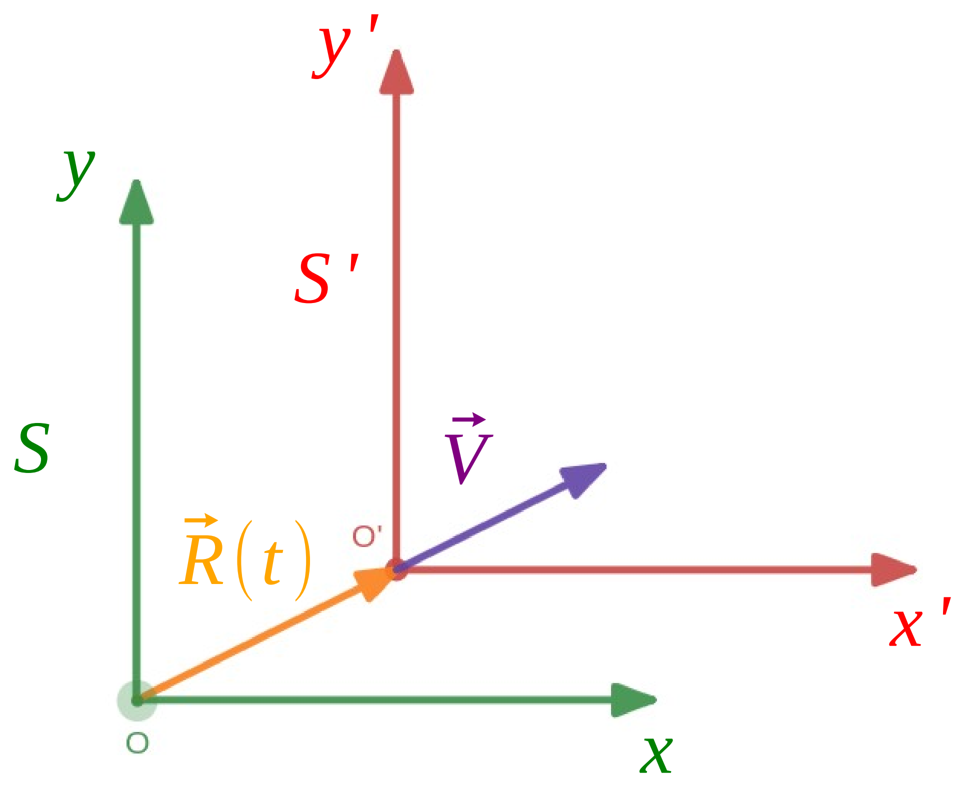
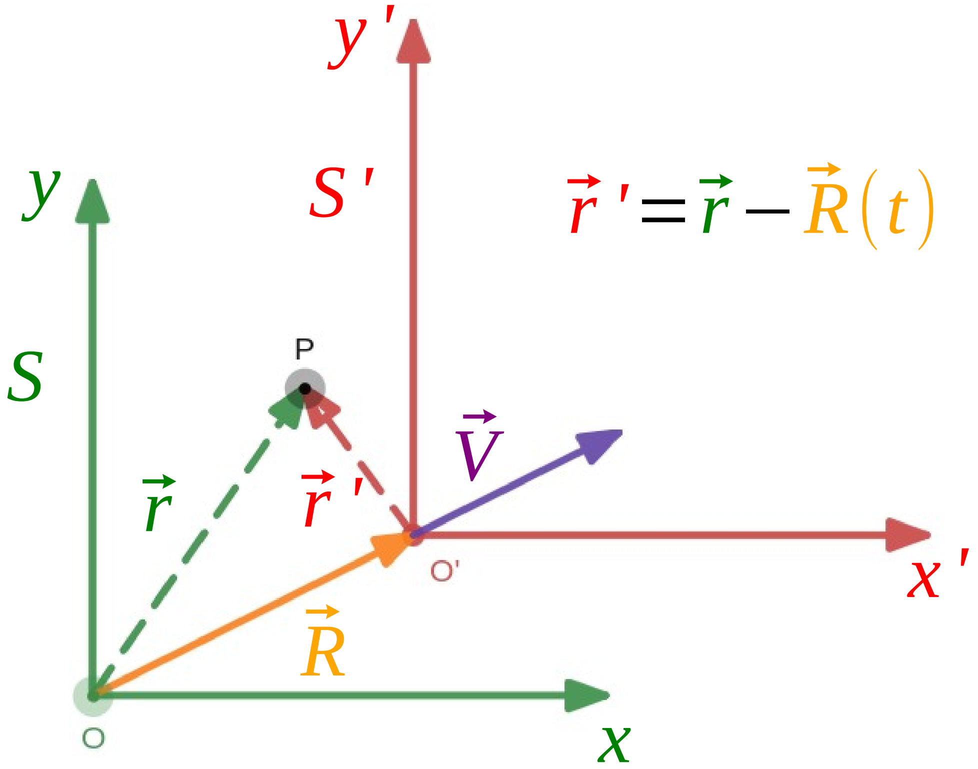
Física IV (IF 2023)
Aula 21

- Objetivos de aprendizagem:
  - Relacionar as coordenadas espaciais e do tempo entre dois referenciais segundo a Transformação de Galileu (TG)
  - Obter a velocidade relativa pelas TG
  - Enunciar o princípio da relatividade (PR)
  - Reconhecer a incompatibilidade entre as TG e as equações de Maxwell do eletromagnetismo segundo o PR.
  - Descrever o experimento de Michelson-Morley e seu resultado

