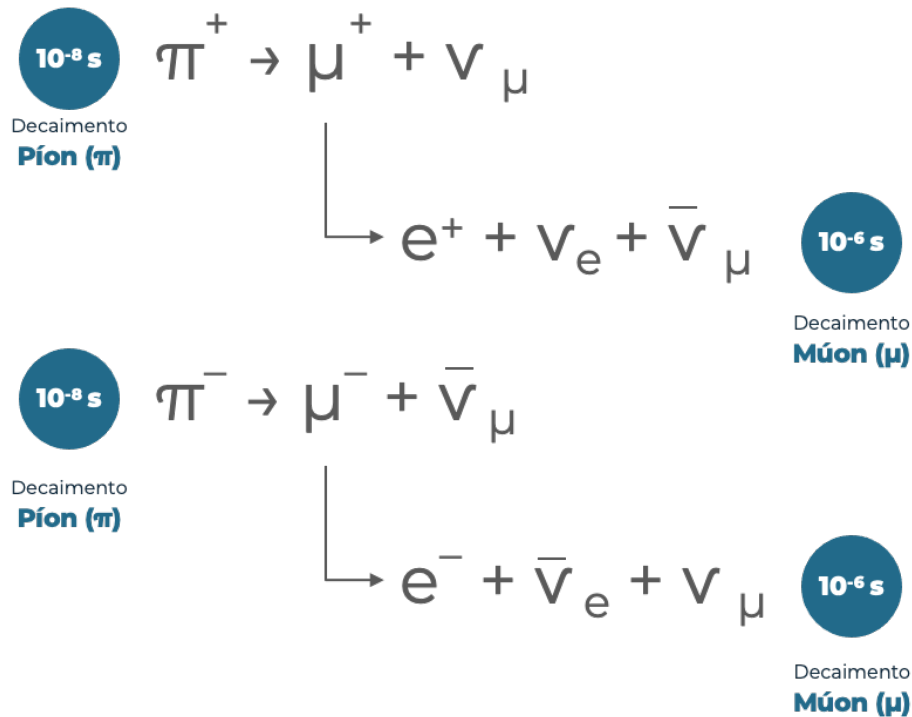
- A busca pelo méson de Yukawa revelou a existência de duas partículas
- Os píons ( $\pi$ ), partícula prevista por Yukawa, decaía em múons ( $\mu$ ) que por sua vez decaíam em elétrons ( $e$ )



# Descoberta de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )



# Descoberta de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )

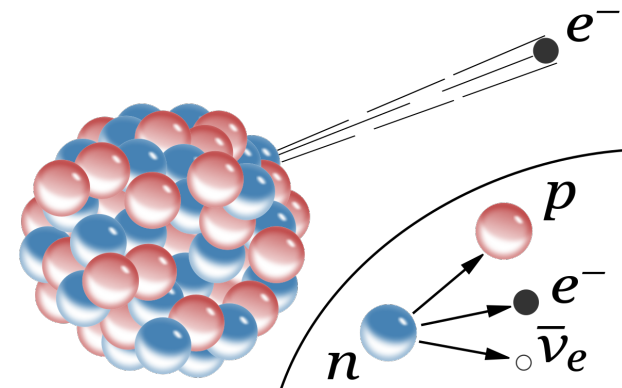
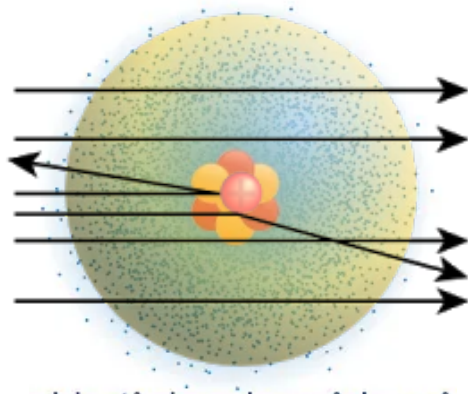


- Por que os tempos de vida média de píons ( $\pi$ ) e múons ( $\mu$ ) são tão diferentes?
- Além disso, a probabilidade de interação de múons ( $\mu$ ) indicava ser menor do que com píons ( $\pi$ ). Por quê?

# Como avançar?

- Em termos experimentais, estabeleceu-se nesta época duas formas de se estudar a estrutura elementar da matéria: decaimentos e colisões

Medidas da  
Seção de  
Choque

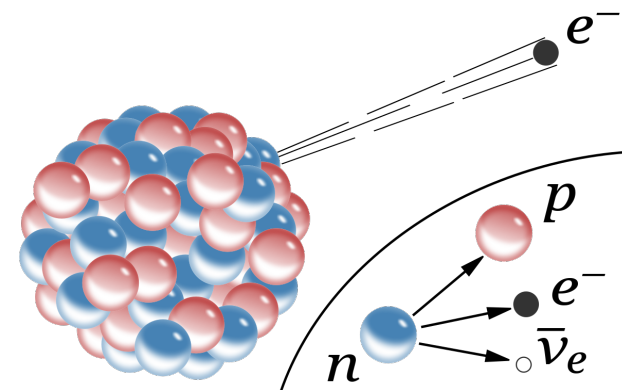
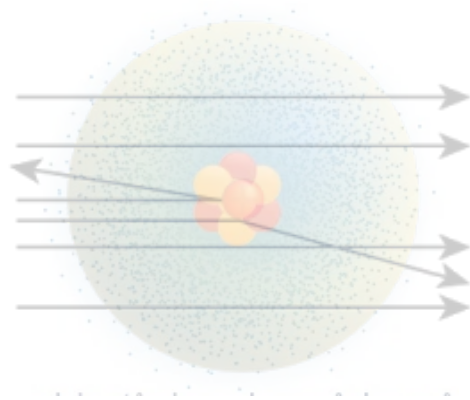


Medidas do  
Tempo de  
Vida Média

# Como avançar?

- Em termos experimentais, estabeleceu-se nesta época duas formas de se estudar a estrutura elementar da matéria: decaimentos e colisões

Medidas da  
Seção de  
Choque



Medidas do  
Tempo de  
Vida Média

# Decaimento de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )

- Podemos determinar precisamente o tempo que estas partículas ou até mesmo núcleos levam para decair?
- Não, pois experimentalmente, observamos que esse tempo não é fixo para diferentes “indivíduos” de um mesmo elemento
- Se temos uma amostra de certas partículas ou elementos, seu número original diminui (decai) exponencialmente com o tempo



