



ESALQ

Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz
Universidade de São Paulo



LCE2112 – Estatística Aplicada às Ciências Sociais e Ambientais

Profa. Taciana Villela Savian

tvsvian@usp.br

Variáveis Aleatórias

Variável aleatória é uma função, $X(\omega)$, que associa a cada um dos resultados de um experimento aleatório um número real;

Experimento: *Captura de três aves e classifica-la quanto ao habito em insetívora e frugívora*

Cada ave: i = insetívora e F = frugívora

Espaço amostral Ω

$$\Omega = \{iii, iiF, iFi, Fii, iFF, FiF, FFi, FFF\}$$

Transformar os resultados do experimento em valores numéricos?

Variáveis Aleatórias

Variável aleatória é uma função que associa a cada um dos resultados de um experimento aleatório um número real;

$X(\omega) \rightarrow$ número aves insetívoras

$Y(\omega) \rightarrow$ número de aves frugívoras

Espaço amostral Ω

$\Omega = \{iii, iiF, iFi, Fii, iFF, FiF, FFi, FFF\}$

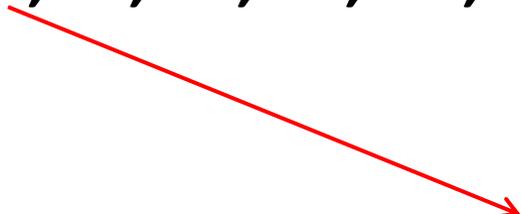
Variáveis Aleatórias

Variável aleatória é uma função que associa a cada um dos resultados de um experimento aleatório um número real;

$X(\omega) \rightarrow$ número aves insetívoras

Espaço amostral Ω

$\Omega = \{iii, iiF, iFi, Fii, iFF, FiF, FFi, FFF\}$



$X(\omega) = \{3$

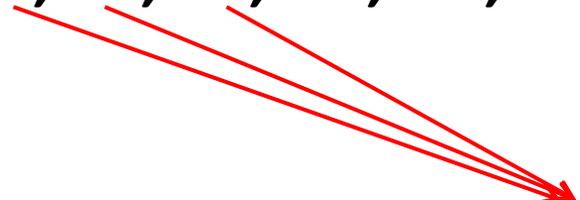
Variáveis Aleatórias

Variável aleatória é uma função que associa a cada um dos resultados de um experimento aleatório um número real;

$X(\omega) \rightarrow$ número aves insetívoras

Espaço amostral Ω

$\Omega = \{iii, iiF, iFi, Fii, iFF, FiF, FFi, FFF\}$



$X(\omega) = \{3, 2\}$

Variáveis Aleatórias

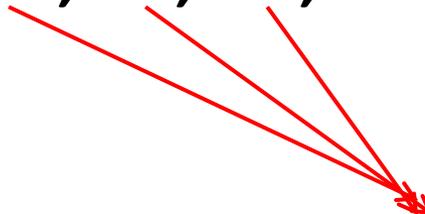
Variável aleatória é uma função que associa a cada um dos resultados de um experimento aleatório um número real;

$X(\omega) \rightarrow$ número aves insetívoras

Espaço amostral Ω

$\Omega = \{iii, iiF, iFi, Fii, iFF, FiF, FFi, FFF\}$

$X(\omega) = \{3, 2, 1\}$



Variáveis Aleatórias

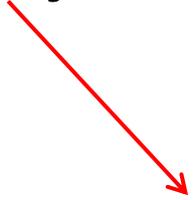
Variável aleatória é uma função que associa a cada um dos resultados de um experimento aleatório um número real;

$X(\omega) \rightarrow$ número aves insetívoras

Espaço amostral Ω

$\Omega = \{iii, iiF, iFi, Fii, iFF, FiF, FFi, FFF\}$

$X(\omega) = \{3, 2, 1, 0\}$



Variáveis Aleatórias Discretas

Pode ser classificada como:

- ***Variável aleatória discreta:*** os possíveis valores da variável pertencem ao conjunto dos números Inteiros
 - *geralmente associado à contagens*
- ***Variável aleatória contínua:*** os possíveis valores da variável pertencem ao conjunto dos números Reais
 - *geralmente associado à medidas (mensuração)*

Variáveis Aleatórias Discretas

Pode ser classificada como:

- ***Variável aleatória discreta:*** os possíveis valores da variável pertencem ao conjunto dos números Inteiros
 - *geralmente associado à contagens*

