



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Introdução aos Elementos de Máquinas

PMR 3320 – A12

**Introdução ao projeto de engrenagens
Dimensionamento AGMA**

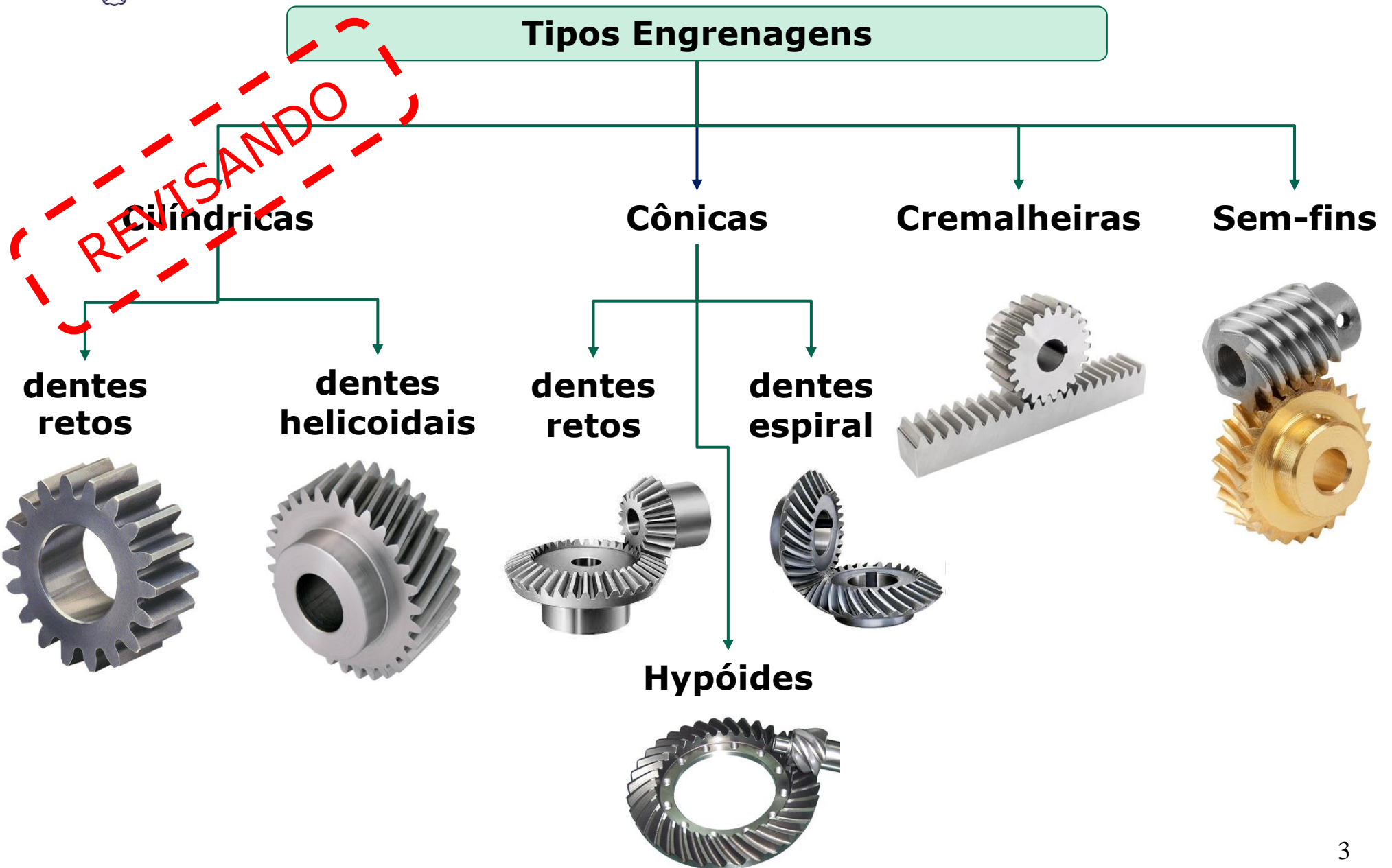
2023.2



Tópicos

Referência: Capítulos 13, **14** e 15 do Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition, McGraw-Hill Primis, 2006

- ▶ Equação de Lewis para flexão
- ▶ Durabilidade da superfície
- ▶ Equações de tensão da AGMA
- ▶ Equações de deformação da AGMA
- ▶ Fator geométrico I e J (ZI e YJ)
- ▶ Fator de Coeficiente elástico C_p (ZE)
- ▶ Fator dinâmico K_v
- ▶ Fator de sobrecarga K_o
- ▶ Fator de condicionamento de superfície C_f (ZR)
- ▶ Fator de forma K_s
- ▶ Fator de distribuição de carga K_m (KH)
- ▶ Fator de razão de dureza CH
- ▶ Fator de ciclo de vida de tensão Y_N e Z_N
- ▶ Fator de confiabilidade K_R (YZ)
- ▶ Fator de temperatura K_T ($Y\theta$)
- ▶ Fator de espessura de Rim K_B
- ▶ Fatores de segurança SF e SH
- ▶ Análise
- ▶ Projeto de *mesh* de engrenagens

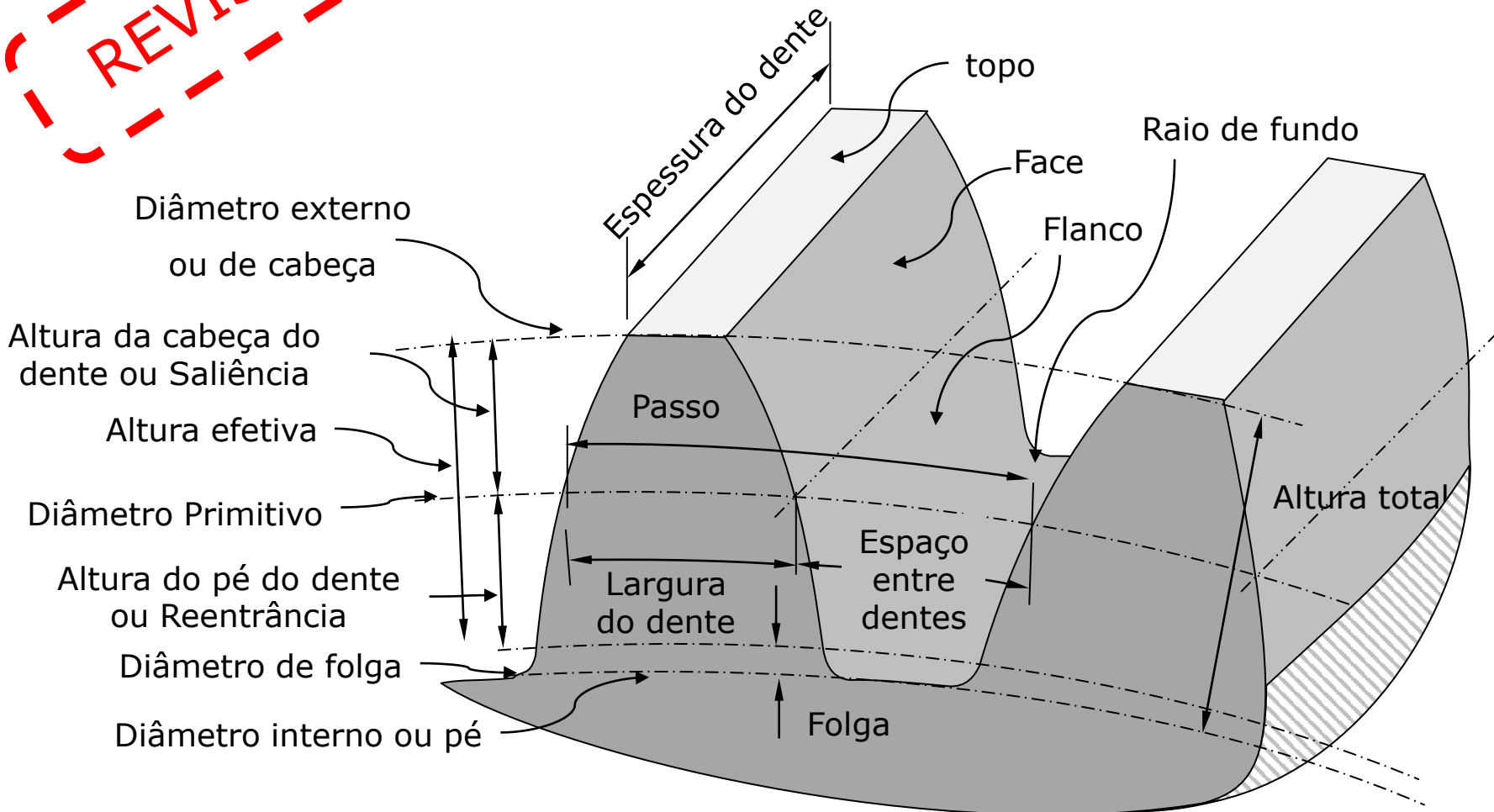




Engrenagens métricas

Terminologia

REVISANDO

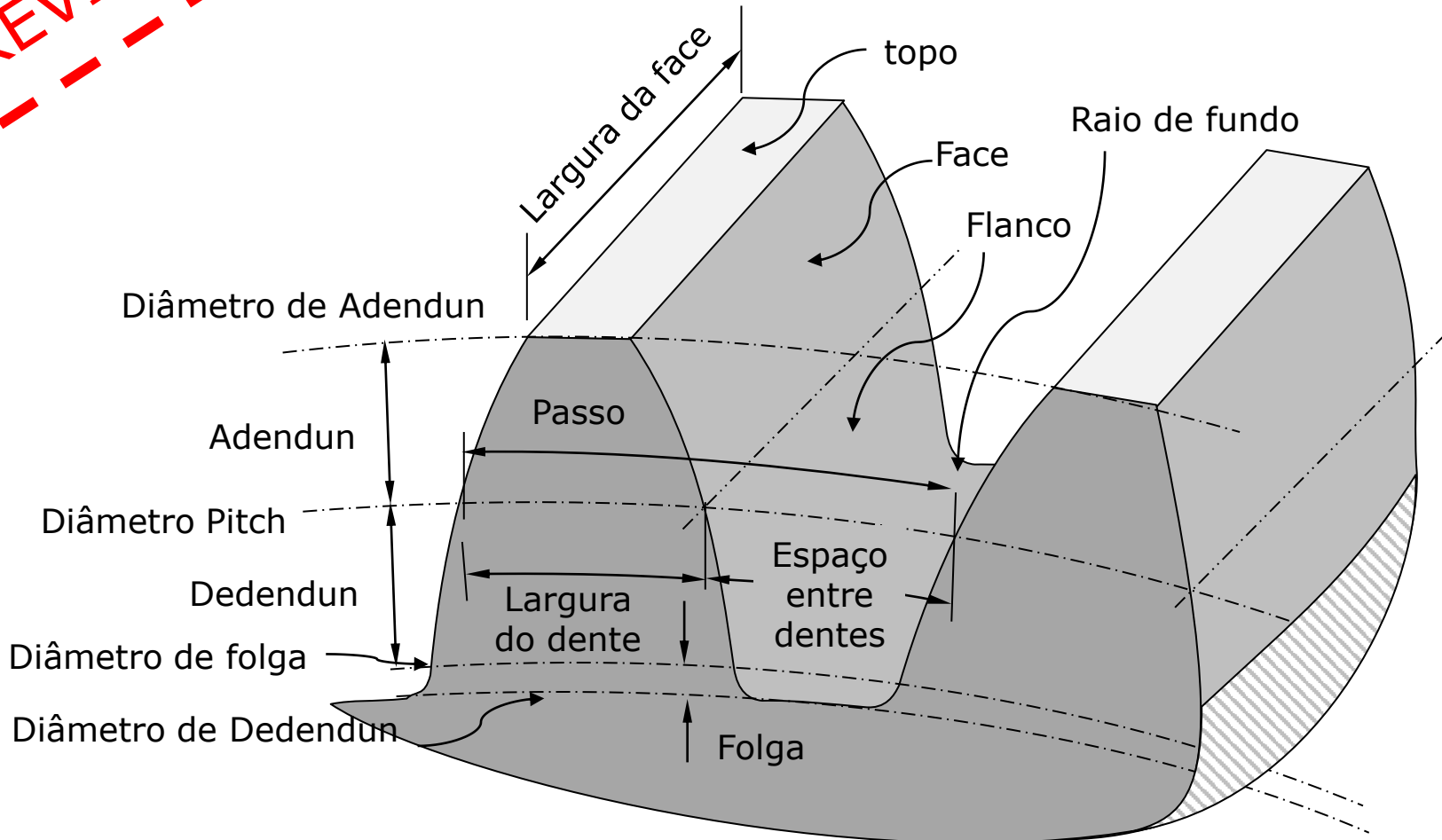




Engrenagens Imperiais (polegadas)