Sistemas de coordenadas com movimento relativo



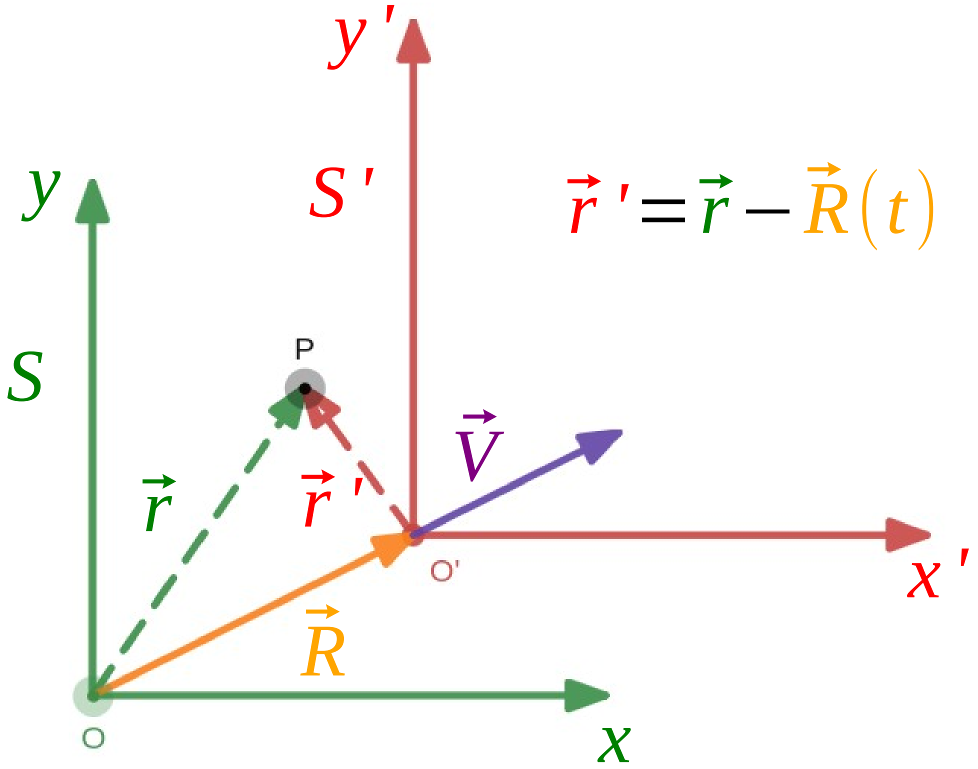
Sistemas de coordenadas com movimento relativo



$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{R}(t)$$

https://www.desmos.com/geometry/qpfynyi9nd

Sistemas de coordenadas com movimento relativo



$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{R}(t)$$

Caso a velocidade seja constante e os sistemas coincidam no instante inicial:

$$\vec{R} = \vec{V}\,t$$

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{V}\,t$$

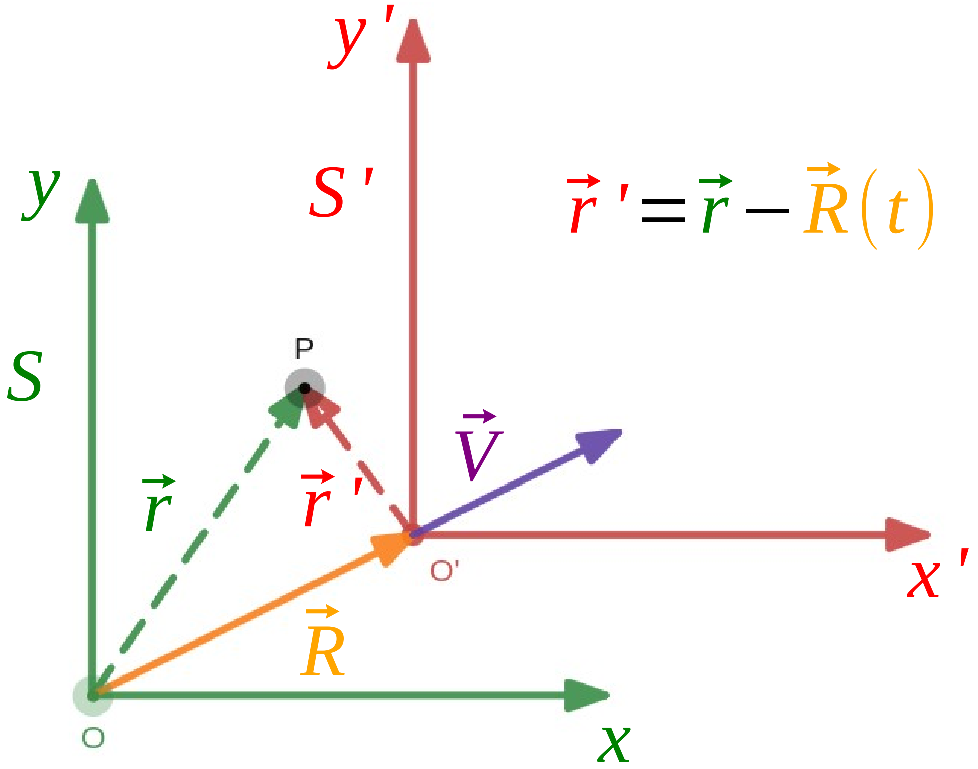
Velocidade:

$$\vec{v}\,' = \frac{d\,\vec{r}\,'}{dt} = \frac{d\,\vec{r}}{dt} - \vec{V} = \vec{v} - \vec{V}$$

$$\vec{a}\,' = \vec{a}$$

→ a aceleração é a mesma

Sistemas de coordenadas com movimento relativo



$$\vec{r}\,'=\vec{r}-\vec{R}(t)$$

Caso a velocidade seja constante e os sistemas coincidam no instante inicial:

$$\vec{R}=\vec{V}\,t$$

$$\vec{r}\,'=\vec{r}-\vec{V}\,t$$

$$t'=t \quad !\,!\rightarrow \text{T.G.}$$

Velocidade:

$$\vec{v}\,'=\frac{d\,\vec{r}\,'}{dt\,'}=\frac{d\,\vec{r}}{dt}-\vec{V}=\vec{v}-\vec{V}$$

$$\vec{a}\,'=\vec{a}$$

→ a aceleração é a mesma

Transformação das componentes

$$\vec{r}\,'=\vec{r}-\vec{V}\,t$$

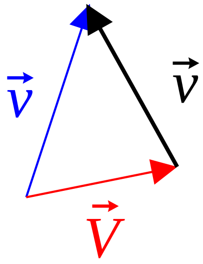
(TG generalizada para 3D)

$$x'=x-V_x t \qquad v_x'=v_x-V_x \qquad a_x'=a_x$$

$$y'=y-V_y t \qquad v_y'=v_y-V_y \qquad a_y'=a_y$$

$$z'=z-V_z t \qquad v_z'=v_z-V_z \qquad a_z'=a_z$$

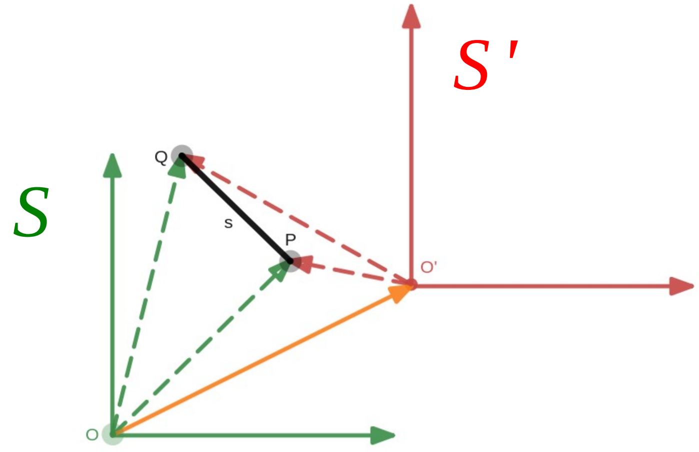
$$t'=t$$



$$\vec{v}\,'=\vec{v}-\vec{V}$$

Distância entre dois pontos

- Não se altera:



$$\vec{s}\,'_{PQ}=\vec{r}_Q\,'-\vec{r}_P\,'=(\vec{r}_Q-\vec{V}\,t)-(\vec{r}_P-\vec{V}\,t)=\vec{r}_Q-\vec{r}_P=\vec{s}_{PQ}$$

(as componentes de s_{PQ} e s'_{PQ} são iguais)

$$\boxed{s'_{PQ}=|\vec{s}\,'_{PQ}|=|\vec{s}_{PQ}|=s_{PQ}}$$

Comprimentos são invariantes na TG

$$s_{PQ}'=\sqrt{\Delta x'^2+\Delta y'^2+\Delta z'^2}=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}=s_{PQ}$$

Posições (absolutas) são diferentes, mas distâncias relativas são iguais.

O que acontece com outras grandezas físicas como força e massa?

Forças: em geral, dependem da posição relativa ou da velocidade relativa, que são iguais. Poderiam ser iguais.
Massas: poderiam ser iguais.
→ Transformação da força e da massa: $\vec{F}'=\vec{F}$ $\quad m'=m$

(Ou não...)

Princípio da relatividade

Galileu Galilei
"*As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais*"

(não com essas palavras..., essas são as de Albert Einstein)

Exemplo: segunda lei. Como a aceleração também é igual:

Em S: $\vec{F} = m\vec{a}$ Em S': $\vec{F}' = m'\vec{a}'$

De outra forma seria possível detectar um movimento "absoluto".
A física seria diferente em referenciais com velocidade diferente.
(Obs.: Isso ocorre com referenciais que tem aceleração relativa entre si!)

Equações de Maxwell

Como vimos, permitem inferir que, no vácuo: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

→ A luz (a onda eletromagnética) se movimenta com velocidade c (?!)
Sempre ?! Com relação ao quê??

Equações de Maxwell

Como vimos, permitem inferir que, no vácuo: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

→ A luz (a onda eletromagnética) se movimenta com velocidade c (!)

Hipóteses:

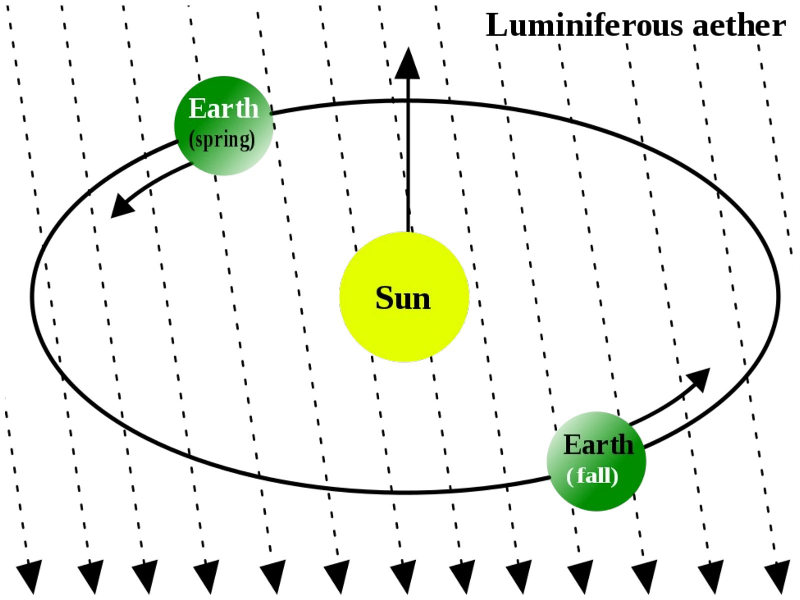
1) Existiria um referencial “especial”, o do “éter luminífero”, que seria o meio em que as ondas eletromagnéticas se propagam. Deve ser possível inferir o movimento com relação a esse referencial “absoluto” por meio de algum experimento.