• ***Alguns exemplos:***

- *Número de plantas infectadas por uma praga;*
- *Número de insetos capturados em armadilhas;*
- *Número de empresas que adotam um plano de gerencial de descarte de resíduos;*
- *Número de famílias que usufruem de algum subsídio municipal;*

Variáveis Aleatórias Discretas

Pode ser classificada como:

- ***Variável aleatória contínua:*** os possíveis valores da variável pertencem ao conjunto dos números Reais;

- ***Alguns exemplos:***

- *Diâmetro de árvores (cm);*
- *Descarte de resíduos sólidos (t/ha);*
- *Consumo de água em uma comunidade (m³/dia);*
- *Produção de resina (kg);*

Exercício – Aula passada

- Num levantamento de fauna, as aves em uma determinada área foram classificadas segundo a sua dieta preferencial em insetívoras (i) e frugívoras (F).
- a) Represente o espaço amostral para uma amostra de três aves;

$$\Omega = \{FFF, FFi, FiF, iFF, iiF, iFi, Fii, iii\}$$

$X(\omega)$ → número de aves insetívoras

$$X(\omega) = \{0, 1, 2, 3\}$$

Variáveis Aleatórias Discretas

Chama-se **função de probabilidade (f.p.)** da variável aleatória discreta X , a função que a cada valor de X associa sua probabilidade de ocorrência.

$$P[X = x_i] = p_i$$

Como notação, utilizaremos letras maiúsculas (X, Y, Z, W , etc.) para representar as variáveis aleatórias e letras minúsculas (x, y, z, w , etc.) para representar os valores que a variável aleatória assume.

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo: $P[X = x_i] = p_i$

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(FFF)	0	$P[X = 0]$
(iFF, FiF,FFi)	1	$P[X = 1]$
(iiF, iFi, Fii)	2	$P[X = 2]$
(iii)	3	$P[X = 3]$

Devido às características da área e levantamento anteriores de fauna naquela área demonstram que a probabilidade de ocorrência de aves frugívoras é de 0,30 e de aves insetívoras é de 0,70.

$$P(F)=0,30 \text{ e } P(i)=0,70$$

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo: $P[X = x_i] = p_i$

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(FFF)	0	$P[X = 0]$

$$P[X = 0] = p_i$$

$$P[X = 0] = 1 \times P(F) \times P(F) \times P(F)$$

$$P[X = 0] = 1 \times 0,3 \times 0,3 \times 0,3 = 0,0270$$

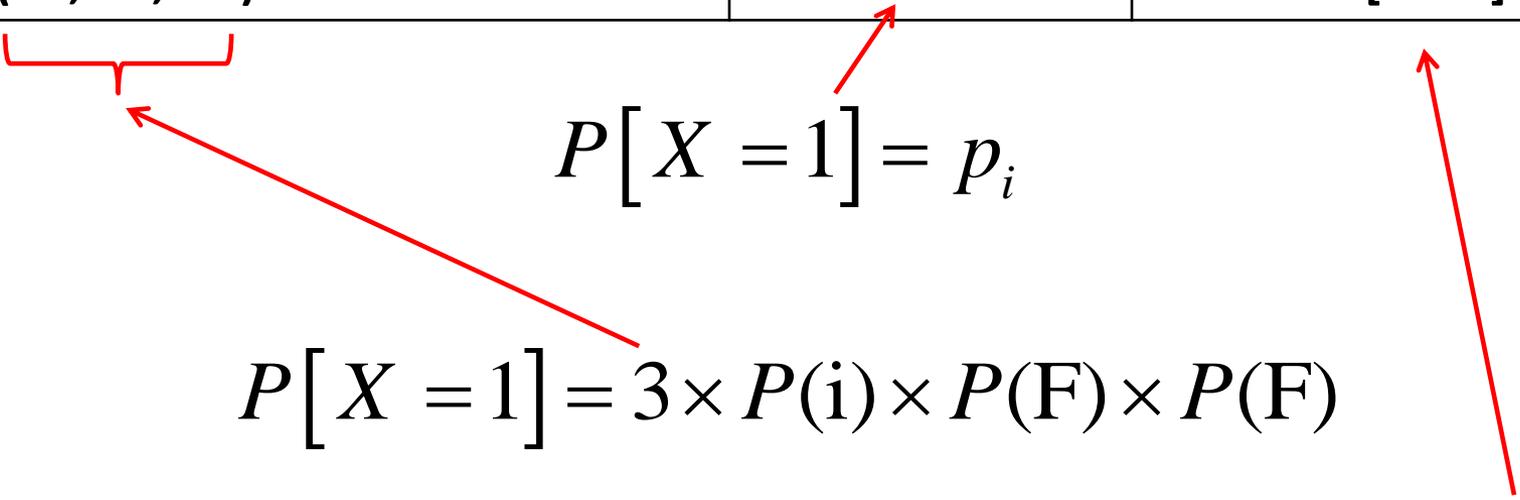
$X(\omega) \rightarrow$ número de aves insetívoras