Terminologia

REVISANDO





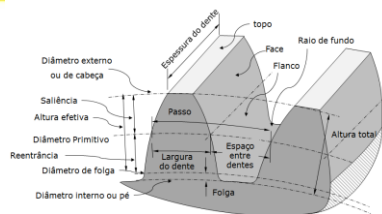
Terminologia das engrenagens

- ▶ **Círculo Primitivo (*Pitch circle*)** – é o círculo teórico, sobre o qual os cálculos são normalmente efetuados.
- ▶ **Diâmetro Primitivo (*pitch diameter*)** - **d** – diâmetro do círculo primitivo.
- ▶ **Passo Primitivo (*circular pitch*)** - **p** – é a distância, medida no círculo primitivo, de um ponto num dente, até ao ponto correspondente no dente adjacente. O passo primitivo é igual á soma da espessura do dente (*tooth thickness*) e intervalo entre dentes (*width of space*).
- ▶ **Módulo (*module*)** - **m** – é a razão entre o diâmetro primitivo, “d” e o número de dentes, “N”. [$m = d/N$]
- ▶ **Diametral Pitch** - **P** – é a razão entre o número de dentes da engrenagem - N e o diâmetro primitivo - d. [$P = N/d$]



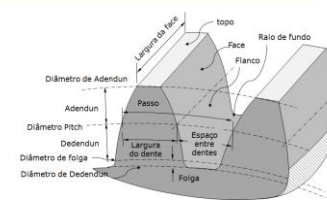
Terminologia das engrenagens

- ▶ **Saliência (*addendum*) - a** – é a distância radial entre a superfície da coroa (topland) e o diâmetro primitivo.
- ▶ **Reentrância (*dedendum*) - b** – é a distância radial entre a superfície da raiz (bottomland) e o diâmetro primitivo.
- ▶ **Altura do dente (*whole depth*) - ht** – é a soma da saliência e da reentrância.
- ▶ **círculo de folga (*clearance circle*)** – é o círculo tangente ao círculo de saliência da engrenagem.
- ▶ **Folga (*clearance*) - c** – é a saliência subtraída da reentrância.
- ▶ **Backlash** – é a quantidade que o intervalo entre dentes (*width of space*) excede a espessura do dente engrenado no círculo primitivo.



Norma ISO

Numero de dentes	Z
Módulo	m
Passo	t_0
Largura do dente	s_0
Espaço entre dentes	l_0
Diâmetro primitivo	d_0
Diâmetro entre centros	a_0
Altura comum do dente	h
Altura da cabeça do dente	h_k
Altura do pé do dente	h_f
Altura do dente	h_z
folga	S_k
Diâmetro externo	d_k
Diâmetro do pé do dente	d_f
Diâmetro de base	d_g
Ângulo de pressão	α_0
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenan	t_e
Grau de recobrimento	ϵ



AGMA – Shigley

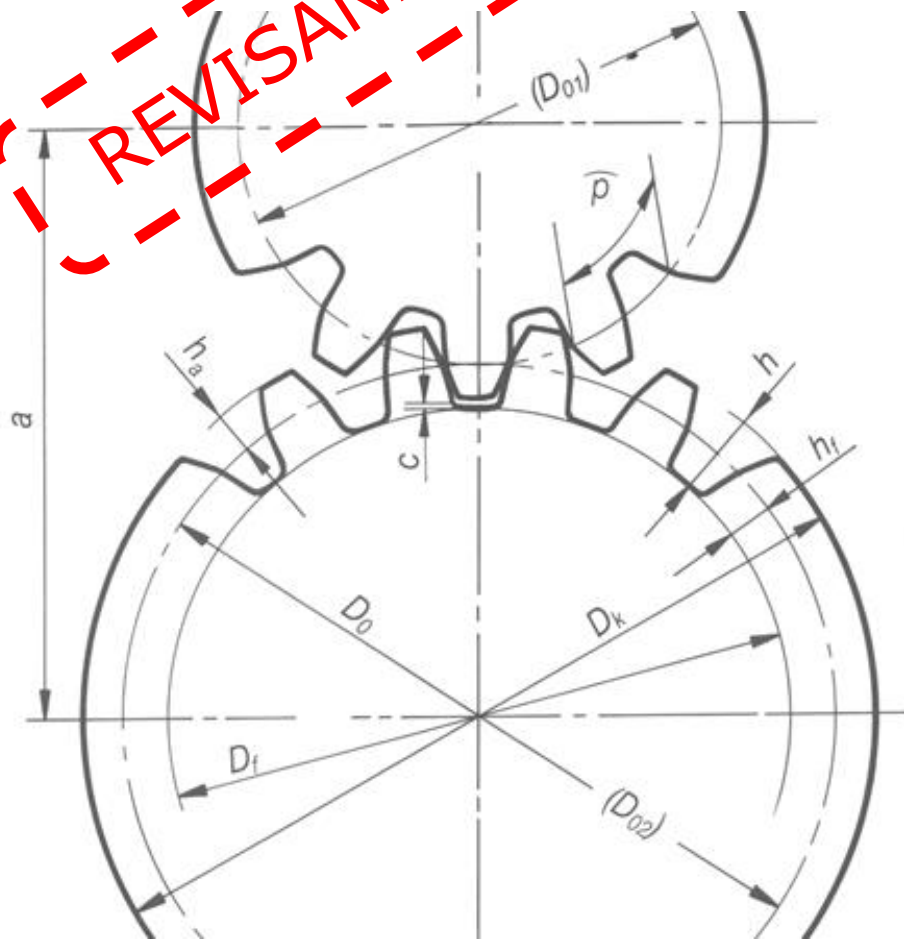
Número de dentes	N
Módulo	m
Circular pitch	p
Largura do dente	t
Espaço entre dentes	—
Diâmetro pitch	d
Diâmetro entre centros	C
Altura comum do dente	h
<i>Addendum</i>	a
<i>Dedendum</i>	b
Altura do dente	h_t
folga	c
Diâmetro de <i>addendum</i>	D_a
Diâmetro de raiz	D_R
Diâmetro de trabalho	D_K
Ângulo de pressão	ϕ
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenan	$?$
Razão de contato	m_p

REVISANDO

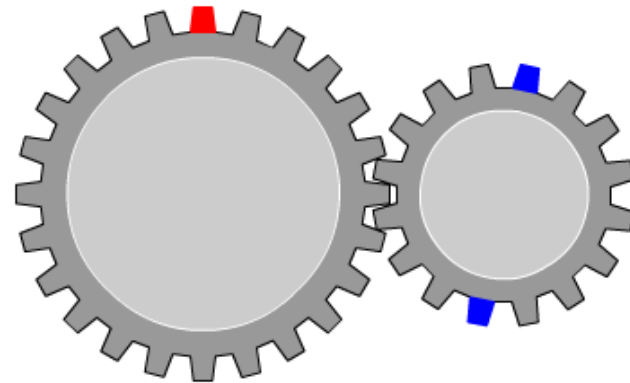
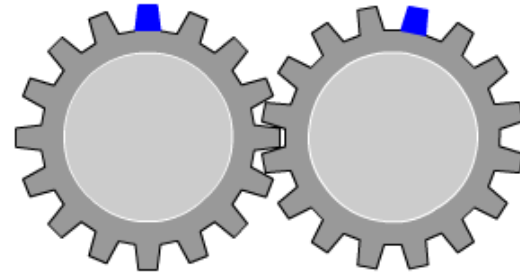


Leis do engrenamento

REVISANDO



$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$



$$Z = \frac{d}{m} = \frac{D_a - 2m}{m}$$

$$p = \frac{\pi \cdot d}{Z}$$

módulo

$p = \text{circular pitch}$



Módulos

A norma DIN 780 P1 e P2 definem o perfil do dente e as dimensões da envolvente e **MÓDULOS (m) normalizados**

0,3 – 0,4 – 0,5 – 0,6 – 0,7 – 0,8 – 0,9

1,0 – 1,25 – 1,50 – 1,75

2,00 – 2,25 – 2,50 – 2,75

3,0 – 3,25 – 3,50 – 3,75

4,00 – 4,5

5,0 – 5,5

6,0 – 6,5

7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18

20 – 22 – 24 – 27 – 30 – 33 – 36 – 39 – 42 – 45

50 – 55 – 60 – 65 – 70 – 75



Interferência

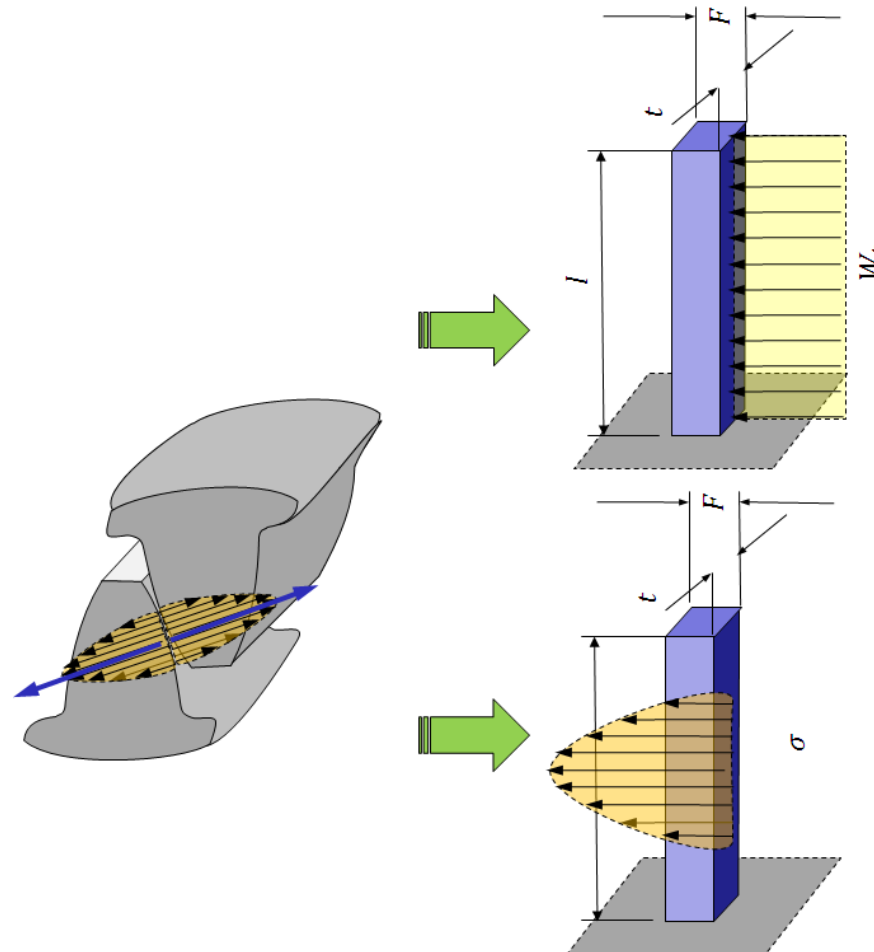
- ▶ Número mínimo de dentes para evitar problemas de interferência

Número de dentes do pinhão	Número de dentes da engrenagem							
	Ângulo de contato							
	0	5	10	15	20	25	30	35
8								12
9							12	34
10						12	26	∞
11					13	23	93	
12			12	16	24	57	∞	
13	16	17	20	27	50			
14	26	27	34	53	207			
15	45	49	69	181	∞			
16	101	121	287	∞				
17		∞	∞					