2) O princípio da relatividade é válido (não há referencial absoluto), mas tem algo errado com as leis de Maxwell.

3) O princípio da relatividade é válido (não há referencial absoluto), mas tem algo errado com as leis de Newton, ou com a transformação de Galileu.

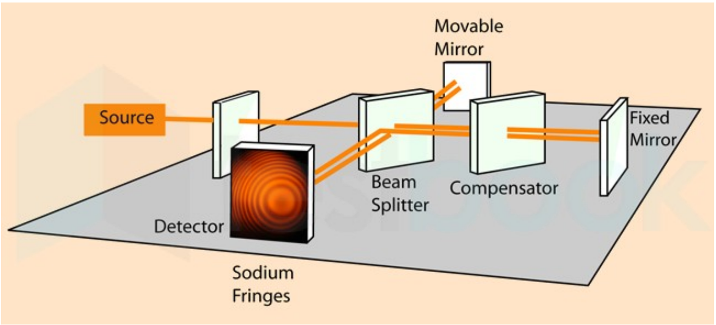
Experimento de Michelson-Morley

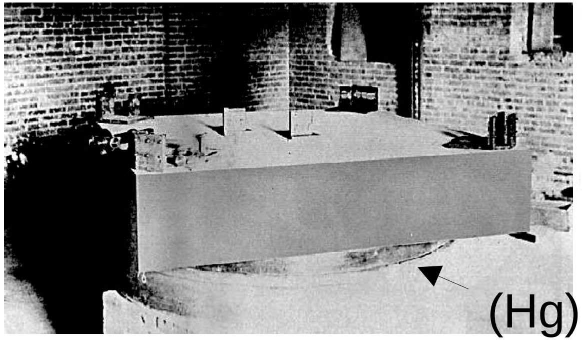
- Testando a hipótese 1), do “éter”.

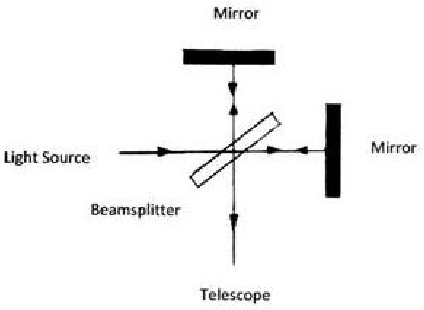


https://www.juliantrubin.com/bigten/michelsonmorley.html

Interferômetro de M-M







O interferômetro de Michelson

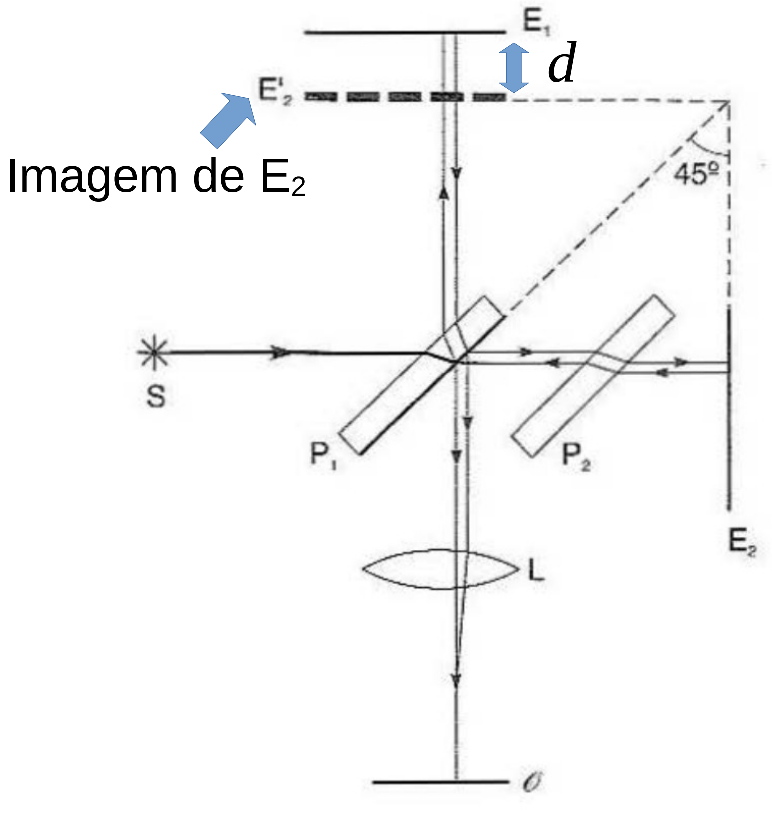


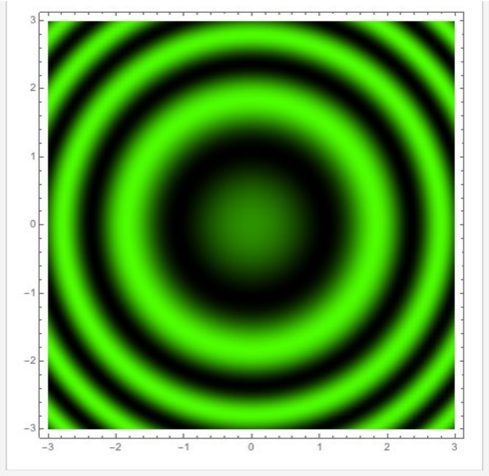
Fig. 3.18 Interferômetro de Michelson

Interferência destrutiva:

$$2d\cos(\theta_m)=m\lambda_0$$

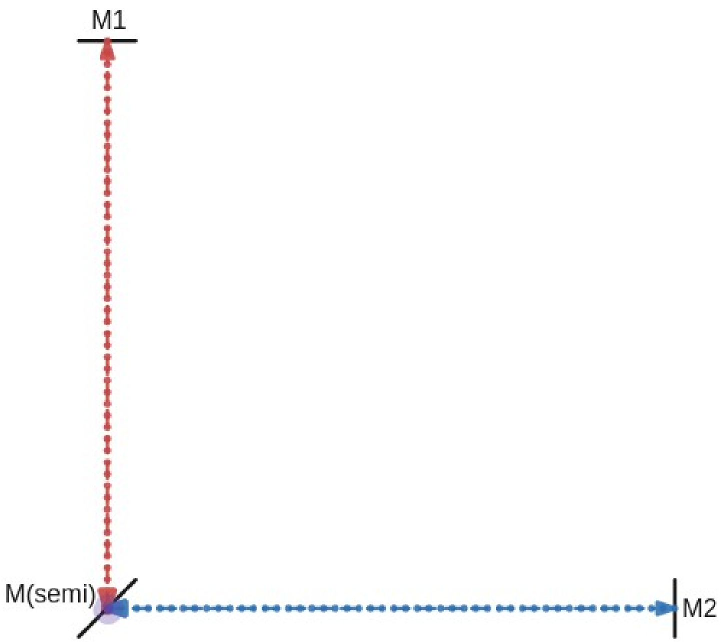
(1 reflexão interna e uma externa em P1)

$$(\delta_{\text{int.}}=0,\delta_{\text{ext.}}=\pi)$$



Referencial do interferômetro

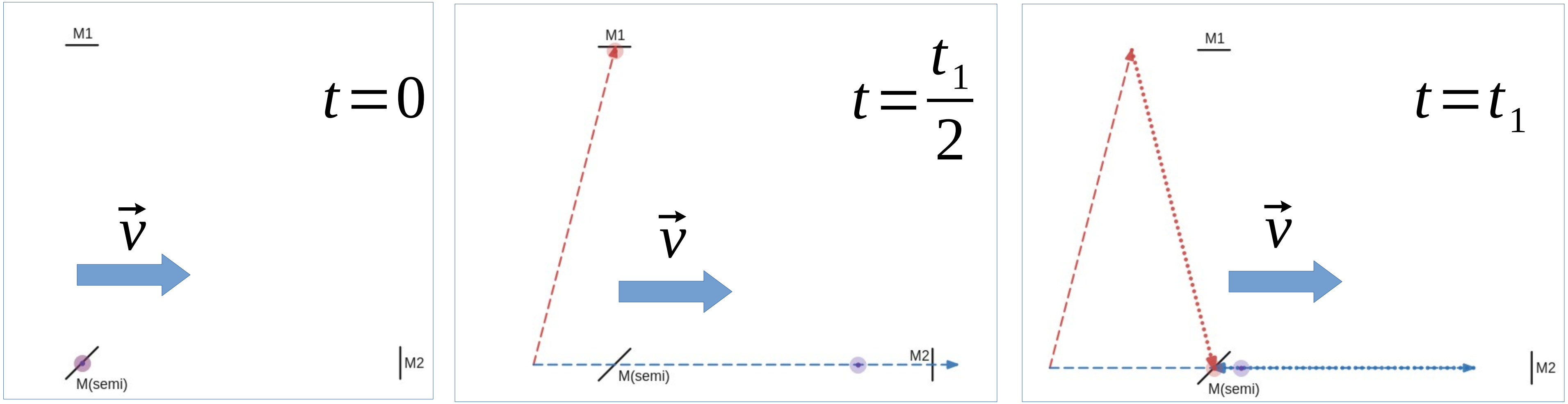
Trajetórias



$t = 0$ Instante em que uma dada frente de onda (ou pulso) atinge o espelho semi-transparente e se separa em duas (para M1 e M2)

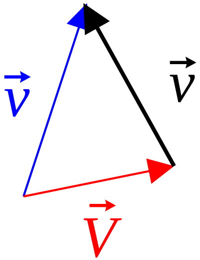
Referencial do éter

Três instantes diferentes:

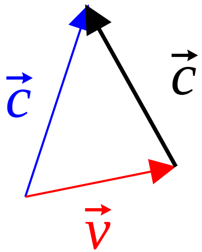


https://www.desmos.com/geometry/kxeqk3fju0

Velocidade relativa

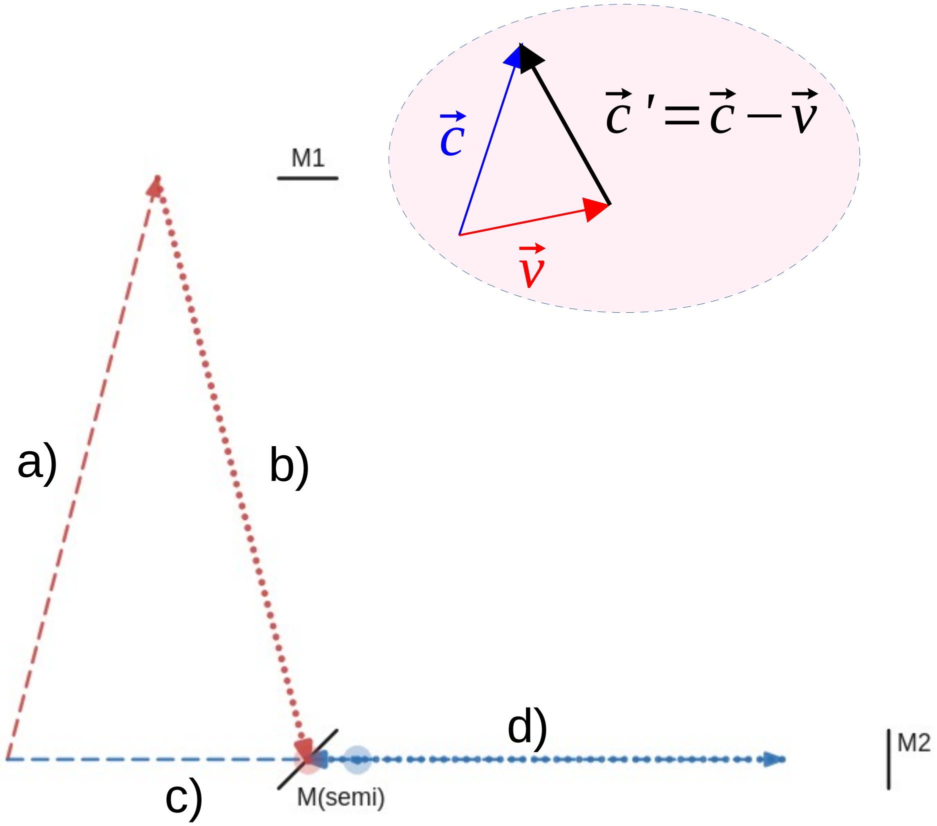


$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{V}$ (slide 6)

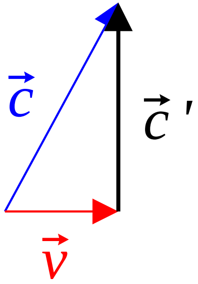


$\vec{c}\,' = \vec{c} - \vec{v}$ (aqui)

Velocidade relativa



a)



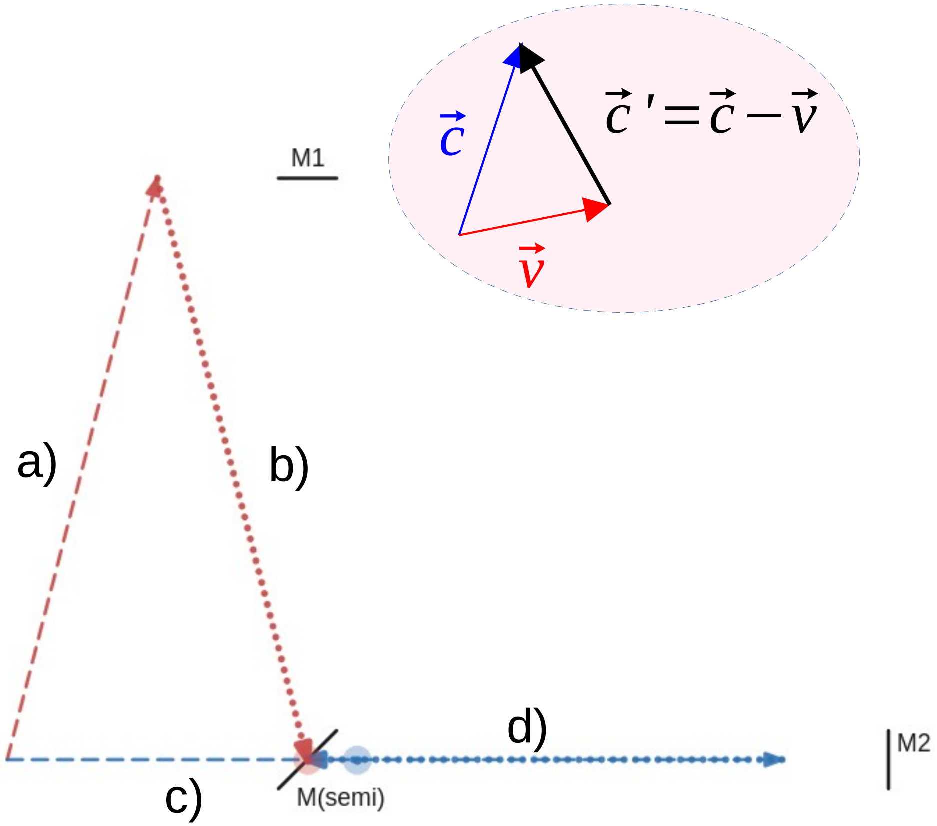
$$|\vec{c}\,'|=c\,'=\sqrt{c^2-v^2}$$

b) ?

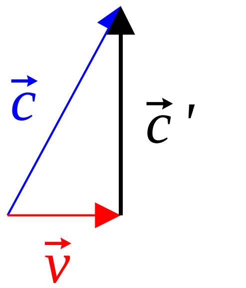
c) ?

d) ?