# Decaimento de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )

- Essa observação leva a uma interpretação probabilística de decaimentos
- O decaimento de núcleos, píons e múons são processos estatísticos, ou seja, impossível de prever exatamente o instante em que ele ocorrerá
- Portanto, temos que lidar com amostras e probabilidades



# Taxa de Decaimento

- Se temos uma amostra  $N(t)$  de partículas em um certo instante, uma fração  $\Gamma$  dessas partículas decairá no intervalo de tempo seguinte ( $dt$ ), levando a um decréscimo  $dN$  de partículas

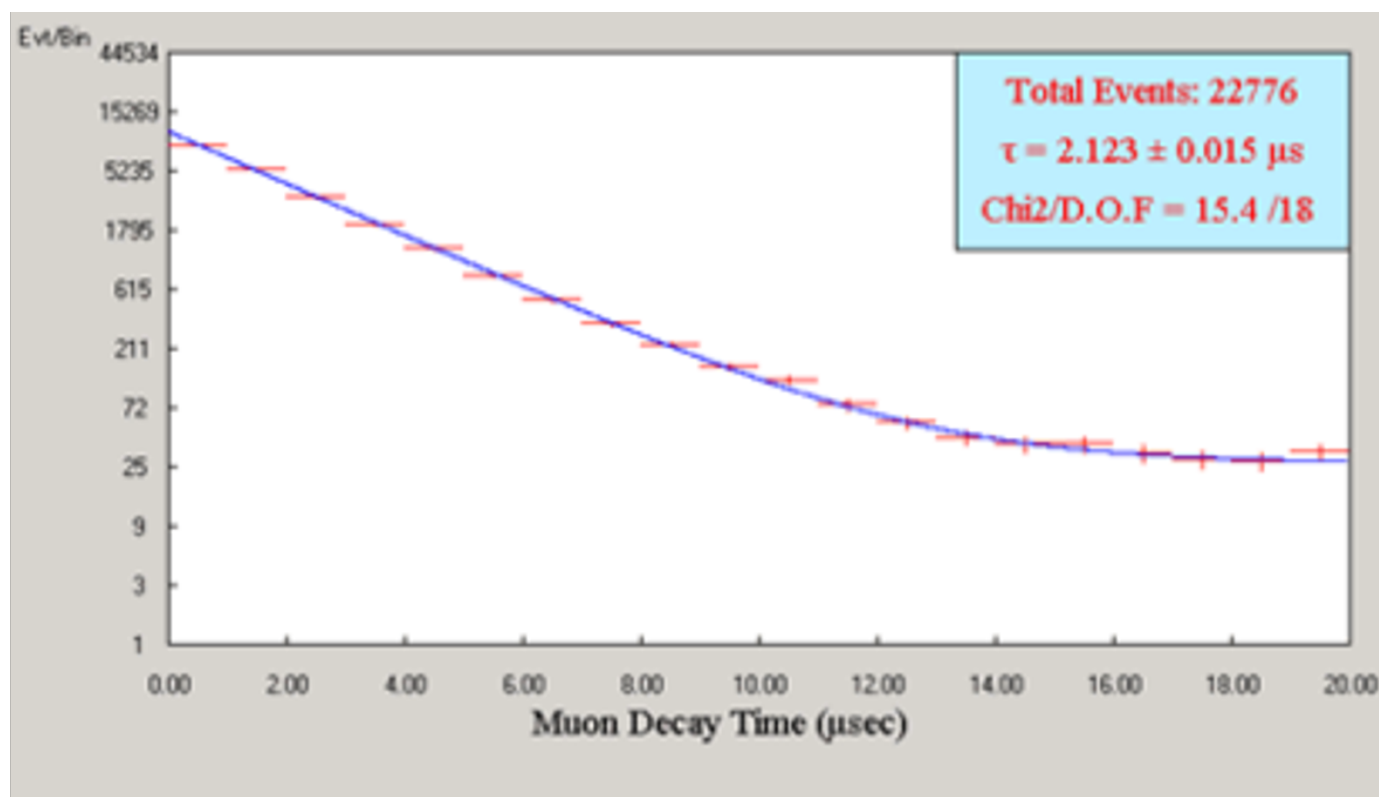
$$dN = -\Gamma N dt$$

- Essa equação tem como solução

$$N(t) = N(0)e^{-\Gamma t}$$

- sendo  $\Gamma$  a taxa de decaimento dessas partículas

# Taxa de Decaimento

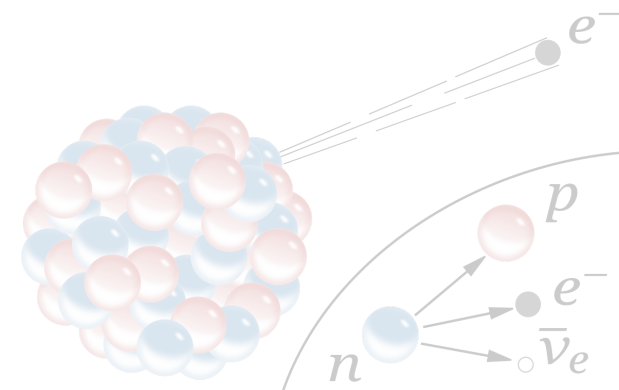
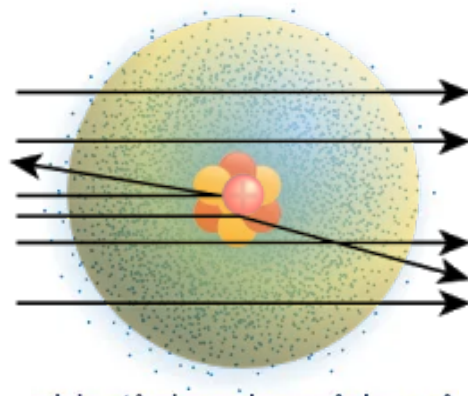


<https://www.teachspin.com/muon-physics>

# Como avançar?

- Em termos experimentais, estabeleceu-se nesta época duas formas de se estudar a estrutura elementar da matéria: decaimentos e colisões

