

Lista 9 - MAT-2454

- (1) Seja $f(x, y) = \operatorname{sen}(xy)$, $x(t) = 3t$, $y(t) = t^2$. Considere a função $z(t) = f(x(t), y(t))$.
- (i) Calcule $z'(t)$ diretamente.
 - (ii) Calcule $z'(t)$ utilizando a regra da cadeia.
- (2) Seja $z = f(x, y)$ uma função de classe $C^{(1)}$ tal que $f(2, 1) = 4$, $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 1) = 3$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 1) = -2$. Considere a função $g(t) = t^2 f(2t^2, 3t^3 - 2)$. Calcule $g'(1)$.
- (3) Seja $z = f(x, y)$ uma função diferenciável tal que $f(2, 1) = 4$, $\frac{\partial f}{\partial x}(2, 1) = 1$, $\frac{\partial f}{\partial y}(2, 1) = -1$. Sabe-se que o traço da curva $\gamma(t) = (2t, t^2, z(t))$ está contido no gráfico de f . Determine a reta tangente à curva γ no ponto $\gamma(1)$.
- (4) Sabe-se que $z = f(x, y)$ é uma função diferenciável tal que $x \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) - y \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 0$, para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Prove que a função $g(t) = f(t, \frac{2}{t})$, $t > 0$, é constante.
- (5) Seja $z = f(x, y)$ uma função diferenciável tal que $f(t^2 + 2t, 4 - t^3) = 2t + 3t^4$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Sabe-se que $\frac{\partial f}{\partial x}(3, 3) = 1$. Calcule $\frac{\partial f}{\partial y}(3, 3)$ e determine o plano tangente ao gráfico da função f no ponto $(3, 3, f(3, 3))$.