Velocidade relativa

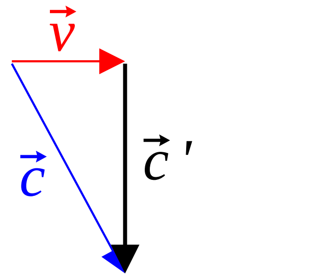


a)



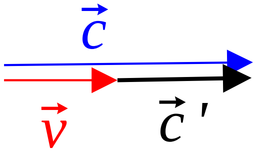
$$c\,'=\sqrt{c^2-v^2}$$

b)



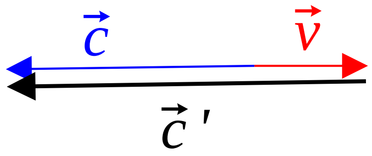
$$c\,'=\sqrt{c^2-v^2}$$

c)



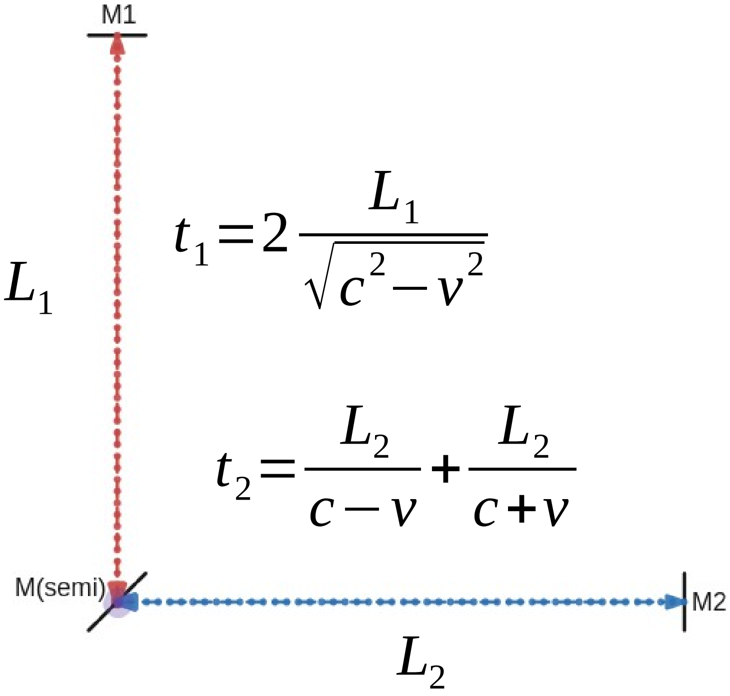
$$c\,'=c-v$$

d)



$$c\,'=c+v$$

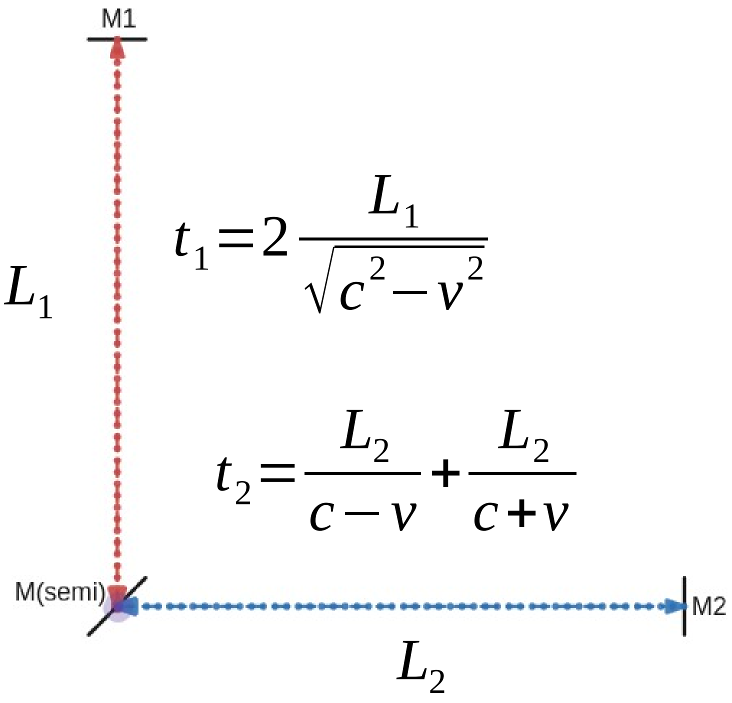
Diferença de tempo e c.o.



$$t_1 = 2\frac{L_1}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$t_2 = \frac{L_2}{c - v} + \frac{L_2}{c + v}$$

Diferença de tempo e c.o.



$$t_1 = 2\frac{L_1}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$t_2 = \frac{L_2}{c - v} + \frac{L_2}{c + v}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{1}{c}\left(\frac{2L_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{2L_2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)$$

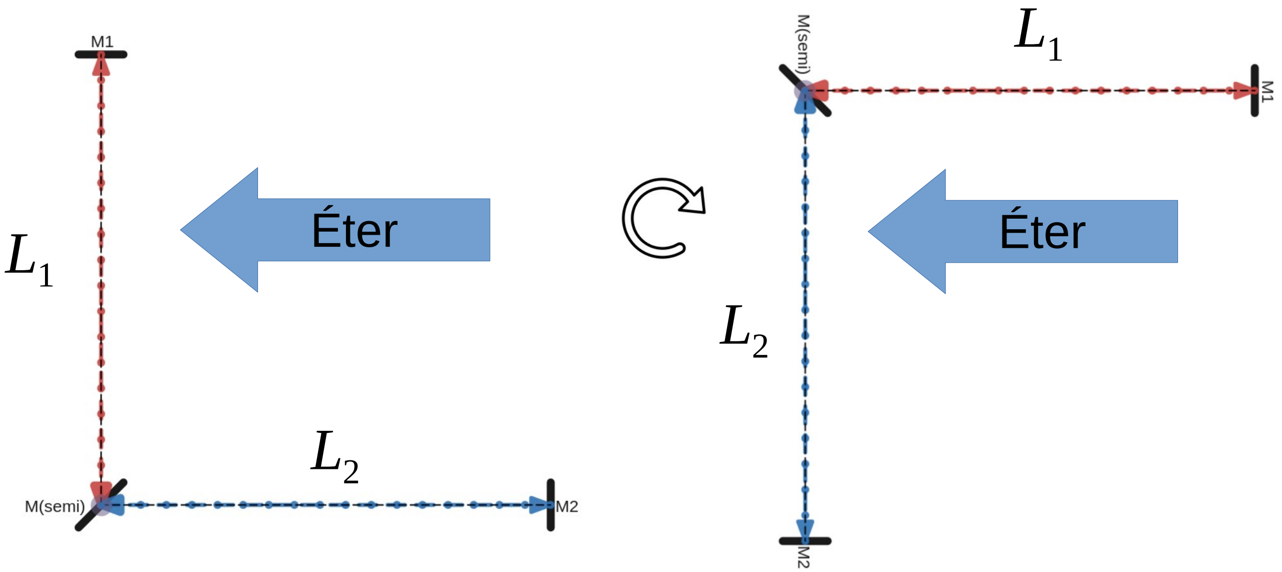
Definindo:

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{e} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Diferença de **caminho óptico**:

$$c(t_1 - t_2) = 2\gamma(L_1 - \gamma L_2)$$

Medindo com 2 orientações



$$\Delta d_{12} = 2\gamma(L_1 - \gamma L_2)$$

$$\Delta d_{21} = 2\gamma(\gamma L_1 - L_2)$$

$$\Delta d_{12} - \Delta d_{21} = 2\gamma(1-\gamma)(L_1 + L_2) = \delta m \lambda$$

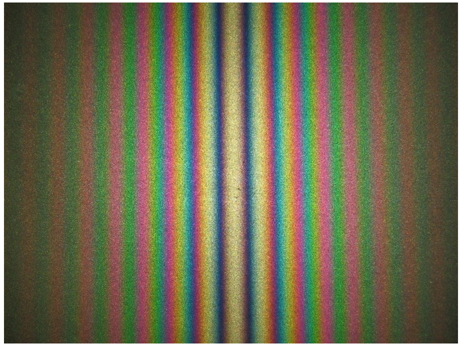
(vide slide 13)

Aproximação para v«c

- Taylor até primeira ordem em β^2

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = (1-\beta^2)^{-1/2} \qquad \frac{d\gamma}{d(\beta^2)} = -\frac{1}{2}(1-\beta^2)^{-3/2}(-1)$$

$$\gamma \approx 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4)$$



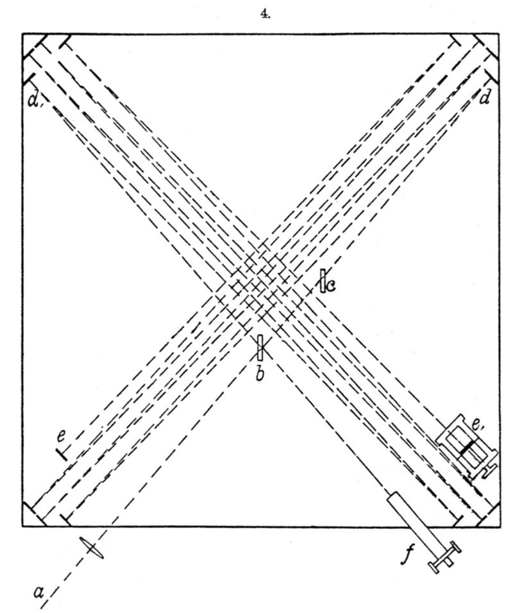
Variação do c.o.:

$$\Delta d_{12} - \Delta d_{21} = 2\gamma(1-\gamma)(L_1+L_2) \approx (L_1+L_2)\beta^2$$

Deslocamento de franjas:

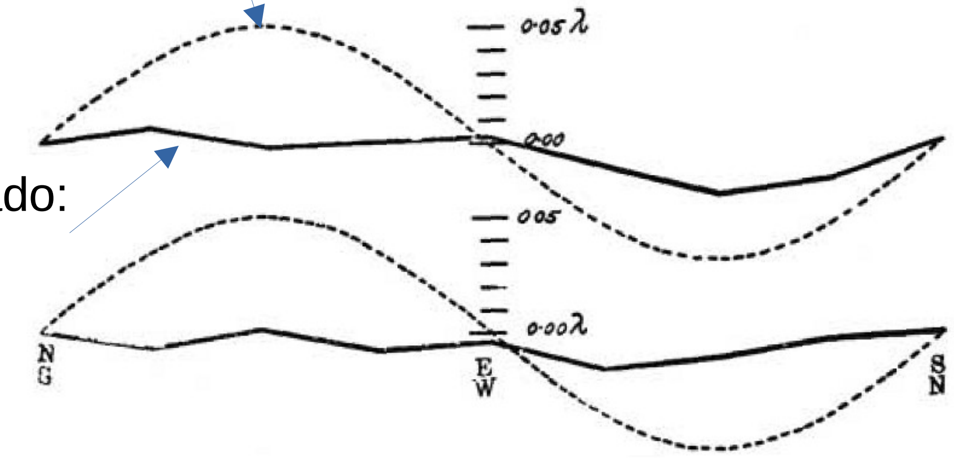
$$\delta m \approx \frac{(L_1+L_2)}{\lambda}\beta^2$$

Resultado experimental



1/8 do esperado (0.4 franjas)

Observado:
<0.01



$L_1 \approx L_2 \approx 11\,\mathrm{m}$ (efetivo)

$v \approx v_{Terra} \approx 30\ \ \mathrm{km/s}, \beta \approx 10^{-4}$

$\langle \lambda \rangle \approx 550\,nm$

esperado

$$\delta m \approx \frac{(L_1 + L_2)}{\lambda} \beta^2 \approx 0.4$$