Medidas da  
Seção de  
Choque



Medidas do  
Tempo de  
Vida Média

# Colisões entre partículas

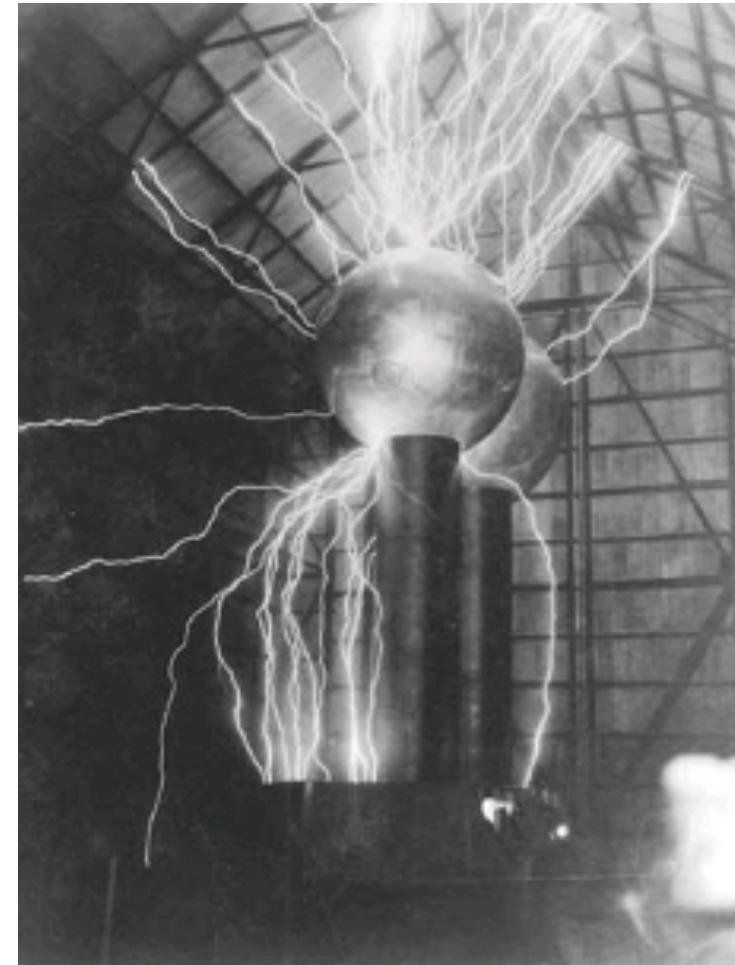
- Em 1909, a descoberta do núcleo atômico havia sido feita a partir de colisões entre partículas
- Porém, inicialmente, essas colisões limitavam-se a emissões radioativas
- Nas palavras de Rutherford em 1928: *"I have long hoped for a source of positive particles more energetic than those emitted from natural radioactive substances"*

# Aceleradores de Partículas

- Equipamentos com capacidade de acelerar (levar do repouso até altíssimas velocidades) diferentes tipos de partículas e provocar a colisão entre elas
- A força elétrica é usada para acelerar e a magnética para direcionar o feixe de partículas
- O desafio, portanto, era criar fontes de alta tensão elétrica e bastante estáveis

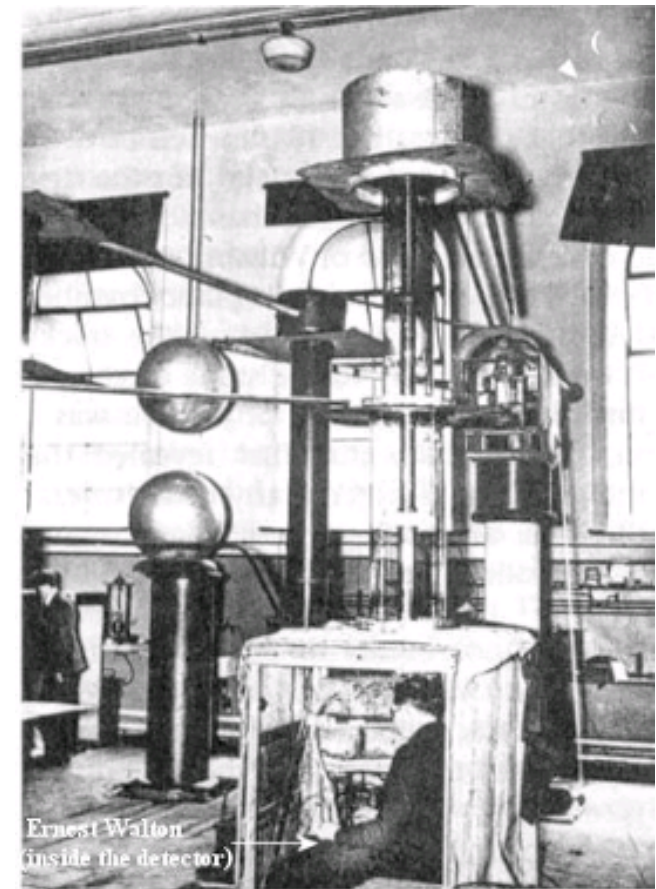
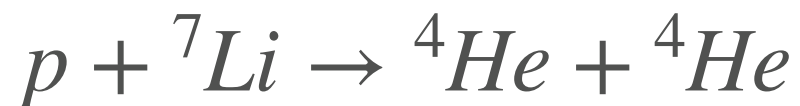
# Van de Graaf

- Em 1929, o engenheiro americano Robert Van de Graaf desenvolve um equipamento para criar altas tensões usando correias para transportar a carga elétrica a terminais



# Cockcroft e Walton

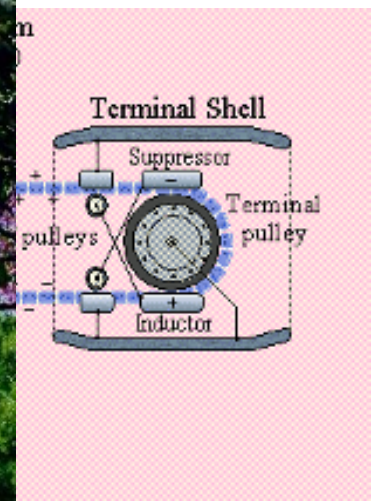
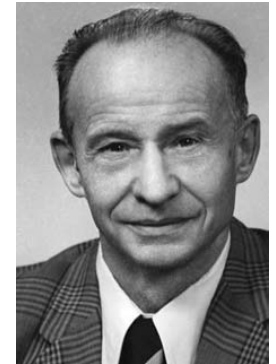
- Quase em paralelo, John Cockcroft e Ernest Walton criam em 1932 em Cambridge, um outro equipamento para gerar altas tensões e ser usado como acelerador de partículas
- Com o seu equipamento, a primeira reação nuclear foi estudada:





# Wisconsin

- Também nessa época, Raymond Herb da Universidade de Wisconsin desenvolveu diversas melhorias
- Em 1965, ele cria os aceleradores tipo Pelletron, que o Brasil foi o primeiro a adquirir