Introdução

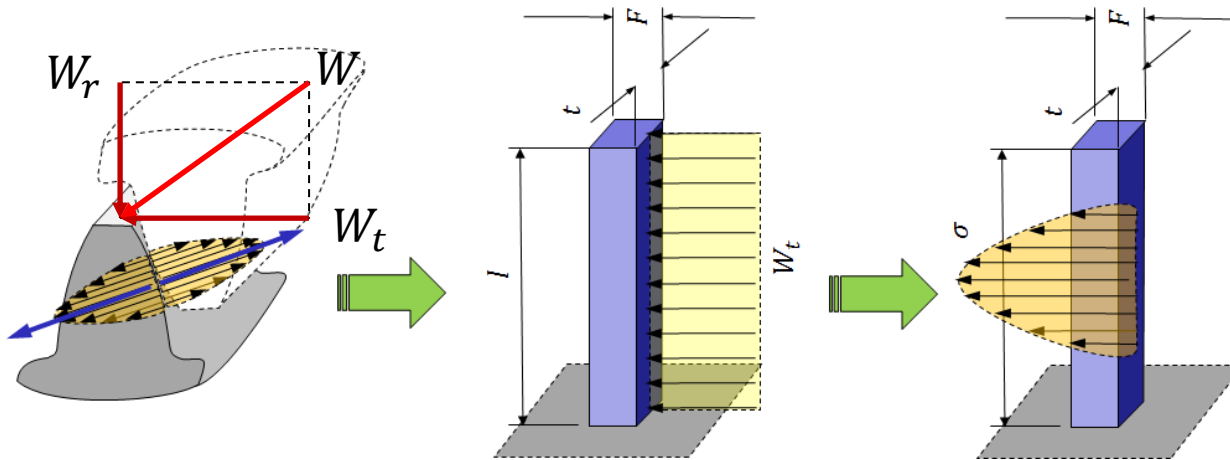
- ▶ Um dente de engrenagem deve ser analisado sob o ponto de vista dos esforços de flexão, fadiga e das tensões de contato



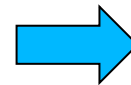


Equação de Lewis para flexão

- ▶ Wilfred Lewis (1892) desenvolveu uma equação para estimar a tensão em um dente de engrenagem
- ▶ É a equação base no projeto de engrenagens

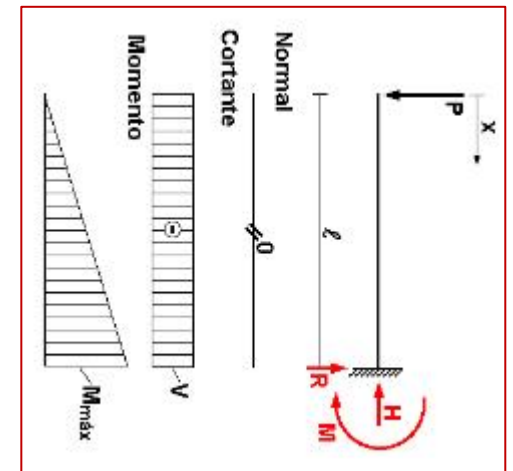


$$\sigma = \frac{M}{(I/C)}$$



$$\sigma = \frac{6 W_t l}{F t^2}$$

Relembrando!





Equação de Lewis para flexão

- Equação de Lewis:

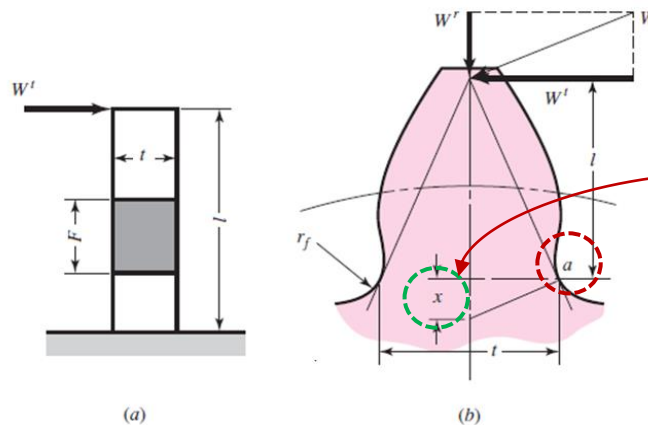
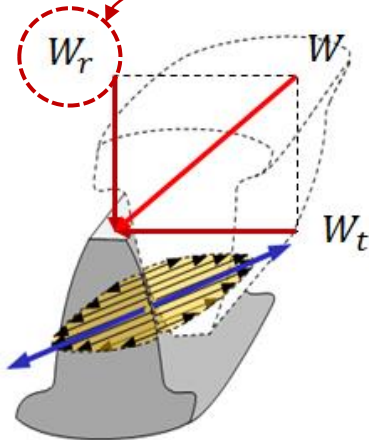
$$\sigma = \frac{W_t P}{F Y}$$

- Onde:

$$Y = \frac{2x P}{3}$$

► *Y – Fator de forma da Lewis*

Isto significa que somente a flexão do dente é considerada, a compressão resultante da decomposição da força de contato é desprezada



$$x = \frac{t^2}{4 l}$$



Equação de Lewis para flexão

- ▶ Valores do fator forma de Lewis para um ângulo de contato de 20°, no diâmetro pitch.

$$\sigma = \frac{W_t P}{F Y}$$

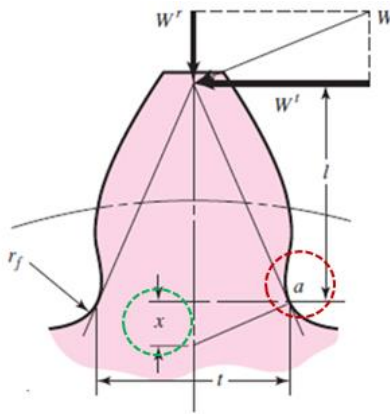
Number of Teeth	Y	Number of Teeth	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Rack	0.485



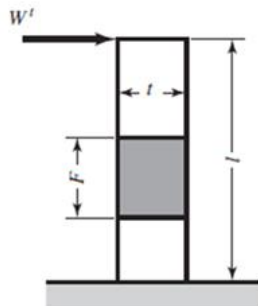
Equação de Lewis para flexão

► Considerações sobre a Equação de Lewis:

$$\sigma = \frac{W_t P}{F Y}$$



(b)



(a)

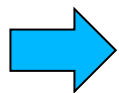
- O uso da equação de Lewis implica em considerar que o dente não compartilha o carregamento e que a máxima força é exercida no fim do dente
- Como a razão de contato pode ser maior do que 1, cerca de 1.5, é desconsiderado o efeito de distribuição do carregamento
- Mesmo que a engrenagem seja perfeitamente fabricada, assumir que o carregamento máximo ocorre na parte superior do dente é ser conservativo, pois mais de um dente deve estar em contato, reduzindo o carregamento.
- O exame do engrenamento revela que o carregamento ocorre no meio do dente
- A pior condição ocorre quando somente um par engrenado transmite todo o carregamento



Efeito dinâmico – Equação de Barth

- ▶ O carregamento no engrenamento é um problema dinâmico, é torna-se crítico em médias e altas velocidades.
- ▶ Ele representa a relação entre a falha de uma engrenagem e a velocidade pitch, atuando sob mesmo carregamento
- ▶ As normas ANSI/AGMA 2001-D04 e 2101-D04 definem o fator dinâmico como sendo maior do que 1.
- ▶ *Barth* acrescenta um fator de correção dinâmica (K_v) a equação de Lewis

$$\sigma = \frac{W_t P}{F Y}$$



$$\sigma = K_v \frac{W_t P}{F Y}$$

$$\sigma = K_v \frac{W_t P}{F Y}$$

▶ Para sistema americano

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

▶ Para sistema métrico

Onde: \Rightarrow m = módulo,

\Rightarrow F = largura do dente em mm

\Rightarrow Wt = carregamento tangencial em MPa



Efeito dinâmico

- ▶ fator de correção dinâmica (K_v) (sistema métrico)

$$K_v = \frac{3,05 + V}{3,05}$$

- ▶ Para engrenagens de fofo com perfil de dentes fundidos

$$K_v = \frac{6,01 + V}{6,01}$$

- ▶ Para engrenagens com perfil de dentes fresados

$$K_v = \frac{3,56 + \sqrt{V}}{3,56}$$

- ▶ Para engrenagens com perfil de dentes gerados

$$K_v = \sqrt{\frac{5,56 + \sqrt{V}}{5,56}}$$

- ▶ Para engrenagens com perfil de dentes gerados e retificados

- ▶ **V (m/s)**



Equação AGMA de tensão/deformação

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t P}{F Y}$$

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

Efeito dinâmico

tensões de contato

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_b}{F J}$$

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F l}}$$

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{w_1} b Z_l}}$$

▶ Unidades Americanas

▶ **Sistema métrico**



Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Na metodologia AGMA a equação de Lewis/Barth são corrigidas por uma série de fatores que procuram considerar todas as possíveis causas de falha de uma engrenagem.

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Equação para tensão de flexão admissível

$$\sigma_{all} = \frac{S_t}{S_f} \frac{Y_n}{K_T K_R}$$

▶ Unidades Americanas

$$\sigma_{all} = \frac{S_t}{S_f} \frac{Y_n}{Y_\theta Y_Z}$$

▶ **Sistema métrico**

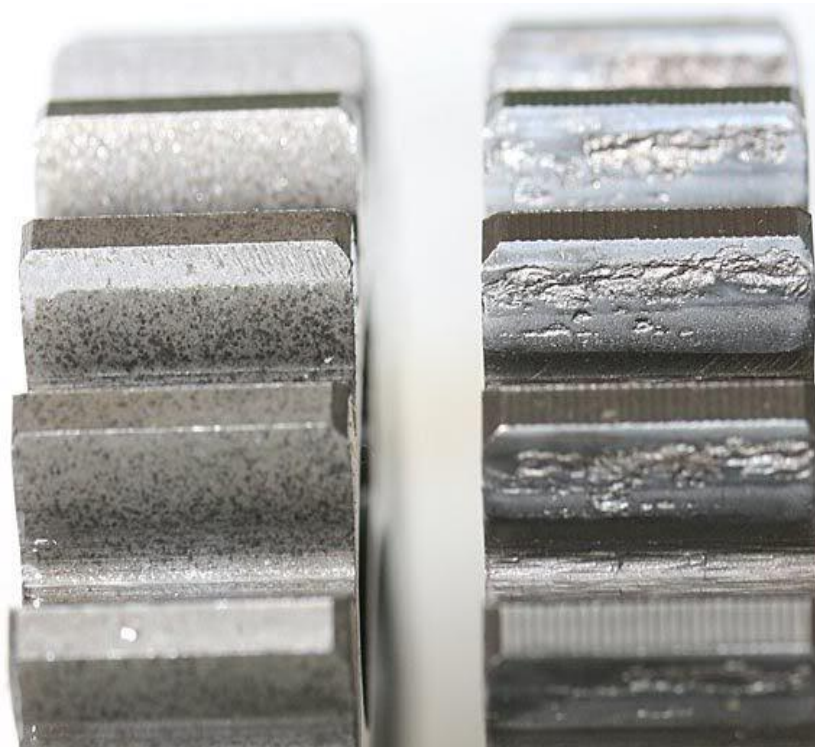
Onde:

- ▶ S_t = tensão de flexão permitida (N/mm²)
- ▶ Y_N = Fator do ciclo de tensão para tensão de dobramento
- ▶ K_T ou Y_θ fator de temperatura
- ▶ K_R ou Y_Z fator de confiabilidade
- ▶ S_F = fator de segurança AGMA



Durabilidade da superfície

- ▶ Um dos modos de falha de engrenagens está relacionado a fadiga superficial dos dentes, *pitting*.
- ▶ Este é formado pela ação cíclica das tensões de contato que geram fadiga de contato





Equação AGMA de tensão de contato

- ▶ Na metodologia AGMA a equação de Lewis/Barth são corrigidas por uma série de fatores que procuram considerar todas as possíveis causas de falha de uma engrenagem.