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo:

$$P[X = x_i] = p_i$$

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(iFF, FiF, FFi)	1	$P[X = 1]$


$$P[X = 1] = p_i$$

$$P[X = 1] = 3 \times P(i) \times P(F) \times P(F)$$

$$P[X = 1] = 3 \times 0,70 \times 0,30 \times 0,30 = 0,1890$$

$X(\omega) \rightarrow$ número de aves insetívoras

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo: $P[X = x_i] = p_i$

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(iiF, iFi, Fii)	2	$P[X = 2]$

$P[X = 2] = p_i$

$P[X = 2] = 3 \times P(i) \times P(i) \times P(F)$

$P[X = 2] = 3 \times 0,70 \times 0,70 \times 0,30 = 0,4410$

$X(\omega) \rightarrow$ número de aves insetívoras

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo:

$$P[X = x_i] = p_i$$

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(iii)	3	$P[X = 3]$

$$P[X = 3] = p_i$$

$$P[X = 3] = 1 \times P(i) \times P(i) \times P(i)$$

$$P[X = 3] = 1 \times 0,70 \times 0,70 \times 0,70 = 0,3430$$

$X(\omega) \rightarrow$ número de aves insetívoras

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo:

Tabela 1. **Distribuição de probabilidades da variável aleatória X** , número de aves insetívoras em uma amostra de três aves.

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(FFF)	0	$P[X = 0]=0,0270$
(iFF, FiF,FFi)	1	$P[X = 1]=0,1890$
(iiF, iFi, Fii)	2	$P[X = 2]=0,4410$
(iii)	3	$P[X = 3]=0,3430$

$X(\omega) \rightarrow$ número de aves insetívoras

Variáveis Aleatórias Discretas

Chama-se **função de probabilidade (f.p.)** da variável aleatória discreta X , a função que a cada valor de X associa sua probabilidade de ocorrência.

$$P[X = x_i] = p_i$$

Condições:

i) $P[X = x_i] \geq 0, \forall i = 1, \dots, k$

ii) $\sum_{i=1}^k P[X = x_i] = 1$

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo:

Tabela 1. **Distribuição de probabilidades da variável aleatória X** , número de aves insetívoras em uma amostra de três aves.

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(FFF)	0	$P[X = 0]=0,0270$
(iFF, FiF,FFi)	1	$P[X = 1]=0,1890$
(iiF, iFi, Fii)	2	$P[X = 2]=0,4410$
(iii)	3	$P[X = 3]=0,3430$
Total		$0,0270+\dots+0,3430=1,00$

$X(\omega) \rightarrow$ número de aves insetívoras

Variáveis Aleatórias Discretas

Existem muitos problemas em que o interesse é conhecer com que probabilidade uma variável aleatória X assume **valores menores que um particular x** e nesse caso precisamos definir a **função de distribuição acumulada da variável aleatória X** .

$$F(x) = P[X \leq x_i]$$

Condições:

i) $0 \leq F(x) \leq 1$

ii) **É não decrescente: se $x_1 \leq x_2$ então $F(x_1) \leq F(x_2)$**

iii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo:

Tabela 1. **Distribuição de probabilidades da variável aleatória X**, e **Função de Distribuição Acumulada** do número de aves insetívoras em uma amostra de três aves.

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	$P[X = x_i]$	$F(x) = P[X \leq x_i]$
(FFF)	0	$P[X = 0]=0,0270$	0,0270
(iFF, FiF,FFi)	1	$P[X = 1]=0,1890$	0,0270+0,1890
(iiF, iFi, Fii)	2	$P[X = 2]=0,4410$	0,0270+...+0,4410
(iii)	3	$P[X = 3]=0,3430$	0,0270+...+0,3430

Variáveis Aleatórias Discretas

Exemplo:

Tabela 1. **Distribuição de probabilidades da variável aleatória X**, e **Função de Distribuição Acumulada** do número de aves insetívoras em uma amostra de três aves.