# Descoberta do Núcleo Atômico

- Geiger e Marsden (1909) observam o resultado do bombardeamento de partículas- $\alpha$  em finas folhas de certos materiais, medindo o número de partículas espalhadas em função do ângulo
- Para a surpresa de todos, eles observam partículas espalhando em ângulos bastante traseiros

Fig. (D) Scattering of  $\alpha$  rays by an atom

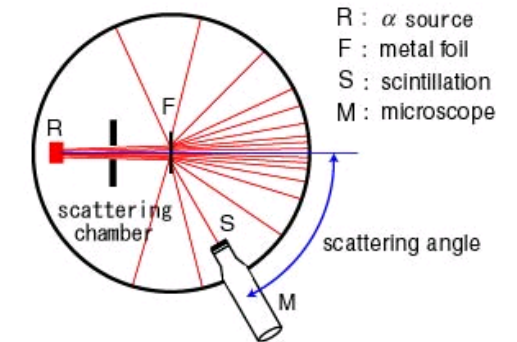
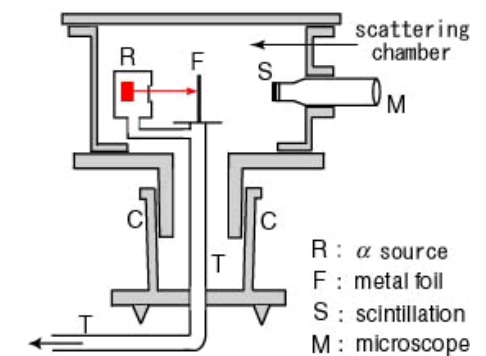


Fig. (E) Setting of the experiment



# Descoberta do Núcleo Atômico

- Em 1911, Rutherford publica um artigo deduzindo a expressão para o espalhamento de partículas- $\alpha$  em função do ângulo  $\theta$  de espalhamento

$$dN = N(\theta)d\theta = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Zze^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{I \cdot \rho \cdot t}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} 2\pi \cdot \text{sen}(\theta)d\theta$$

- Esse resultado é melhor representado a partir do conceito de seção de choque

## Normalizando as medidas: Definição de seção de choque

- Ao incidir um feixe de partículas sobre um alvo, o número de partículas por unidade de tempo que irão interagir com o alvo ( $N$ ) é proporcional ao número de partículas por unidade de tempo no feixe (intensidade do feixe -  $I$ ) e o número de átomos no alvo por unidade de área ( $n$ ):

$$N \propto I \cdot n$$

- A constante de proporcionalidade depende dos processos físicos envolvidos na interação e é chamada de seção de choque ( $\sigma$ ):

$$N = \sigma \cdot I \cdot n$$

# Seção de Choque

- A seção de choque tem unidade de área:

$$\sigma = \frac{N}{I \cdot n} \Rightarrow \frac{\text{partículas/s}}{\text{partículas/s} \cdot \text{partículas/área}} = \text{área}$$

- Ela corresponde a uma área efetiva que o projétil deve entrar para interagir com o alvo
- Uma interpretação melhor para a seção de choque é simplesmente a probabilidade de interação

# Seção de choque diferencial

- A seção de choque diferencial ( $d\sigma/d\Omega$ ) fornece o número de partículas espalhadas em um dado elemento de ângulo sólido  $d\Omega$ , ou seja:

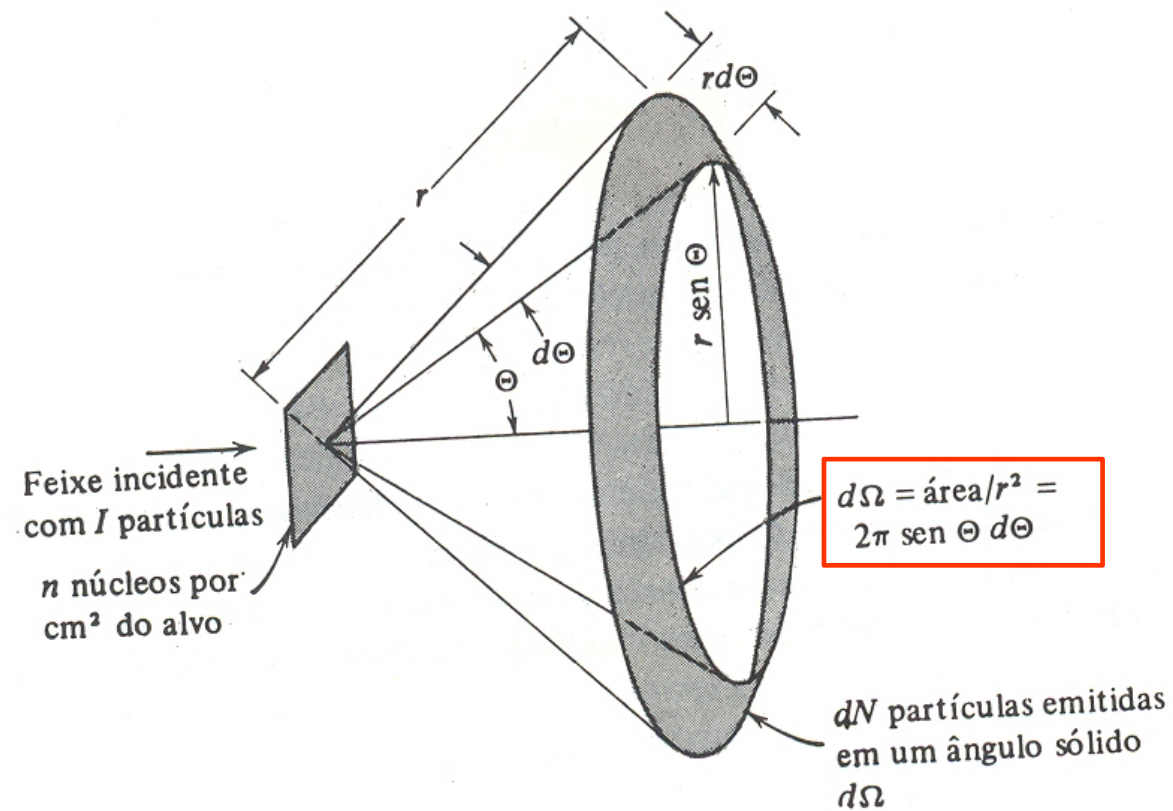
$$dN = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot I \cdot n \cdot d\Omega$$