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de superfície

Fator resistência para *pitting*

Espessura do dente

Diâmetro *pitch* do pinhão

Fator de distribuição de carga

Fator de resistência a flexão

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico

Coeficiente elástico



Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Equação para tensão de contato admissível

$$\sigma_{c_{all}} = \frac{S_C Z_n C_H}{S_H K_T K_R}$$

▶ Unidades Americanas

$$\sigma_{c_{all}} = \frac{S_C Z_n Z_w}{S_H Y_\theta Y_Z}$$

▶ **Sistema métrico**

Onde:

- S_C = tensão de contato admissível (N/mm²)
- Z_N = Fator do ciclo de tensão
- K_T ou Y_θ fator de temperatura
- K_R ou Y_Z fator de confiabilidade
- S_H = fator de segurança AGMA



Equação AGMA de tensão/deformação

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Equação AGMA de tensão/deformação

► Fator dinâmico - k_v

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Fator dinâmico K_v

- ▶ O fator dinâmico tenta compensar erros de manufatura e operação
- ▶ Os principais erros observados são:
 - Erros geométricos e dimensionais nos dentes resultantes da fabricação
 - Vibração do dente durante o engrenamento devido a sua rigidez
 - Intensidade da velocidade na linha de pitch
 - Desbalanceamento do elementos em rotação
 - Desgaste e deformação plástica na face de contato
 - Desalinhamentos lineares e angulares, resultantes da flexão dos eixos
 - Atrito nos dentes



Fator dinâmico K_v

- ▶ Para compensar estes erros a AGMA definiu graus de qualidade (*quality numbers*)
- ▶ Estes definem as tolerâncias para engrenagens de diversos tamanhos
- ▶ Graus de 3 a 7 – engrenagens comerciais
- ▶ Graus de 8 a 12 - engrenagens de precisão



Fator dinâmico K_v

- ▶ Equações para o fator dinâmico:

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B$$

- ▶ Unidades Americanas

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

- ▶ **Sistema métrico**

- ▶ Onde: $A = 50 + 56(1 - B)$

$$B = 0,25(12 - Q_v)^{2/3}$$

$$V_{t_{max}} = (A + (Q_v - 3))^2$$

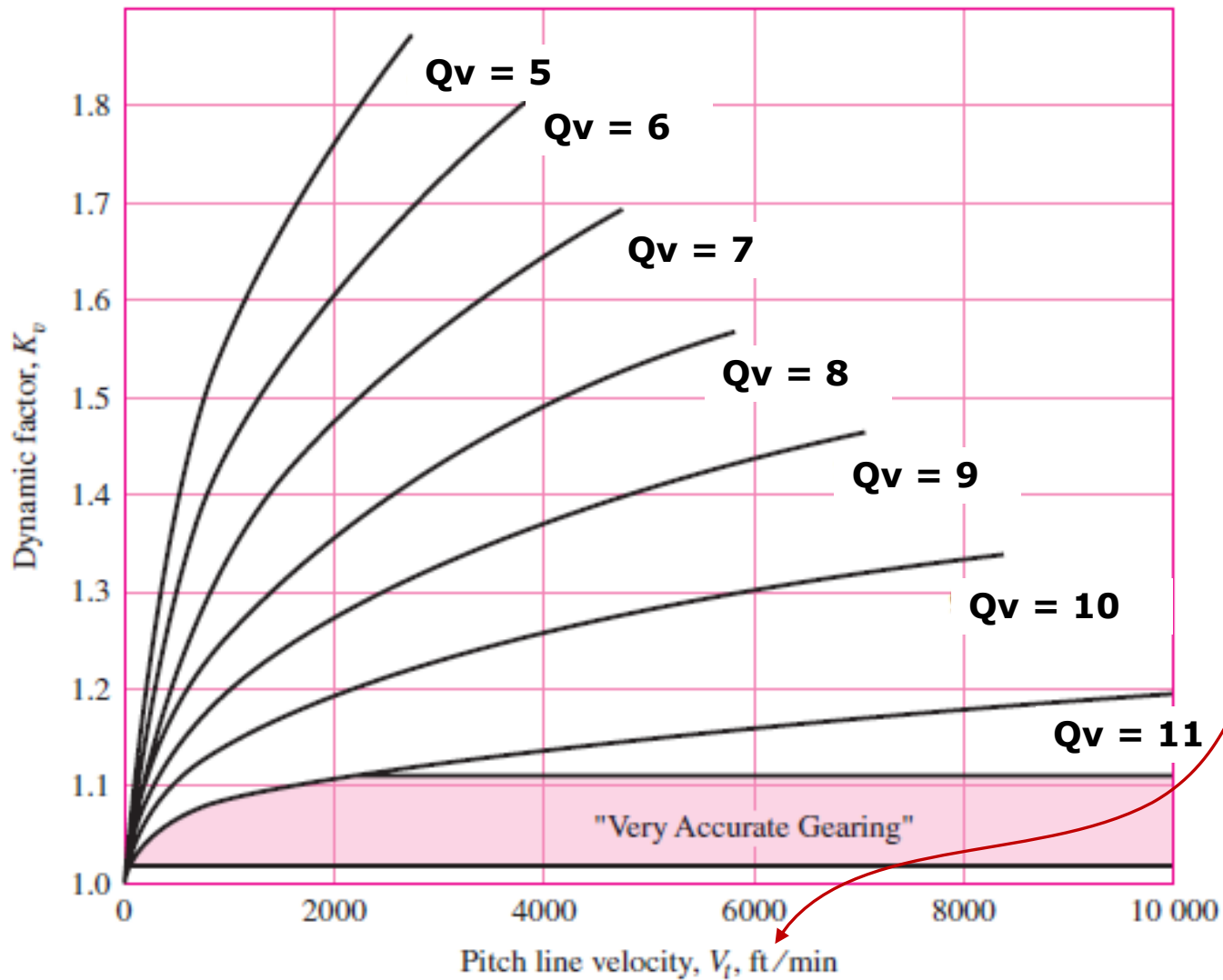
- ▶ Unidades Americanas

$$V_{t_{max}} = \frac{(A + (Q_v - 3))^2}{200}$$

- ▶ **Sistema métrico**



Fator dinâmico K_v



Cuidado com a unidade



Equação AGMA de tensão/deformação

► Fator de sobrecarga

$$\sigma = k_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Fator de sobrecarga K_A

- ▶ Fator de sobrecarga - $K_A = K_o$

Table of Overload Factors, K_o $K_A = K_o$

Driven Machine

Power source	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25



Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Fator de distribuição de carga

$$\sigma = k_v K_A K_{H\beta} Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*
módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

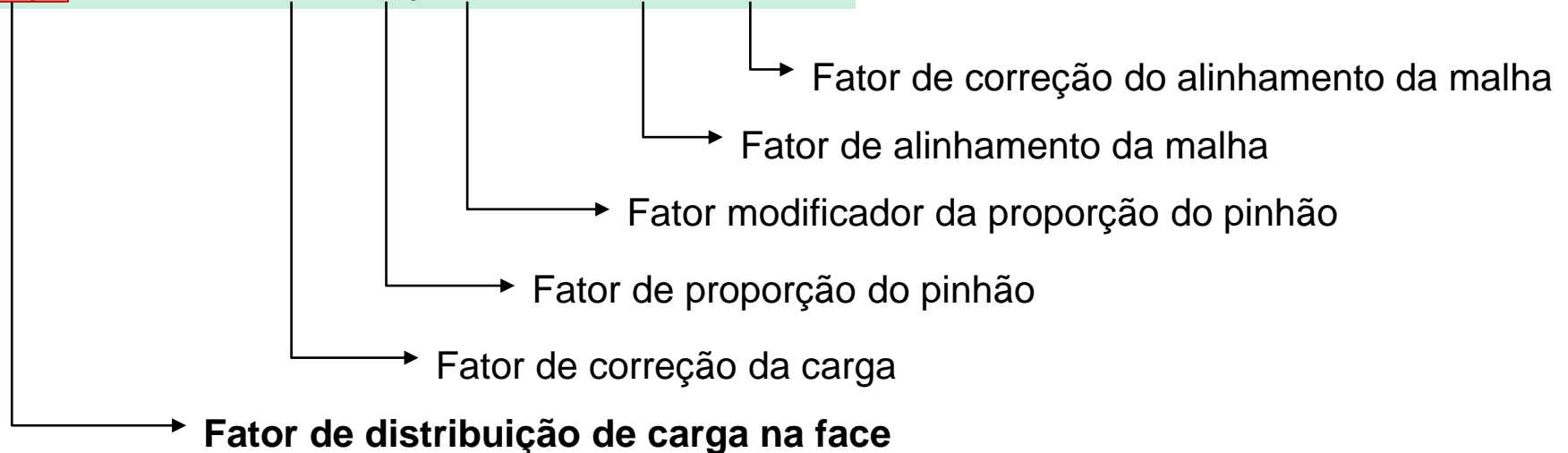
Fator dinâmico



Fator de distribuição de carga - $K_{H\beta}$

► Fator de distribuição de carga - $K_{H\beta}$

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$



- O fator de distribuição de carga modifica as equações de tensões de forma a refletir uma distribuição não uniforme ao longo da linha de contato.



Fator de distribuição de carga - $K_{H\beta}$

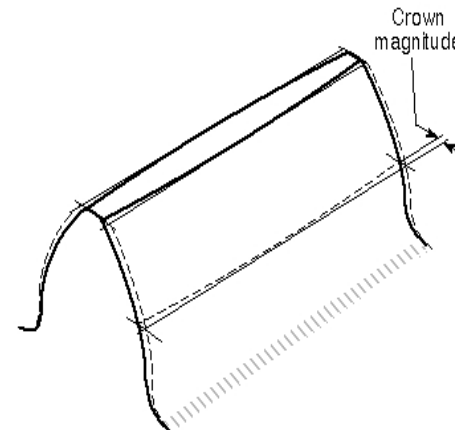
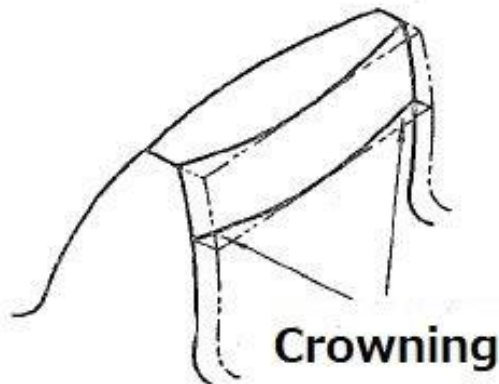
- ▶ Fator de correção da carga - C_{mc}

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc} (C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

→ Fator de correção da carga

$$C_{mc} = \begin{cases} 1 & \text{for uncrowned teeth} \\ 0.8 & \text{for crowned teeth} \end{cases}$$

Definido no projeto





Fator de distribuição de carga - $K_{H\beta}$

- ▶ Fator de proporção do pinhão - C_{pf}

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc} (C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

→ Fator de proporção do pinhão

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{b}{10d} - 0,0025 & b \leq 25,4 \text{ mm (1 pol.)} \\ \frac{b}{10d} - 0,0375 + 0,0125b & 25,4 < b \leq 431,8 \text{ mm (17 pol.)} \\ \frac{b}{10d} - 0,1109 + 0,0207b - 0,000228 b^2 & 431,8 < b \leq 1.016 \text{ mm (40 pol.)} \end{cases}$$

onde: b = largura da face do dente
 d = espessura da engrenagem

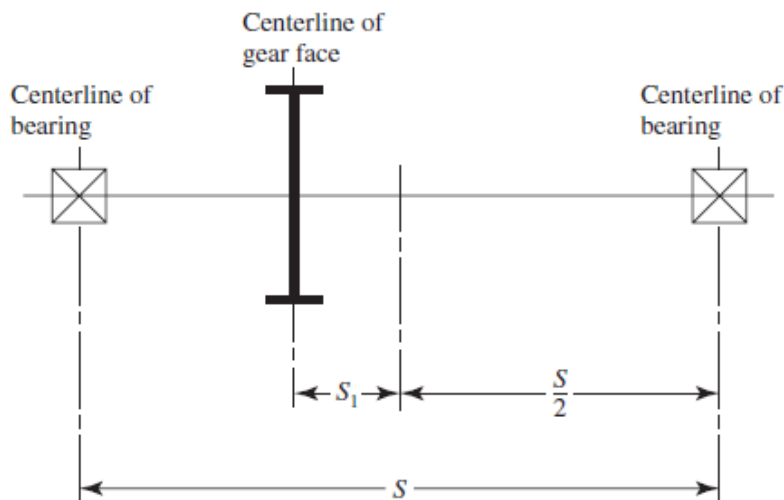


Fator de distribuição de carga - $K_{H\beta}$

- ▶ Fator modificador de proporção do pinhão - C_{pm}

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf} C_{pm} + C_{ma} C_e)$$

Fator modificador da proporção do pinhão



Fator modificador da proporção do pinhão

Como a engrenagem está montada no eixo

$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \Rightarrow \frac{s_1}{s} < 0,175 \\ 1,1 & \Rightarrow \frac{s_1}{s} \geq 0,175 \end{cases}$$



Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Fator alinhamento da malha - C_{ma}

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de alinhamento da malha

$$C_{ma} = A + B F + C F^2$$

Onde **F** é a largura da face do dente em polegadas

Condition	A	B	C
Open gearing	0.247	0.0167	$-0.765(10^{-4})$
Commercial, enclosed units	0.127	0.0158	$-0.930(10^{-4})$
Precision, enclosed units	0.0675	0.0128	$-0.926(10^{-4})$
Extraprecision enclosed gear units	0.00360	0.0102	$-0.822(10^{-4})$

*See ANSI/AGMA 2101-D04, pp. 20–22, for SI formulation.