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	$P[X = x_i]$	$F(x) = P[X \leq x_i]$
(FFF)	0	$P[X = 0]=0,0270$	0,0270
(iFF, FiF,FFi)	1	$P[X = 1]=0,1890$	0,2160
(iiF, iFi, Fii)	2	$P[X = 2]=0,4410$	0,6570
(iii)	3	$P[X = 3]=0,3430$	1,0000

Variáveis Aleatórias Discretas

Média de uma variável aleatória discreta

$$E(X) = \sum_{i=1}^k x_i P[X = x_i]$$

No exemplo:

$$E(X) = (0 \times 0,0270) + (1 \times 0,1890) + (2 \times 0,4410) + (3 \times 0,3430)$$

$$E(X) = 2,1 \text{ aves insetívoras}$$

A esperança matemática $E(X)$ de uma variável aleatória discreta pode ser interpretada como a média dos valores observados dessa variável em uma sequência grande de repetições do experimento.

Variáveis Aleatórias Discretas

Variância de uma variável aleatória discreta

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^k x_i^2 P[X = x_i]$$

No exemplo 2:

$$E(X^2) = (0^2 \times 0,0270) + (1^2 \times 0,1890) + (2^2 \times 0,4410) + (3^2 \times 0,3430)$$

$$E(X^2) = 5,04 \text{ (aves insetívoras)}^2$$

Logo,

$$\text{Var}(X) = 5,04 - (2,1)^2 = 0,63 \text{ (aves insetívoras)}^2$$

Variáveis Aleatórias Discretas

- Temos, basicamente, dois tipos de variáveis aleatórias discretas a serem estudadas:
 - Contagens considerando um espaço amostral enumerável e finito → **Modelos Binomiais;**
 - Contagens considerando um espaço amostral enumerável porém infinito → **Modelos de Poisson.**

Modelo de Distribuição Binomial

- Ele considera que um experimento tem dois possíveis resultados que podem ser chamados de **sucesso** e **fracasso (sim ou não)**.
- Para cada um destes resultados existe uma probabilidade associada de forma que a soma destas sempre será igual a 1.
- O interesse neste modelo é descrever o comportamento probabilístico do **número de sucessos (p)** em **n repetições do experimento**.

Modelo de Distribuição Binomial

- **O modelo Binomial:**

$$P[X = x_i] = C_{x_i}^n \times p^{x_i} \times (1 - p)^{n - x_i}$$

em que:

$$C_{x_i}^n = \frac{n!}{x_i! \times (n - x_i)!}$$

Relembrando: $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

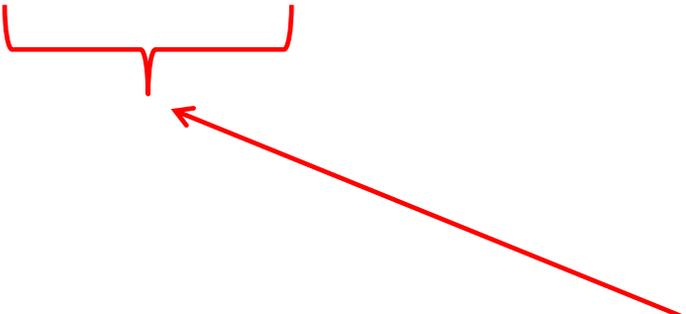
Voltando!!!!

Exemplo:

Pontos amostrais em Ω	Valores de X	Probabilidade
(iiF, iFi, Fii)	2	$P[X = 2]$

Sucesso: $P(i)=0,70 \rightarrow p$

Fracasso: $P(F)=0,30 \rightarrow 1-p$


$$P[X = 2] = 3 \times P(i) \times P(i) \times P(F)$$

$$P[X = x_i] = C_{x_i}^n \times p^{x_i} \times (1-p)^{n-x_i}$$

$X(\omega) \rightarrow$ número de aves insetívoras

Modelo de Distribuição Binomial

- **Exemplo 2:** Considerando a população de estudantes da ESALQ em que 80% é favorável a uma mudança curricular. Sorteando uma amostra aleatória de 10 estudantes, **qual a probabilidade de 9 serem favoráveis à alteração curricular?**