$I$  = intensidade do feixe

$n$  = centros espalhadores por unidade de área

$$n = \rho \cdot t$$

# Seção de choque diferencial





# Seção de choque diferencial de Rutherford

• Portanto, como:  $dN = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot I \cdot n \cdot d\Omega$

e:

$$dN = N(\theta)d\theta = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Zze^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{I \cdot \rho \cdot t}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} 2\pi \cdot \text{sen}(\theta)d\theta$$

tem-se que:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{I \cdot n \cdot d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Zze^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{1}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

# O sucesso da descrição de Rutherford?

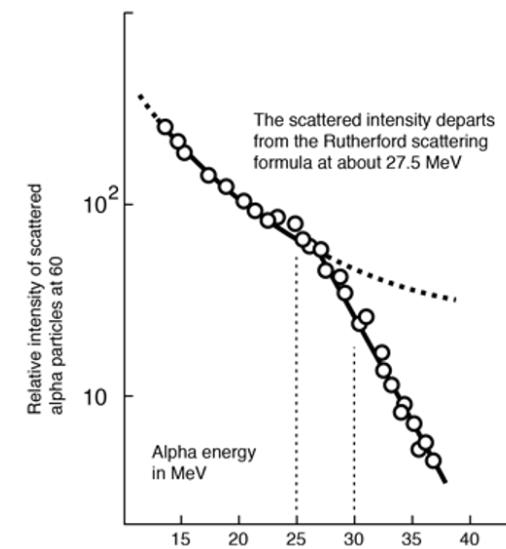
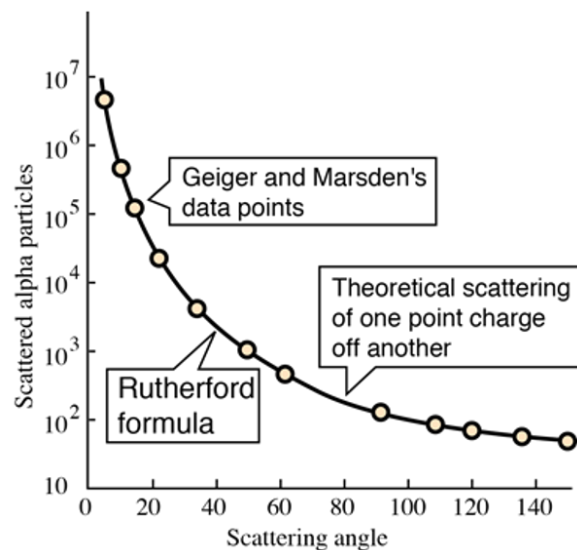
- Note que Rutherford só conseguiu fazer uma descrição da seção de choque pois ele conhecia o comportamento matemático da interação Coulombiana

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{I \cdot n \cdot d\Omega} = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left( \frac{Zze^2}{2mv^2} \right)^2 \frac{1}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

- Será que Rutherford conseguiria descrever o espalhamento se a forma matemática da força elétrica não fosse conhecida?

# As limitações da descrição de Rutherford

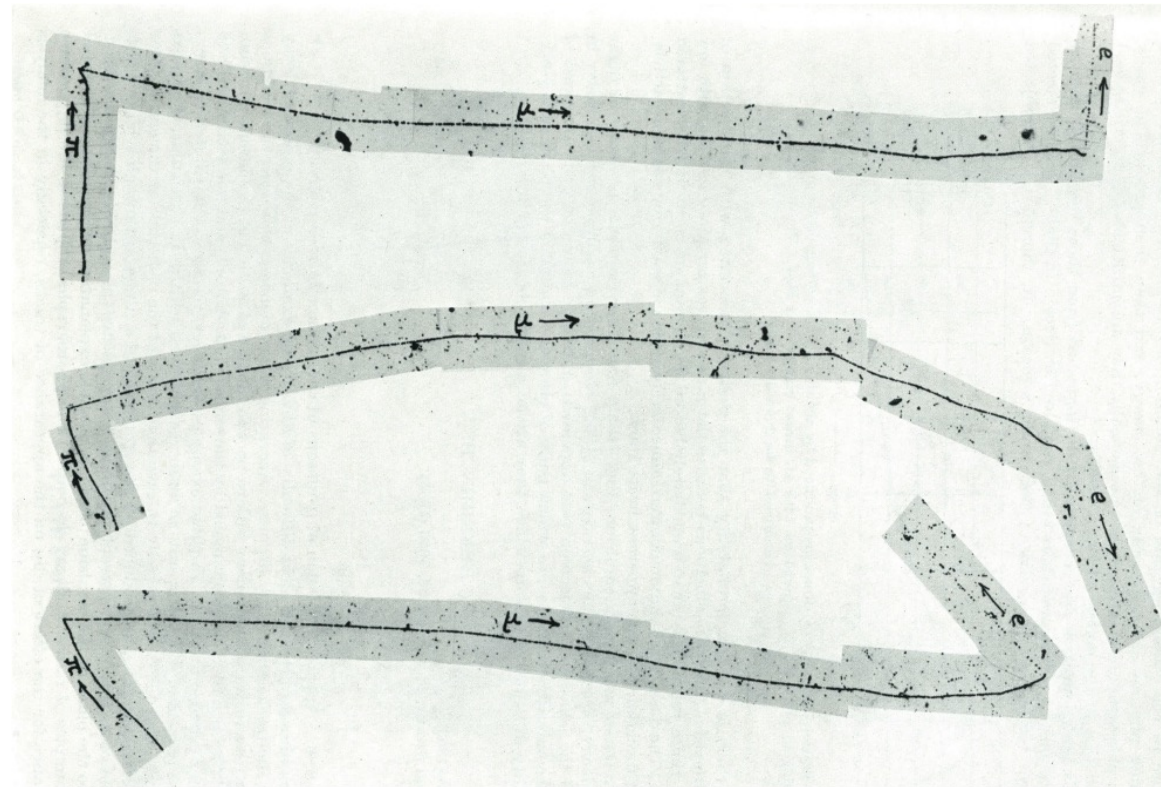
- Boa descrição até o momento em que as interações nucleares passam a exercer influência



- Como descrever teoricamente uma interação que não conhecemos a forma matemática?

