

Exemplos de fórmulas ϕ e termos t não livre para x em ϕ que dão origem a casos particulares (ou instâncias) dos axiomas 13 e 15 do CP₁I e não são verdades universais, como comprovação de que a restrição feita nestes axiomas é de fato necessária.

Exemplo 1: Seja $\phi_1(x) \equiv (\exists y)\neg(y = x)$

$$t_1 \equiv y$$

$$(\forall x)\phi_1(x) \equiv (\forall x)(\exists y)\neg(y = x)$$

$$\phi_1(t_1) \equiv (\exists y)\neg(y = y)$$

$$(\forall x)\phi_1(x) \rightarrow \phi_1(t_1) \equiv (\forall x)(\exists y)\neg(y = x) \rightarrow (\exists y)\neg(y = y)$$

É claro que esta última fórmula não é uma verdade universal não podendo, portanto, ser instância do axioma 13) do CP₁I. Mas observe-se que o termo t_1 não é "livre para x em ϕ_1 ", não sendo assim um caso particular do referido axioma, por não satisfazer a exigência restritiva do axioma.

Exemplo 2: Seja $\phi_2(x) \equiv (\forall y)(y = x)$

$$t_2 \equiv y$$

$$(\exists x)\phi_2(x) \equiv (\exists x)(\forall y)(y = x)$$

$$\phi_2(t_2) \equiv (\forall y)(y = y)$$

$$\phi_2(t_2) \rightarrow (\exists x)\phi_2(x) \equiv (\forall y)(y = y) \rightarrow (\exists x)(\forall y)(y = x)$$

Novamente é claro que esta última fórmula não é uma verdade universal não podendo, portanto, ser instância do axioma 15) do CP₁I. Mas, de fato ela não é um caso particular do referido axioma porque t_2 não é livre para x em ϕ_2 , restrição apontada no enunciado do axioma.