$X(\omega) \rightarrow$ número de alunos favoráveis

- $X \sim \text{Bin}(10; 0,80)$

$$P[X = 9] = C_9^{10} \times 0,80^9 \times (0,20)^{10-9}$$

Modelo de Distribuição Binomial

- Exemplo 2: $n=10$, $X=9$ (são 9 F e 1 N) em que $p=0,80$

$$(FFFFFFFFFN) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FFFFFFFFNF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FFFFFFFFNFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FFFFFFFFNFFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FFFFFFNFFFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FFFFFNFFFFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FFFNFFFFFFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FFNFFFFFFFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(FNFFFFFFFFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$(NFFFFFFFFFF) = (0,80)^9 (0,20)^1$$

$$C_{x_i}^n = \frac{n!}{x_i! \times (n - x_i)!}$$

10 possibilidades

$$C_9^{10} = \frac{10!}{9! \times (10 - 9)!} = \frac{10 \times 9!}{9! \times (1)!} = 10$$

$$P[X = x_i] = C_{x_i}^n \times p^{x_i} \times (1 - p)^{n - x_i}$$

Modelo de Distribuição Binomial

- **Exemplo 2:** Considerando a população de estudantes da ESALQ em que 80% é favorável a uma mudança curricular. Sorteando uma amostra aleatória de 10 estudantes, **qual a probabilidade de 9 serem favoráveis à alteração curricular?**
- $X \sim \text{Bin}(10; 0,80)$

$$P[X = 9] = C_9^{10} \times 0,80^9 \times (0,20)^{10-9}$$

$$P[X = 9] = 10 \times 0,1342 \times 0,2000 = 0,2684$$

Modelo de Distribuição Binomial

- **Exemplo 2:** Considerando a população de estudantes da ESALQ em que 80% é favorável a uma mudança curricular. Sorteando uma amostra aleatória de 10 estudantes,

Qual a probabilidade de no máximo 2 alunos serem favoráveis à alteração curricular?

$$X \sim \text{Bin}(10; 0,80)$$

$$P[X \leq 2] =$$

Modelo de Distribuição Binomial

- **Exemplo 2:** Considerando a população de estudantes da ESALQ em que 80% é favorável a uma mudança curricular. Sorteando uma amostra aleatória de 10 estudantes,

Qual a probabilidade de no máximo 2 alunos serem favoráveis à alteração curricular?

$$X \sim \text{Bin}(10; 0,80)$$

$$P[X \leq 2] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2]$$

Modelo de Distribuição Binomial

- **Exemplo 2:**

$$P[X = 0] = C_0^{10} (0,80)^0 (0,20)^{10} = \text{????}$$

$$P[X = 1] = C_1^{10} (0,80)^1 (0,20)^9 = \text{????}$$

$$P[X = 2] = C_2^{10} (0,80)^2 (0,20)^8 = \text{????}$$

Modelo de Distribuição Binomial

- **Exemplo 2:**

$$P[X = 0] = C_0^{10} (0,80)^0 (0,20)^{10} = 0,0000001$$

$$P[X = 1] = C_1^{10} (0,80)^1 (0,20)^9 = 0,000004$$

$$P[X = 2] = C_2^{10} (0,80)^2 (0,20)^8 = 0,000074$$

$$P[X \leq 2] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2]$$

$$P[X \leq 2] = 0,0000001 + 0,000004 + 0,000074 = 0,0001$$

Modelo de Distribuição Binomial

- **O modelo Binomial:**

$$P[X = x_i] = C_{x_i}^n \times p^{x_i} \times (1-p)^{n-x_i}$$

- **Média:**

$$E(X) = np$$

- **Variância:**

$$\text{Var}(X) = np(1-p)$$

Modelo de Distribuição Binomial

- Exemplo aves:

$$X \sim \text{Bin}(3; 0,70)$$

- **Média:** $E(X) = 3 \times 0,7 = 2,1$ sementes

Em uma captura de três aves espera-se que em média 2,1 aves apresentem hábitos insetívoras.

- **Variância:** $\text{Var}(X) = 3 \times 0,7 \times 0,3 = 0,63$ aves²
- **Desvio padrão:** $S(X) = \sqrt{0,63} = 0,79$ aves

Variáveis Aleatórias Discretas

- Temos, basicamente, dois tipos de variáveis aleatórias discretas a serem estudadas:
 - Contagens considerando um espaço amostral enumerável e finito → **Modelos Binomiais;**
 - Contagens considerando um espaço amostral enumerável porém infinito → **Modelos de Poisson.**

Modelo de Distribuição Poisson

- Uma outra distribuição muito comum é a distribuição Poisson, e é frequentemente usada para modelar o número de ocorrências de um evento por um certo período de tempo ou por um certo volume ou por uma certa área (**por uma unidade de medida qualquer**);
- Enquanto a distribuição binomial pode ser usada para encontrar a probabilidade de um número designado de sucessos em n tentativas, a distribuição de Poisson é usada para encontrar a probabilidade de um número designado de sucessos por unidade de intervalo.