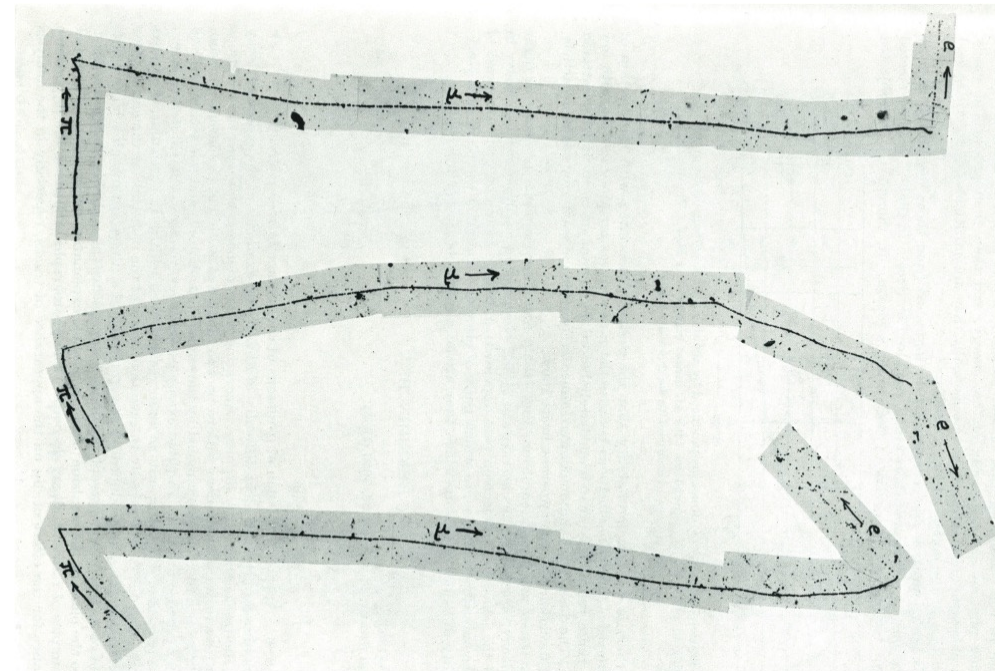
# Seção de choque de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )

- Para além da vida média, na época também foram medidas as seções de choque de interação de múons ( $\mu$ ) e píons ( $\pi$ ) com núcleos atômicos



# Seção de choque de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )

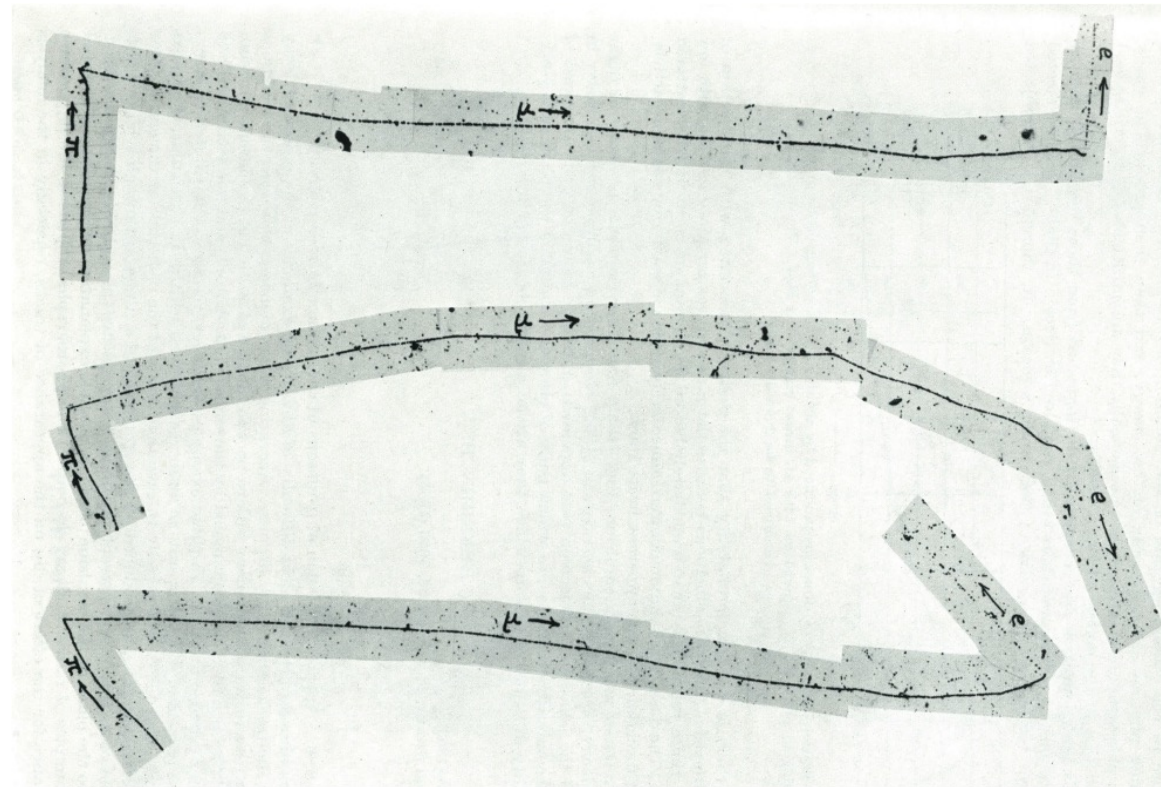
- Apesar de mesma carga e massas próximas  
 $m_\pi = 140\text{MeV}/c^2$  e  $m_\mu = 105\text{MeV}/c^2$
- múons ( $\mu$ ) e píons ( $\pi$ ) possuíam seções de choque significativamente diferentes  
 $\sigma_\pi \approx 10^{-26}\text{m}^2$  e  $\sigma_\mu \approx 10^{-28}\text{m}^2$
- A probabilidade de interação com múons ( $\mu$ ) indicava ser menor do que com píons ( $\pi$ )





# Seção de choque de Múons ( $\mu$ ) e Píons ( $\pi$ )

- Por que as seções de choque de píons ( $\pi$ ) e múons ( $\mu$ ) são tão diferentes?
- Píons ( $\pi$ ) parecem interagir mais fortemente e múons ( $\mu$ ) mais fracamente.
- Será que eles são regidos pelas mesmas interações?