$$C_{ma} = A + B \left(\frac{b}{25,4} \right) + C \left(\frac{b}{25,4} \right)^2$$

Onde **b** é a largura da face do dente em milímetros

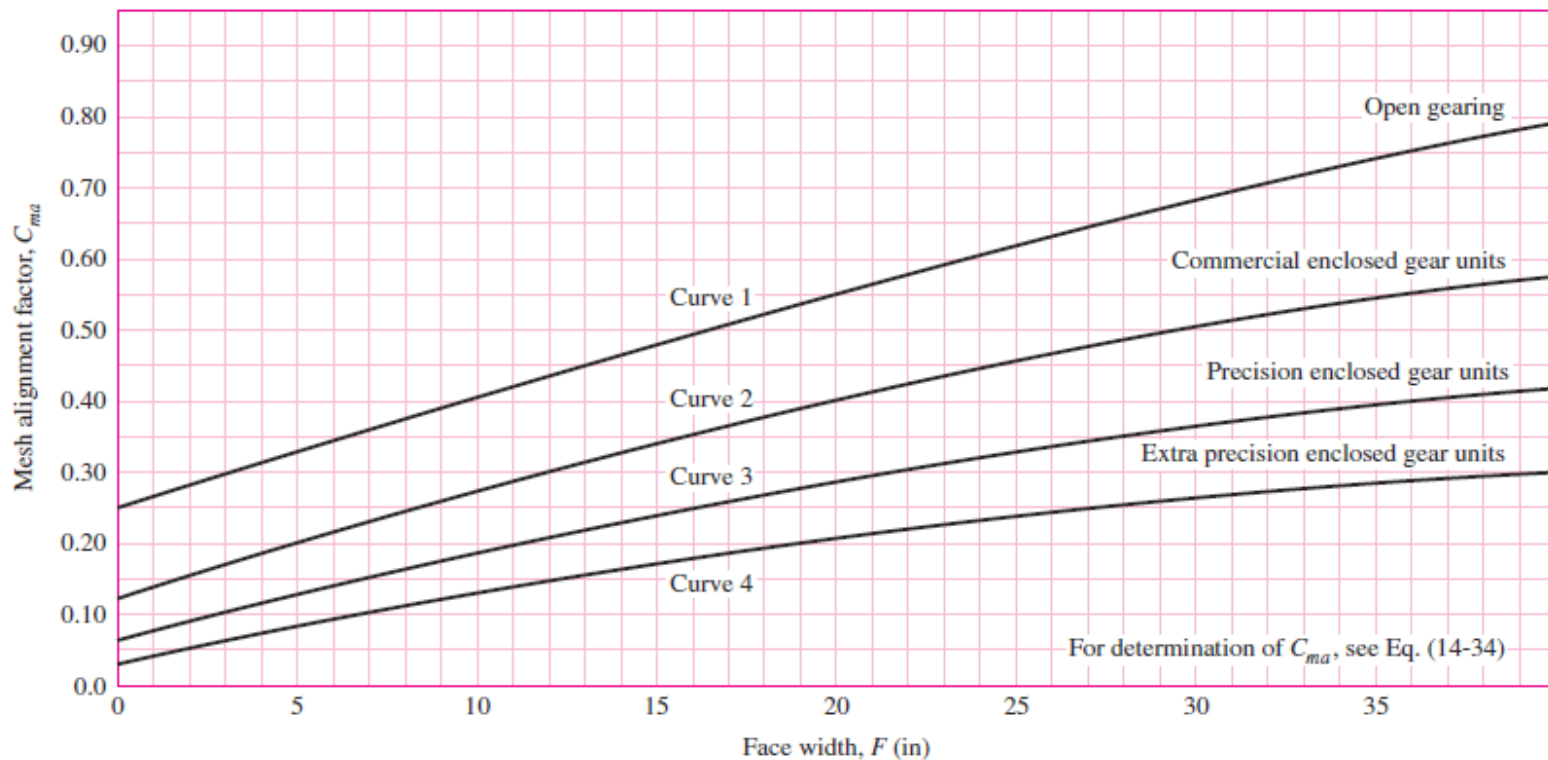


Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Fator alinhamento da malha - C_{ma}

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de alinhamento da malha



Onde **F** é a largura da face do dente em polegadas



Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Fator de correção do alinhamento da malha - C_e

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

→ Fator de correção do alinhamento da malha

$$C_e = \begin{cases} 0,8 & \Rightarrow \text{para engrenagens ajustadas na montagem, e ou ajustadas por lapidação} \\ 1 & \Rightarrow \text{para qualquer outra condição} \end{cases}$$

$$K_{H\beta} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$



Equação AGMA de tensão/deformação

► Fator de distribuição de carga

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



Equação AGMA de tensão/deformação

- ▶ Fator de resistência a flexão - Y_X ou K_S

$$K_S = Y_X = 1,192 \left(\frac{b\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

$K_S = Y_X = 1$ por recomendação da norma AGMA



Equação AGMA de tensão/deformação

► Fator de espessura - K_B

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico

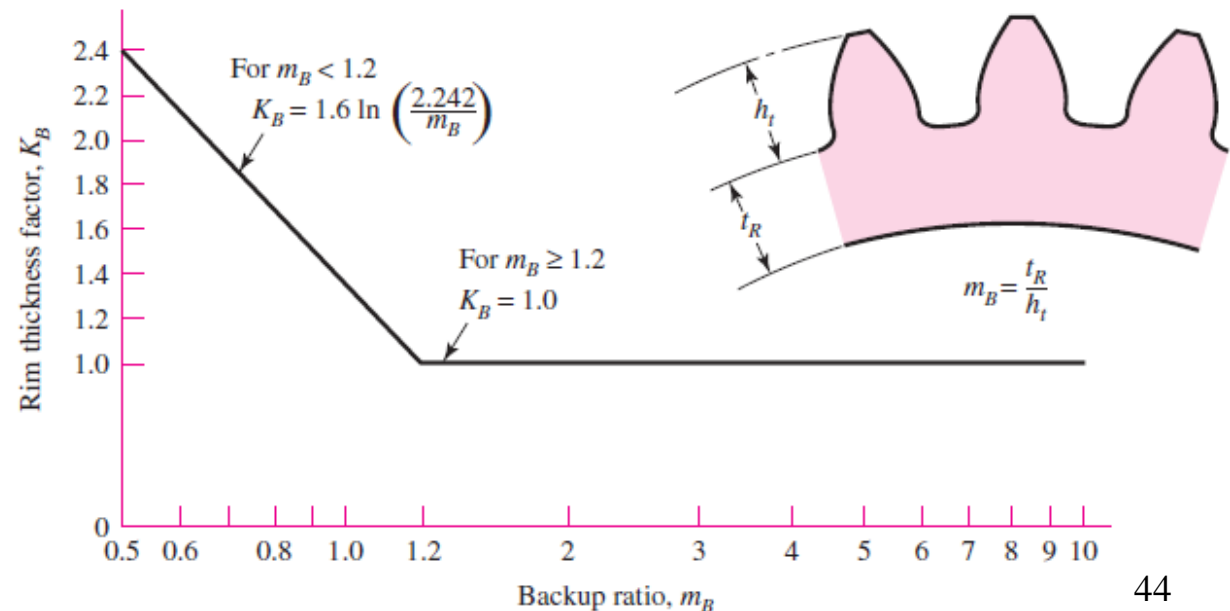


Fator de espessura - K_B

- ▶ O Fator de espessura da curvatura - K_B , ajusta as estimativas da tensão de dobramento (flexão) para engrenagens de espessuras curvatura fina.
- ▶ O fator K_B depende do fator m_B :

$$m_B = \frac{t_R}{h_t}$$

$$K_B = \begin{cases} 1.6 \ln \frac{2.242}{m_B} & m_B < 1.2 \\ 1 & m_B \geq 1.2 \end{cases}$$





Equação AGMA de tensão/deformação

- Fator geométrico para *flexão* - Y_J

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Carregamento transversal

Fator geométrico para *flexão*

módulo

Largura da face do dente

Fator de espessura

Fator de resistência a flexão

Fator de distribuição de carga

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico



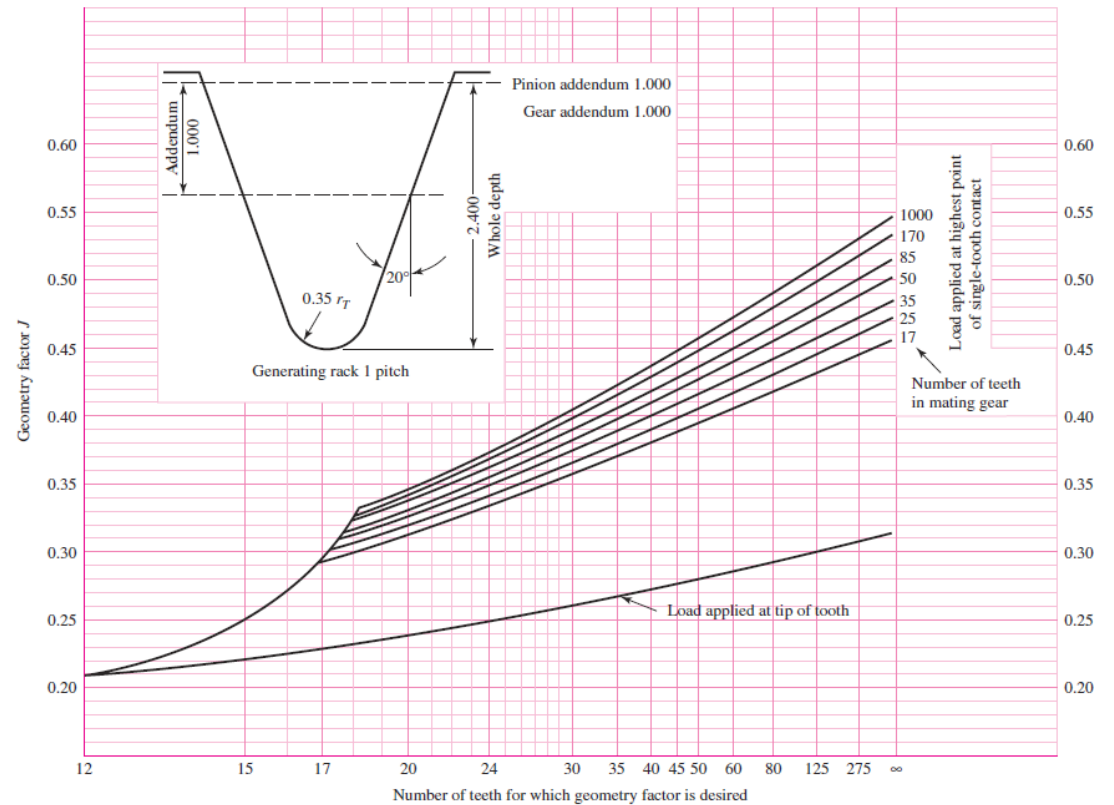
Fator geométrico para flexão - Y_J

$Y =$ Fator de forma AGMA

$$Y_J = \frac{Y}{K_f m_N}$$

$$m_N = \frac{p_N}{0,95 Z}$$

$K_f =$ Fator de correção de tensão





Fatores geométricos I e J

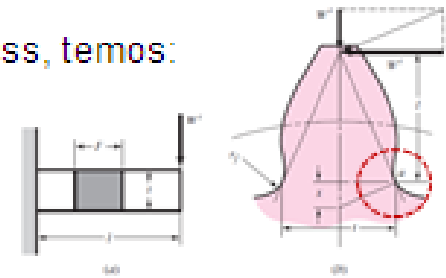
- ▶ A equação de Lewis introduz um fator geométrico Y relativo a geometria do dente

Equação de Lewis

- ▶ Assumindo que a é o ponto de máximo stress, temos:

$$\sigma = \frac{W_t}{F p y}$$

$$x = \frac{t^2}{4l}$$



- ▶ Como: $P = \frac{\pi}{p}$ e $Y = y \cdot \pi$ ▶ Com P = diâmetro pitch

- ▶ Substituindo temos: $\sigma = \frac{W_t P}{F Y}$

- ▶ Onde: $Y = \frac{2x P}{3}$ ▶ Isto significa que somente a flexão do dente é considerada, e a compressão resultante da decomposição da força de contato é desprezada