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplos:**
 - N^o de insetos predadores por folha, em milho;
 - N^o acidentes com moto em uma determinada estrada/mês;
 - N^o de colônia de bactérias de uma dada cultura/0,01mm²;
- **Estudo do padrão de dispersão de uma certa espécie (vegetal/animal) em uma determinada área → n^o de quadrantes com 0, 1, 2....indivíduos.**

Modelo de Distribuição Poisson

- A distribuição Poisson tem apenas um parâmetro, λ , que é interpretado como uma **taxa média de ocorrência do evento**, e a probabilidade de ocorrer exatamente o evento $X = x_i$, ou seja, o **Modelo de Poisson** é dado por:

$$P[X = x_i] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!},$$

em que: $e \approx 2,7183$ e $\lambda > 0$.

- Se $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, então:

$$E(X) = \text{Var}(X) = \lambda$$

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplo 3:** Um investigador está interessado no número de ovos depositados por uma espécie de pássaro. Na primavera, ele procura e acha 80 ninhos. O número médio de ovos por ninho foi 3,8 e a variância 3,5. Como a variância é “aproximadamente” igual a média, ele acha que pode ser razoável descrever a variável “**número de ovos por ninho**” como tendo uma distribuição Poisson com média $\lambda = 3,8 \frac{\text{ovos}}{\text{ninho}}$.

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplo 1:**

X : número de ovos por ninho

$X \sim \text{Poisson}(3, 8)$

- a. Se esta realmente representa a distribuição populacional, qual seria a probabilidade de encontrar um ninho com exatamente 5 ovos?**

$$P[X = 5] = \text{?????}$$

Modelo de Distribuição Poisson

- Exemplo 1:

X : número de ovos por ninho, $X \sim \text{Poisson}(3,8)$

$$P[X = x_i] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!},$$

$$P[X = 5] = \frac{3,8^5 e^{-3,8}}{5!} = 0,1477$$

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplo 1:**

X : número de ovos por ninho

$X \sim \text{Poisson}(3, 8)$

- b. Se esta realmente representa a distribuição populacional, qual seria a probabilidade de encontrar um ninho com mais do que 5 ovos?**

$$P[X > 5] = \text{?????}$$

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplo 1:**

X : número de ovos por ninho

$X \sim \text{Poisson}(3, 8)$

- b. Se esta realmente representa a distribuição populacional, qual seria a probabilidade de encontrar um ninho com mais do que 5 ovos?**

Lembrando:

A soma de todas as probabilidade é igual a 1

$$P[X > 5] = 1 - P[X \leq 5]$$

$$P[X > 5] = 1 - \{P[X = 0] + P[X = 1] + \dots + P[X = 5]\}$$

Modelo de Distribuição Poisson

- Exemplo 1:

X : número de ovos por ninho, $X \sim \text{Poisson}(3,8)$

$$P[X = x_i] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!},$$

$$P[X = 0] = \frac{3,8^0 e^{-3,8}}{0!} =$$

$$P[X = 1] = \frac{3,8^1 e^{-3,8}}{1!} =$$

$$P[X = 2] = \frac{3,8^2 e^{-3,8}}{2!} =$$

$$P[X = 3] = \frac{3,8^3 e^{-3,8}}{3!} =$$

$$P[X = 4] = \frac{3,8^4 e^{-3,8}}{4!} =$$

$$P[X = 5] = \frac{3,8^5 e^{-3,8}}{5!} =$$

Modelo de Distribuição Poisson

- Exemplo 1:

X : número de ovos por ninho, $X \sim \text{Poisson}(3,8)$

$$P[X = x_i] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!},$$

$$P[X = 0] = \frac{3,8^0 e^{-3,8}}{0!} = 0,0224$$

$$P[X = 1] = \frac{3,8^1 e^{-3,8}}{1!} = 0,0850$$

$$P[X = 2] = \frac{3,8^2 e^{-3,8}}{2!} = 0,1615$$

$$P[X = 3] = \frac{3,8^3 e^{-3,8}}{3!} = 0,2046$$

$$P[X = 4] = \frac{3,8^4 e^{-3,8}}{4!} = 0,1944$$

$$P[X = 5] = \frac{3,8^5 e^{-3,8}}{5!} = 0,1477$$

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplo 1:**

X : número de ovos por ninho, $X \sim \text{Poisson}(3, 8)$

$$P[X > 5] = 1 - P[X \leq 5]$$

$$P[X > 5] = 1 - \{P[X = 0] + P[X = 1] + \dots + P[X = 5]\}$$

$$P[X > 5] = 1 - \{0,0224 + 0,0850 + \dots + 0,1944 + 0,1477\}$$

$$P[X > 5] = 1 - \{0,8156\} = 0,1844$$

Ou seja, a probabilidade de encontrar um ninho com mais do que 5 ovos é de 0,1844.

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplo 2:** Uma central telefônica recebe uma média (λ) de 5 chamadas por minuto. Supondo que as chamadas que chegam constituam uma distribuição de Poisson, ou seja, $X \sim \text{Poisson}(5)$, qual é a probabilidade de que:
a) A central não receba nenhuma chamada em um minuto?

$$P[X = 0] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} = \frac{5^0 e^{-5}}{0!} = 0,0067$$

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exemplo 2:** Uma central telefônica recebe uma média (λ) de 5 chamadas por minuto. Supondo que as chamadas que chegam constituam uma distribuição de Poisson, ou seja, $X \sim \text{Poisson}(5)$, qual é a probabilidade de que:

b) Ela receba no máximo 2 chamadas em 2 minutos?

Modelo de Distribuição Poisson

- Exemplo 2: (alteração do valor médio)

Resolução:

b) Ela receba no máximo 2 chamadas em 2 minutos?

Primeira coisa é olhar no cálculo da probabilidade se a unidade de medida é a mesma do enunciado. Se não for tem que primeiro fazer a alteração do valor médio (λ)

1 minuto \rightarrow 5 chamadas

$\lambda=10$ chamadas/dois minutos

2 minutos \rightarrow ? chamadas

Modelo de Distribuição Poisson

- Exemplo 2: (alteração do valor médio)

b) Ela receba no máximo 2 chamadas em 2 minutos?

Resolução:

b) Considerando $\lambda=10$ chamadas/dois minutos

$$P[X \leq 2] = P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2]$$

$$P[X = 0] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} = \frac{10^0 e^{-10}}{0!} = 0,00005$$

$$P[X = 1] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} = \frac{10^1 e^{-10}}{1!} = 0,00045$$

$$P[X = 2] = \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} = \frac{10^2 e^{-10}}{2!} = 0,00227$$

$$P[X \leq 2] = 0,00277$$

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exercícios:**

1) Num certo ano, o IBAMA registrou no litoral catarinense (área de reserva), 25 mortes de golfinhos.

a) Qual é a probabilidade de, num determinado mês do próximo ano, ocorrerem menos de 5 mortes?

b) Qual é a probabilidade de ocorrerem 8 mortes no próximo semestre?

Modelo de Distribuição Poisson

- Exercícios:

1) Num certo ano, o IBAMA registrou no litoral catarinense (área de reserva), 25 mortes de golfinhos.

a) Qual é a probabilidade de, num determinado mês do próximo ano, ocorrerem menos de 5 mortes?

R: 0,9396

b) Qual é a probabilidade de ocorrerem 8 mortes no próximo semestre?

R: 0,0551

Modelo de Distribuição Poisson

- **Exercícios:**

2) Supondo-se que durante o abate de suínos, em um determinado frigorífico, o número de suínos descartados pelo Serviço de Inspeção Federal seja uma variável aleatória com média de 90 animais por mês (30 dias). Pergunta-se, qual a probabilidade de serem descartados:

a) Quatro suínos por dia?

b) Pelo menos dois suínos por dia?

Modelo de Distribuição Poisson

- Exercícios:

2) Supondo-se que durante o abate de suínos, em um determinado frigorífico, o número de suínos descartados pelo Serviço de Inspeção Federal seja uma variável aleatória com média de 90 animais por mês (30 dias). Pergunta-se, qual a probabilidade de serem descartados:

a) Quatro suínos por dia?

R: 0,1680

b) Pelo menos dois suínos por dia?

R: 0,8008