# Descrição Teórica

- A fundamental importância desses dois observáveis é o fato de permitirem uma conexão entre o experimento e a teoria
- Portanto, é preciso encontrar uma forma de descrever teoricamente esses observáveis a partir da física quântica



# Emissão de Fótons

- Em 1927, Dirac propõe uma forma de tratar a emissão espontânea de fótons por átomos excitados



- Ele utiliza da chamada abordagem perturbativa, ou seja, a emissão pode ser tratada como uma perturbação no estado inicial do átomo que leva ao estado final mais o fóton

# Regra de ouro de Fermi

- Em 1933, Fermi propõe uma forma para descrever o decaimento beta baseando-se nesse trabalho de Dirac
- Essa expressão é conhecida como regra de ouro de Fermi

# Regra de ouro de Fermi

- A regra diz que a taxa de transição (ou decaimento) de um estado inicial ( $i$ ) para um estado final ( $f$ ) é dada por:

$$\Gamma_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E)$$

- onde  $|M_{fi}|^2$  é a probabilidade de transição do estado inicial para o final e  $\rho(E)$  é a densidade de estados finais com energia  $E$

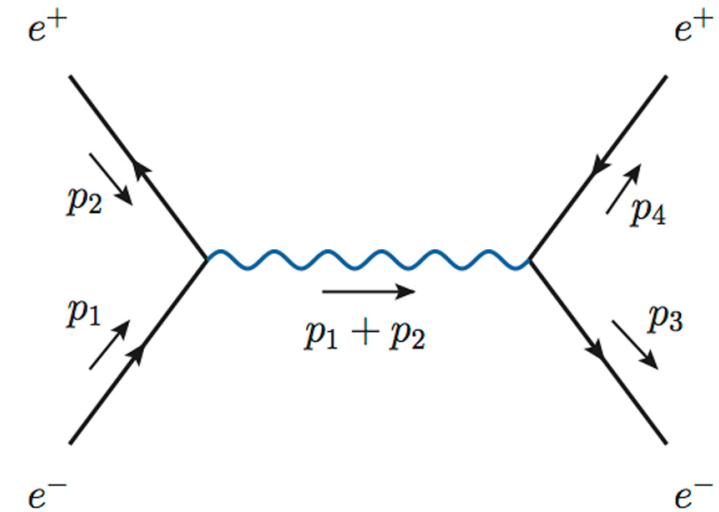
# Diagramas de Feynman

- O fator  $M_{fi}$ , chamado de amplitude de probabilidade, é que contém toda a física envolvida no processo considerado e precisa ser calculado
- Feynman, em 1948, propôs uma formulação do eletromagnetismo quântico estabelecendo regras que facilitam o cálculo dessas amplitudes de probabilidade



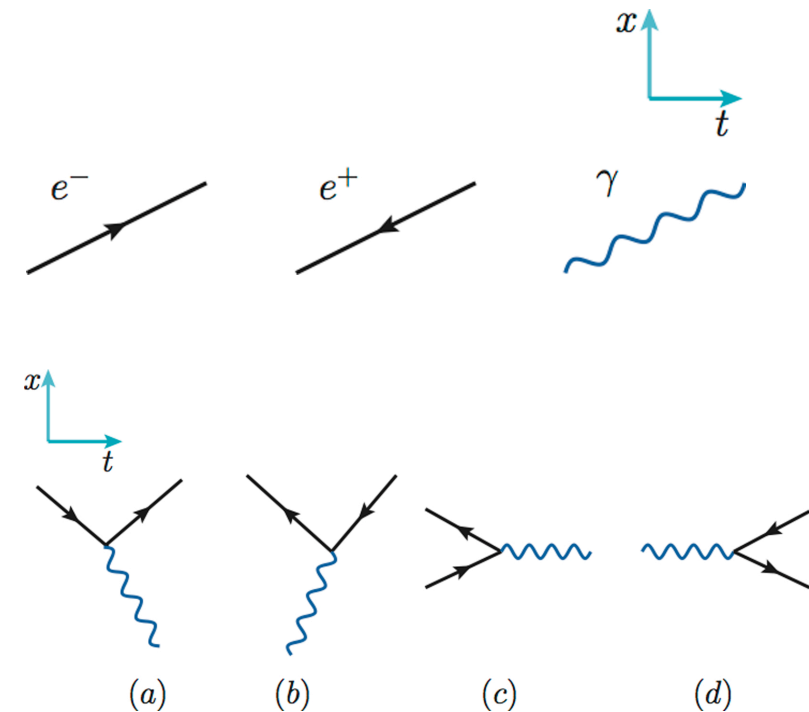
# As regras de Feynman

- Os diagramas de Feynman essencialmente representam um processo físico do tipo *partículas iniciais*  $\rightarrow$  *interação*  $\rightarrow$  *partículas finais*
- a partir de uma série de regras que facilitam o cálculo de  $M_{fi}$



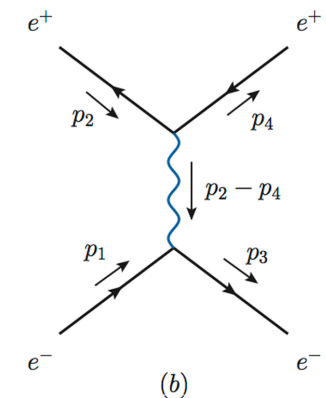
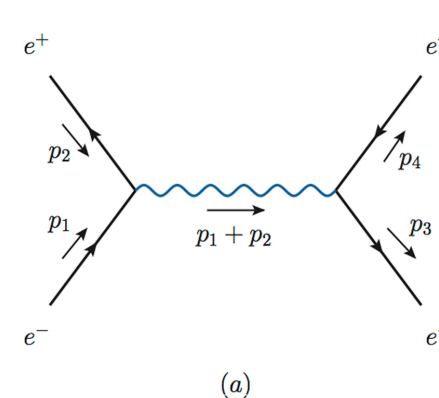
# As regras de Feynman

- Inicialmente, precisamos decidir o que significa cada direção do diagrama (tempo e espaço)
- Linhas cheias são usadas para as partículas, com flechas no sentido do tempo para matéria e no sentido oposto para antimatéria
- Linhas diferentes são usadas para as partículas virtuais
- As interações são representadas por vértices



# Espalhamento Bhabha

- Vamos tomar como exemplo o espalhamento de um elétron em um pósitron
- Para esse espalhamento, duas possibilidades devem ser consideradas:
  - o elétron e o pósitron se aniquilando, produzindo um fóton virtual que em seguida cria um par elétron-pósitron
  - a emissão de um fóton virtual por uma das partículas que interage com a outra





# As regras de Feynman

- Feynman calculou uma expressão matemática para cada elemento do diagrama

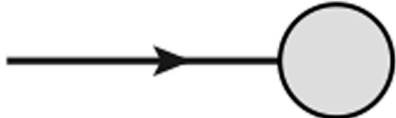
$$\text{wavy line} = \frac{-ig^{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon}$$