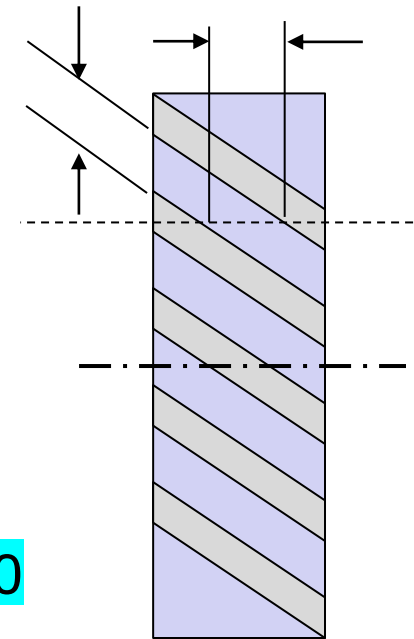
Fatores geométricos **I** e **J**

- ▶ A determinação dos fatores geométricos **I** e **J** depende da razão de contato na face m_F , definido como:

$$m_F = \frac{F}{P_X}$$

Onde:

- ▶ F = Largura do dente
- ▶ P_X = pitch axial (passo axial)
- ▶ Para engrenagens de dentes retos $M_F = 0$





Fatores geométricos I e J

- ▶ Fator de geométrico J de resistência ao dobramento :

$$J = \frac{Y}{K_f m_N}$$

- Onde:
- ▶ m_N = razão de carregamento
 - ▶ K_f = fator de correção de tensão AGMA

- ▶ O fator AGMA é empregado para modificar os valores do fator de forma da equação de forma
- ▶ *Atenção esse Y não é o mesmo fator de forma da equação de Lewis*



Fatores geométricos I e J

- ▶ m_N = razão de carregamento:

$$m_N = \frac{P_N}{0,95 Z}$$

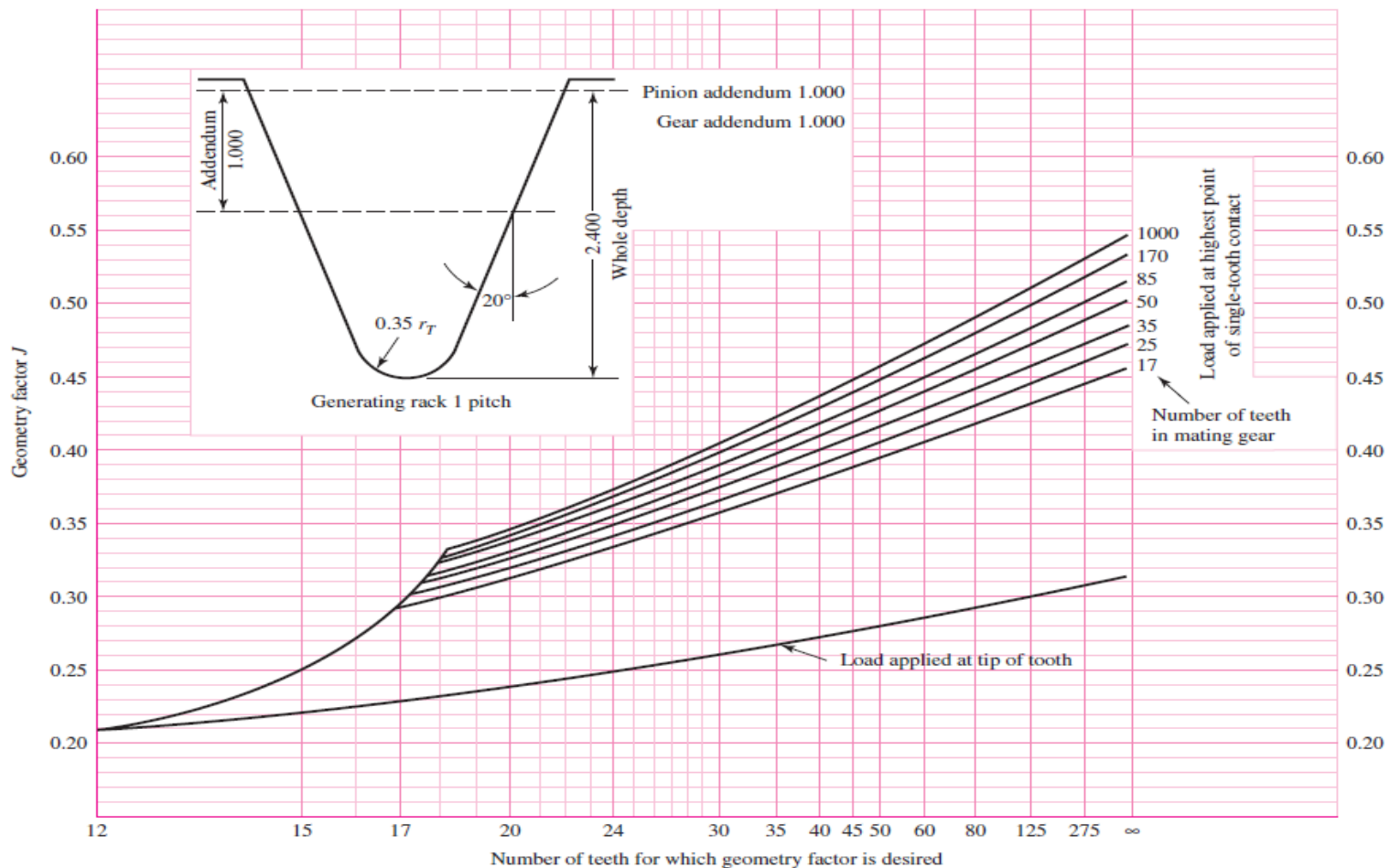
- ▶ Onde:

- P_N = Pitch normal a base
- Z = comprimento da linha de ação no plano transversal



Fatores geométricos I e J

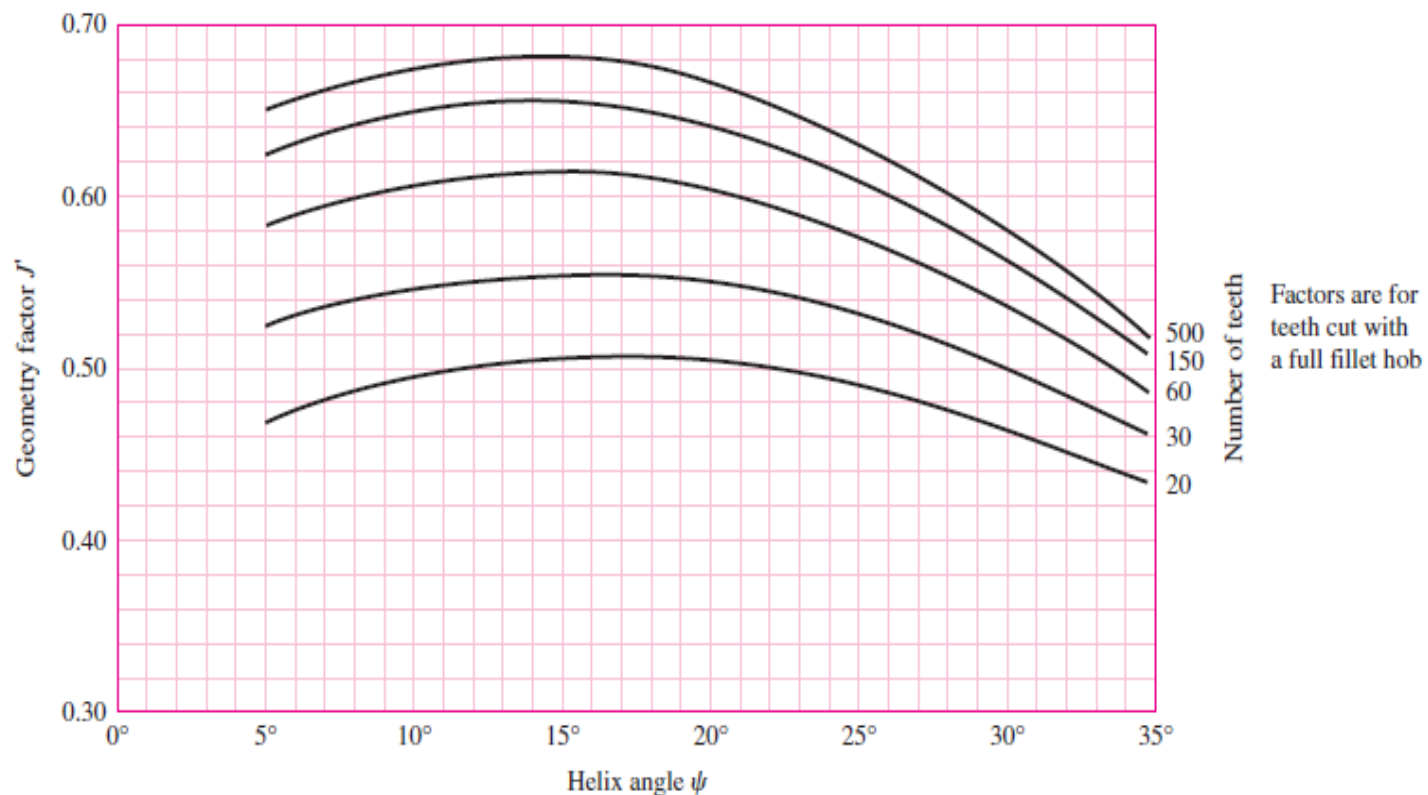
- ▶ Fator geométrico **J** para engrenagens cilíndricas de dentes retos com ângulo de pressão de 20°





Fatores geométricos I e J

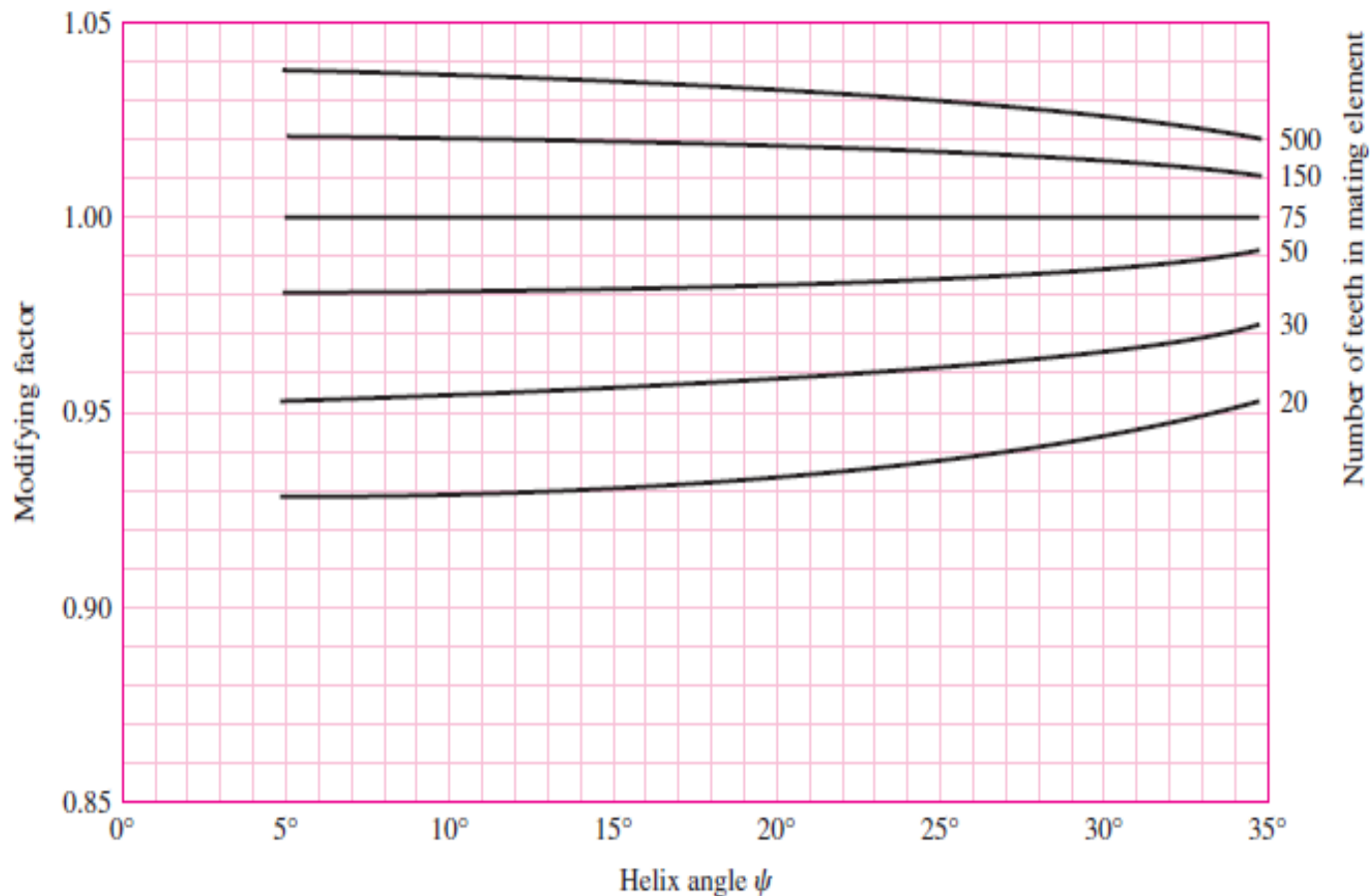
- ▶ Fator geométrico **J** para engrenagens helicoidais ângulo de pressão normal de 20° , e razão de contato $m_F=2$