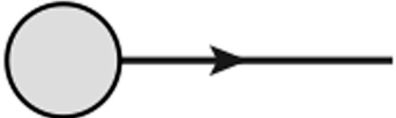
$$\text{fermion line} = \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 + m^2 + i\epsilon}$$

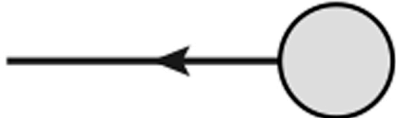
$$\text{fermion-fermion-photon vertex} = -ie\gamma^\mu$$

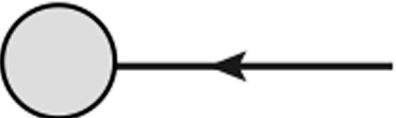
# As regras de Feynman

- Feynman calculou uma expressão matemática para cada elemento do diagrama
- Combinando essas expressões com os spinores da equação de Dirac, é possível calcular  $M_{fi}$


 $= u(p)$


 $= \bar{u}(p)$



 $= \bar{v}(p)$

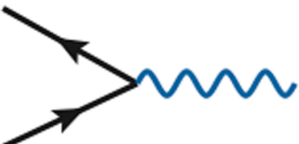

 $= v(p)$

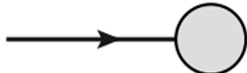
# Espalhamento Bhabha

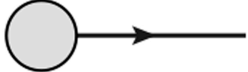
$$iM_{fi}^a = (-ie^2)[\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1 + p_2)^2} [\bar{u}(p_3)\gamma^\nu v(p_4)]$$


 $= \frac{-ig^{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon}$


 $= \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 + m^2 + i\epsilon}$

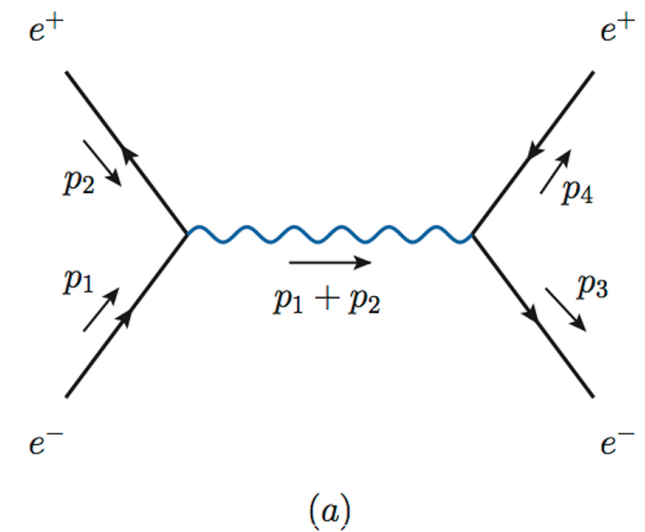

 $= -ie\gamma^\mu$


 $= u(p)$


 $= \bar{u}(p)$


 $= \bar{v}(p)$

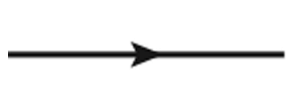

 $= v(p)$

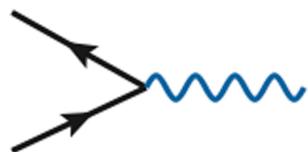


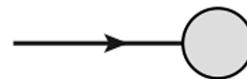
# Espalhamento Bhabha

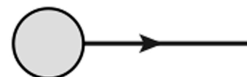
$$iM_{fi}^b = (-ie^2)[\bar{v}(p_2)\gamma^\mu v(p_4)] \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_2 - p_4)^2} [\bar{u}(p_3)\gamma^\nu u(p_1)]$$


 $= \frac{-ig^{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon}$


 $= \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 + m^2 + i\epsilon}$

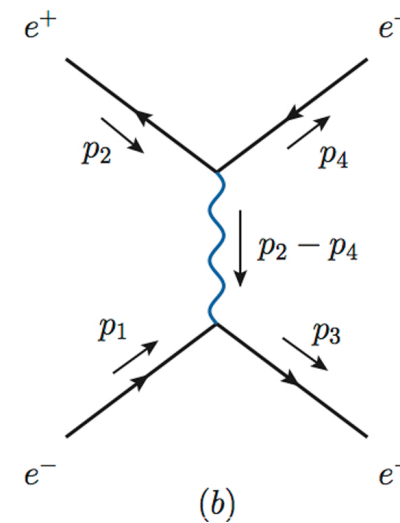

 $= -ie\gamma^\mu$


 $= u(p)$


 $= \bar{u}(p)$


 $= \bar{v}(p)$


 $= v(p)$



# Espalhamento Bhabha

- A partir das variáveis de Mandelstam

$$s = 2(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2) = 2(\vec{p}_3 \cdot \vec{p}_4)$$

$$t = -2(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3) = -2(\vec{p}_4 \cdot \vec{p}_2)$$

$$u = -2(\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_4) = -2(\vec{p}_3 \cdot \vec{p}_2)$$

- Chega-se à seção de choque para esse espalhamento

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \left( \frac{t^2 + u^2}{s^2} + \frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{2u^2}{st} \right)$$

# Espalhamento Bhabha

- Esse resultado pode ser expresso em termos do ângulo de espalhamento  $\theta$ , visto que

$$t = -s \frac{1 - \cos\theta}{2} \quad \text{e} \quad u = -s \frac{1 + \cos\theta}{2}$$

- temos que:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\alpha^2}{s} \left[ \frac{(1 - \cos^2\theta)}{2} + \frac{(5 + 2\cos\theta + \cos^2\theta)}{(1 - \cos^2\theta)} - \frac{(1 + \cos\theta)^2}{(1 - \cos\theta)} \right]$$

# Eletrodinâmica Quântica

- Além de Feynman, Julian Schwinger e Sin-Ittri Tomonaga também estabeleceram independentemente formas alternativas para o que chamamos hoje da Eletrodinâmica Quântica
- Essa teoria representou um enorme avanço para a física de partículas

# Who ordered that?

- Com a descoberta do meson-pi ou pion ( $\pi$ ) e a elaboração da eletrodinâmica quântica, a descrição da estrutura elementar da matéria parecia resolvida, a menos do meson descoberto por Anderson em 1937, o chamado muon ( $\mu$ )
- Afinal, qual seria o papel dessa partícula nessa descrição?

## MODELO QUÂNTICO DE INTERAÇÕES



1935 - 1947