Fatores geométricos I e J

- ▶ Modificador do fator geométrico **J** para engrenagens helicoidais
ângulo de pressão normal de 20° , e razão de contato $m_F=2$





Equação AGMA de tensão/deformação

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t P}{F Y}$$

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

Efeito dinâmico

tensões de contato

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{P_d K_m K_b}{F J}$$

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F l}}$$

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

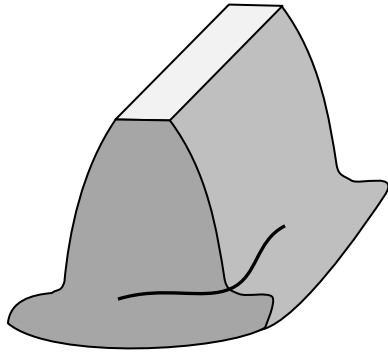
$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{w_1} b Z_l}}$$

▶ Unidades Americanas

▶ **Sistema métrico**



Critério de falha de tensão/deformação



$$\sigma < \sigma_{total}$$

Tensão AGMA de flexão

$$\sigma = k_v K_A K_H \beta Y_X K_B \frac{W_t}{b m Y_J}$$

Tensão de ciclos de fadiga a flexão

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma}{S_F} \frac{Y_n}{Y_\theta Y_Z}$$

Fator de confiabilidade

Fator de temperatura

Fator de segurança a flexão



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de superfície

Fator resistência para *pitting*

Espessura do dente

Diâmetro *pitch* do pinhão

Fator de distribuição de carga

Fator de resistência a flexão

Fator de sobrecarga

Fator dinâmico

Fator de Coeficiente elástico



Equação AGMA de tensão de contato

- Fator e coeficiente elástico - Z_E

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

→ Fator de Coeficiente elástico

$$Z_E = C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2}$$



Equação AGMA de tensão de contato

Fator de Coeficiente elástico C_p (ZE)

► Coeficiente elástico C_p (ZE),

Pinion Material	Pinion Modulus of Elasticity E_p , psi (MPa)*	Gear Material and Modulus of Elasticity E_g , lbf/in ² (MPa)*					
		Steel 30×10^6 (2×10^5)	Malleable Iron 25×10^6 (1.7×10^5)	Nodular Iron 24×10^6 (1.7×10^5)	Cast Iron 22×10^6 (1.5×10^5)	Aluminum Bronze 17.5×10^6 (1.2×10^5)	Tin Bronze 16×10^6 (1.1×10^5)
Steel	30×10^6 (2×10^5)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Malleable iron	25×10^6 (1.7×10^5)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Nodular iron	24×10^6 (1.7×10^5)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Cast iron	22×10^6 (1.5×10^5)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Aluminum bronze	17.5×10^6 (1.2×10^5)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Tin bronze	16×10^6 (1.1×10^5)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

→ Fator dinâmico

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

► Sistema métrico



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

→ Fator de sobrecarga

Table of Overload Factors, K_o

Driven Machine			
Power source	Uniform	Moderate shock	Heavy shock
Uniform	1.00	1.25	1.75
Light shock	1.25	1.50	2.00
Medium shock	1.50	1.75	2.25



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de resistência a flexão

$$K_S = Y_X = 1,192 \left(\frac{b\sqrt{Y}}{P} \right)^{0,0535}$$

$K_S = Y_X = 1$ por recomendação da norma AGMA



Equação AGMA de tensão de contato

Fator de forma - K_s ou Y_x

- O fator de forma não uniformemente as propriedades do material em função do tamanho do dente. Este depende:
 - Da dimensão do dente
 - Diâmetro da peça
 - Razão entre a dimensão do dente e o diâmetro da peça
 - Largura da face
 - Padrão da área de tensão
 - Razão entre a profundidade total e do dente
 - Dureza e tratamento térmico
- Em geral $K_s = 1$, principalmente por que as pesquisas ainda não são conclusivas

$$Y_x = K_s = \frac{1}{k_b} = 1,192 \left(\frac{F \sqrt{Y}}{P} \right)$$



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator de distribuição de carga

$$K_m = K_{H\beta} = C_{mf} = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

Fator de correção do alinhamento da malha

Fator de alinhamento da malha

Fator modificador da proporção do pinhão

Fator de proporção do pinhão

Fator de correção da carga

Fator de distribuição de carga na face



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator resistência para *pitting*

$$Z_I = I = \begin{cases} \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} & \text{external gears} \\ \frac{\cos \phi_t \sin \phi_t}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} & \text{internal gears} \end{cases}$$

external gears

internal gears

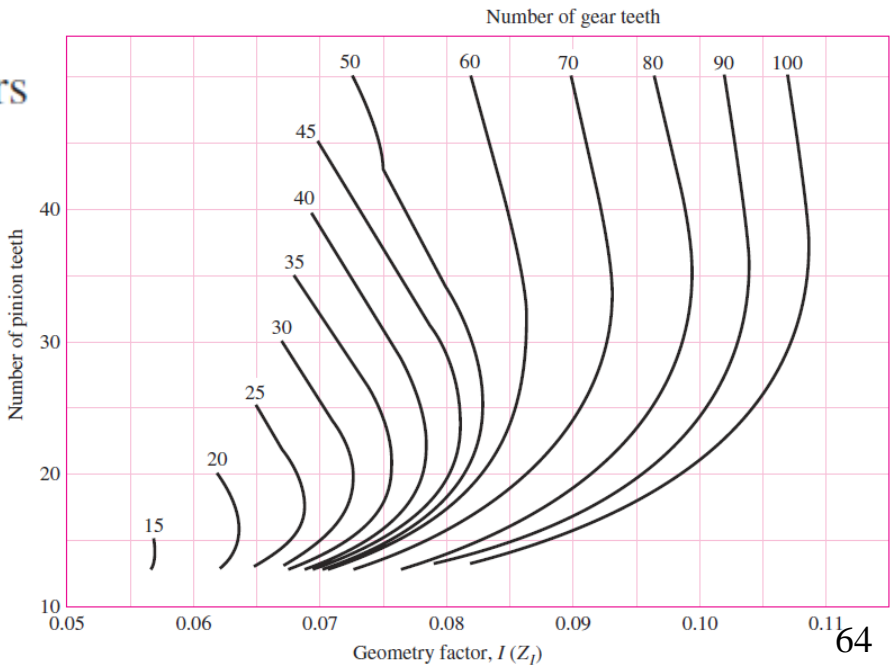
$m_N = 1$

Diâmetro *pitch* da engrenagem

$$m_G = \frac{N_G}{N_P} = \frac{d_G}{d_P}$$

$$m_N = \frac{P_N}{0,95 Z}$$

Diâmetro *pitch* do pinhão





Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b}\right) \left(\frac{Z_r}{Z_I}\right)}$$

Fator de superfície

Fator de condicionamento de superfície Cf (Zr)

- ▶ O Fator de condicionamento de superfície **Cf** (ou **Zr**) é utilizado somente na equação de durabilidade superficial.
- ▶ A validade destas equações depende:
 - ▶ do acabamento superficial, não somente as características topográficas do (ex. *shaving*, retificado, lapidado)
 - ▶ Tensão residual
 - ▶ Deformação plástica (endurecimento) devido ao uso
- ▶ Ainda não existem recomendações de norma para o acabamento superficial de dentes de engrenagens



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_{H\beta} \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

Fator de superfície

$Z_r = 1$ por recomendação da norma AGMA



Equação AGMA de tensão de contato

$$\sigma < \sigma_{c_{total}}$$

Tensão AGMA de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{K_v K_A Y_X K_H \beta \left(\frac{W_t}{d_w b} \right) \left(\frac{Z_r}{Z_I} \right)}$$

$$\sigma_{c_{all}} = \frac{\sigma_c Z_n Z_w}{S_H Y_\theta Y_Z}$$

Fator de ciclo fadiga

Razão de dureza para resistência
ao pitting

Fator de confiabilidade

Fator de temperatura

Fator de segurança



Equação AGMA de tensão de contato

Fator de razão de dureza – Z_w ou C_H

- ▶ Considerando que geralmente o pinhão tem menor número de dentes do que a engrenagem, este estará sujeito a ciclos maiores de tensão de contato.
- ▶ Mesmo com o endurecimento natural resultante do uso, recomenda-se que o pinhão tenha maior dureza, de forma a se obter uma resistência uniforme.
- ▶ O fator de razão de dureza Z_w é somente empregado para o projeto da engrenagem



Equação AGMA de tensão de contato

Fator de razão de dureza – Z_w ou C_H

- ▶ Os valores para o fator de razão de dureza Z_w são obtidos através da equação: $C_H = 1 + A'(m_g - 1)$

- ▶ Onde: $A' = 8,98 \times 10^{-3} \left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29 \times 10^{-3}$



- ▶ Se $\left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) < 1,2$ então $A' = 0$

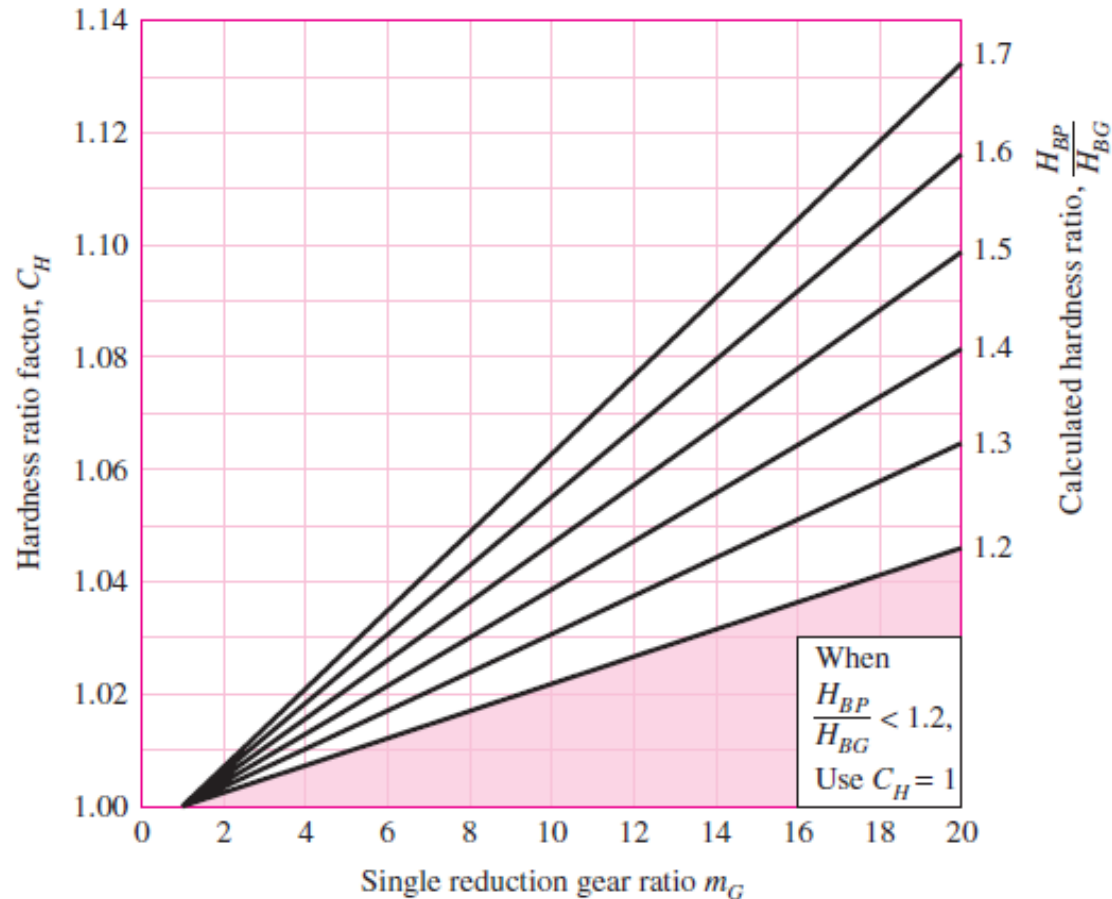
- ▶ Se $\left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) > 1,7$ então $A' = 0,00698$



Equação AGMA de tensão de contato

Fator de razão de dureza – Z_w ou C_H

- ▶ Para aço endurecido

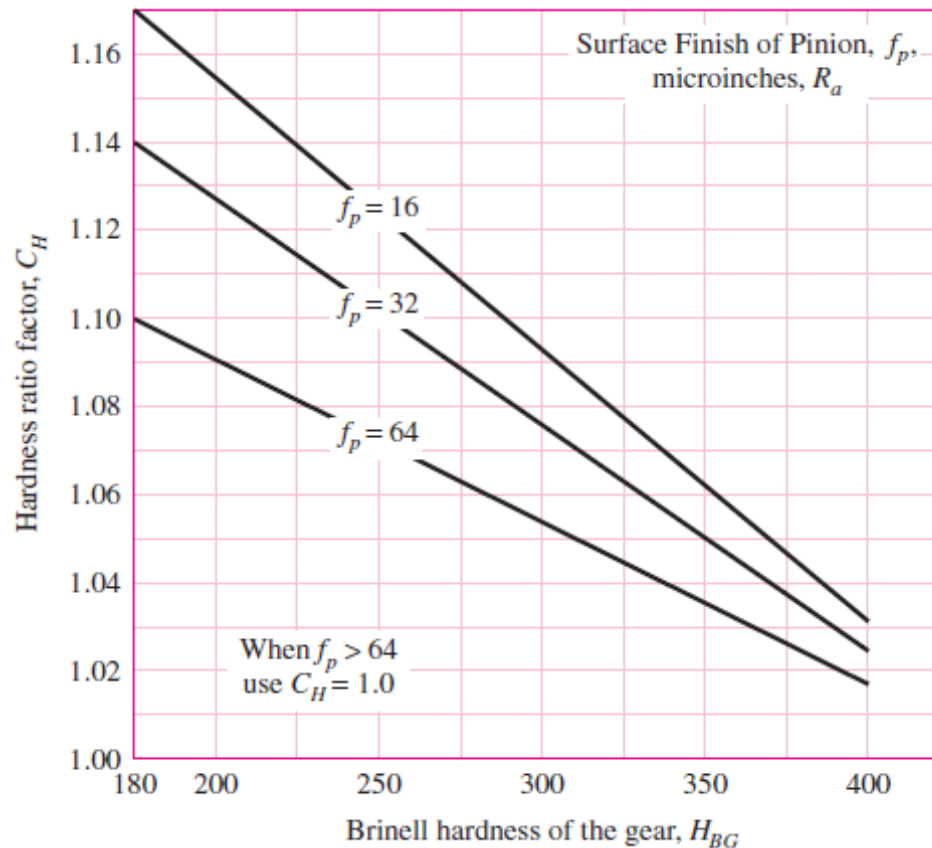




Equação AGMA de tensão de contato

Fator de razão de dureza – Z_w ou C_H

- ▶ Para aço endurecido - pinhão

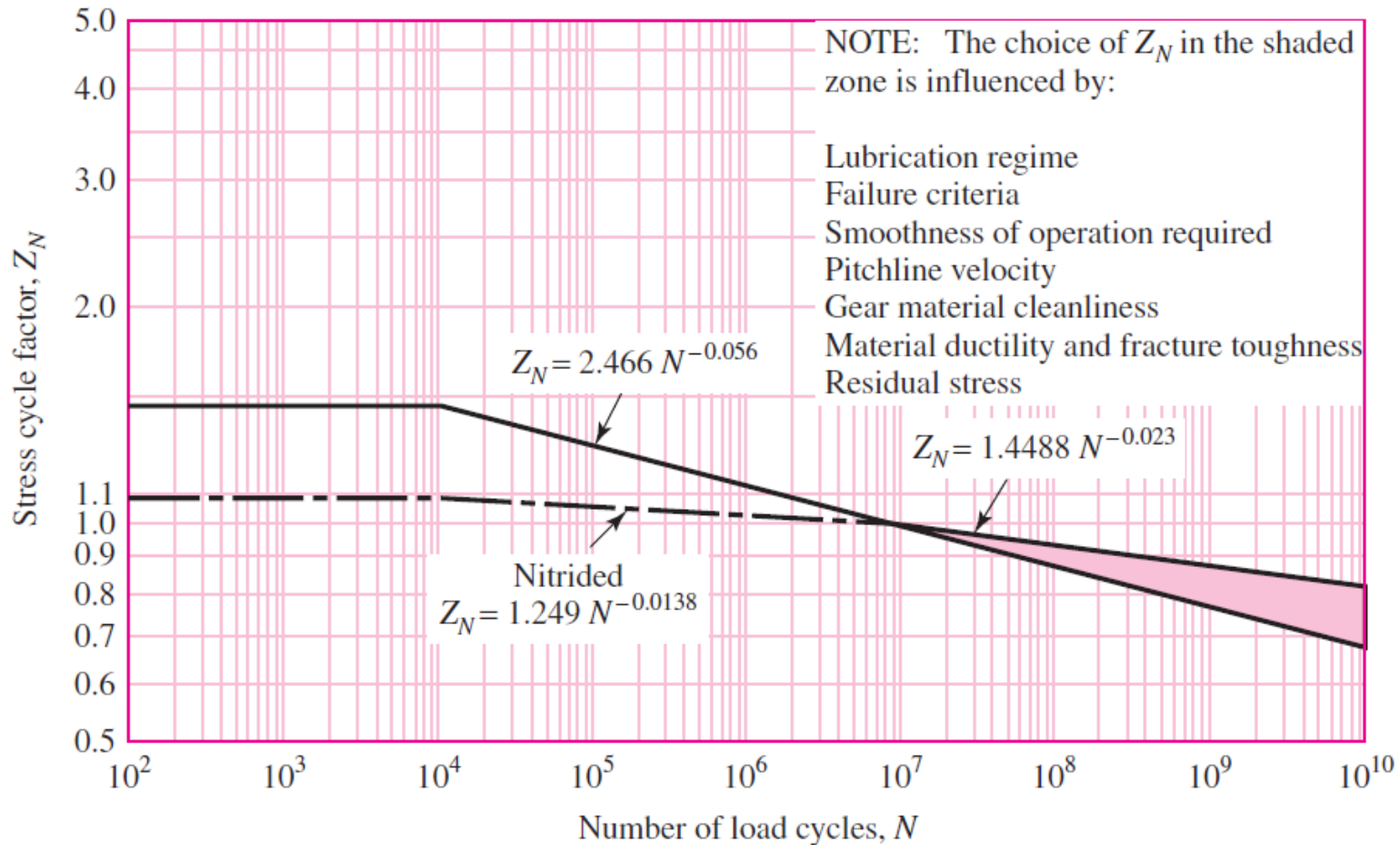




Equação AGMA de tensão de contato

Fator de fadiga (tensão cíclica) – Z_N ou Y_N

► Fator de tensão cíclica para tensão - Z_N

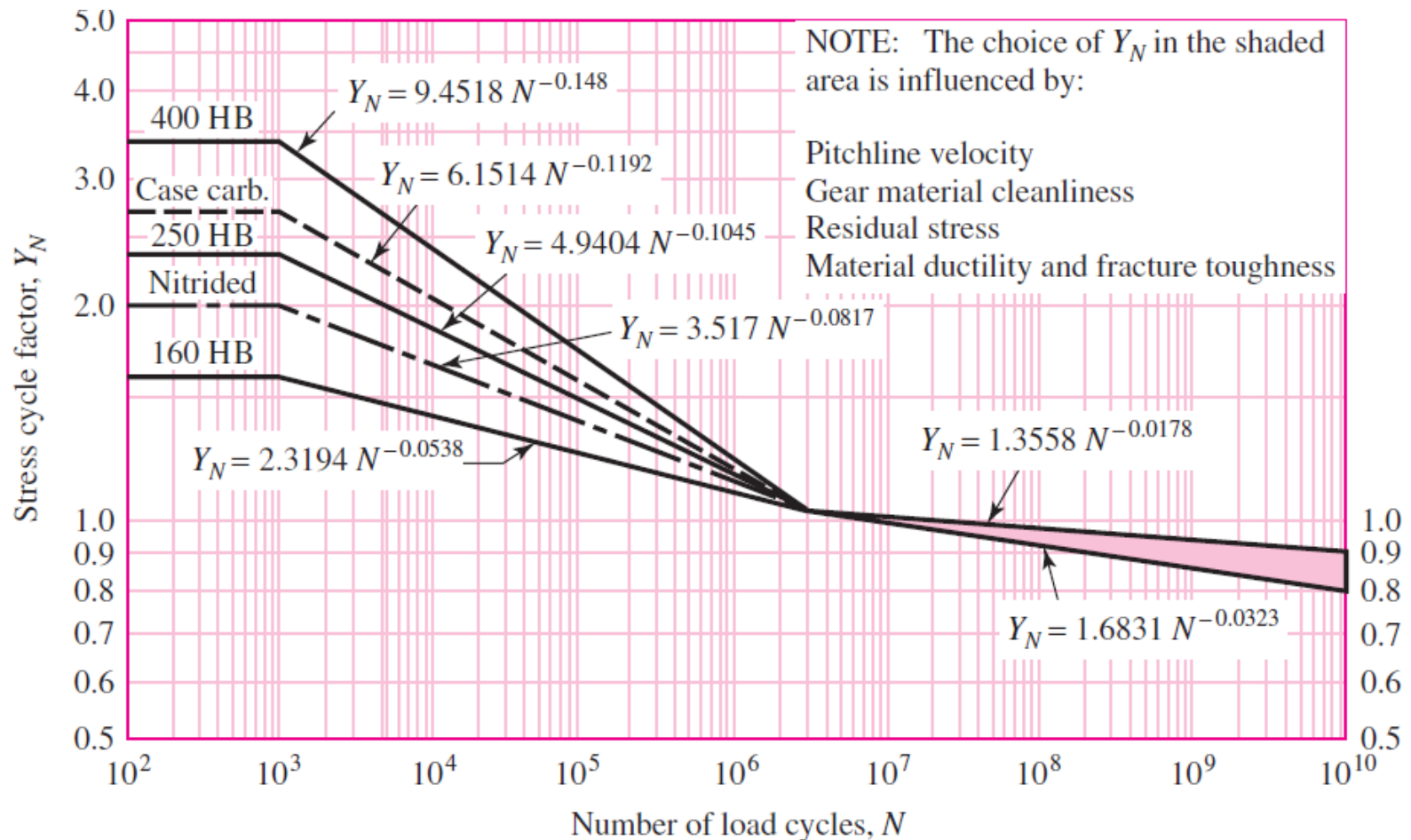




Equação AGMA de tensão de contato

Fator de fadiga (tensão cíclica) – Z_N ou Y_N

- Fator de tensão cíclica para flexão - Y_N





Equação AGMA de tensão de contato

Fator de confiabilidade – Y_Z ou K_R

- ▶ Fator de confiabilidade contabiliza o efeito da probabilidade estatística de falha do material na fadiga
- ▶ As tensões ***St*** e ***Sc*** estão baseadas em uma confiabilidade de 99%

Reliability	$K_R (Y_Z)$
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70



Equação AGMA de tensão de contato

Fator de temperatura – K_T ou Y_θ

- ▶ Para óleo ou temperatura de contato de até 120°C,
 - ▶ $K_T = Y_\theta = 1$.
- ▶ Para temperaturas superiores $K_T = Y_\theta \gg 1$ e deve-se providenciar alguma solução que permita troca de calor.



Equação AGMA

- As equações de Lewis/Barth são a base do sistema AGMA

$$\sigma = K_v \frac{W_t}{F m Y}$$

A metodologia AGMA utiliza duas equações

tensões de deformação

$$\sigma = W_t K_o K_v K_s \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$$

$$\sigma < \sigma_{total}$$

$$\sigma_{total} = \frac{S_{t\sigma}}{S_F} \frac{Y_N}{(K_T K_R)}$$

tensões de contato

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_l}}$$

$$\sigma < \sigma_{c_{total}}$$

$$\sigma_{c_{total}} = \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{(K_T K_R)}$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FIM DA AULA