

# **Blockchain, Criptomoedas & Tecnologias Descentralizadas**

## **Construções criptográficas avançadas com hashes**

**Prof. Dr. Marcos A. Simplicio Jr. – [mjunior@larc.usp.br](mailto:mjunior@larc.usp.br)  
Escola Politécnica, Universidade de São Paulo**

# Objetivos

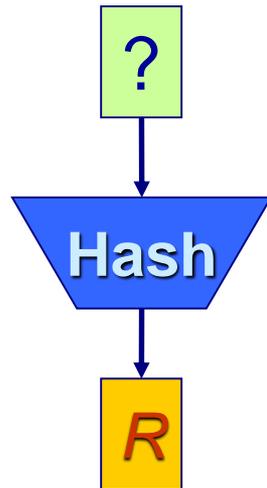
- Algumas construções avançadas explorando versatilidade de funções de hash
  - Mecanismos de compromisso (*commitment*)
    - Protocolos de sorteio justo
  - Cadeias de hash (*hash chains*)
    - Autenticação, assinaturas baseadas em hash
  - Merkle Trees
    - Densas, ordenadas, esparsas

# Relembrando...

- Funções de hash: propriedades de segurança

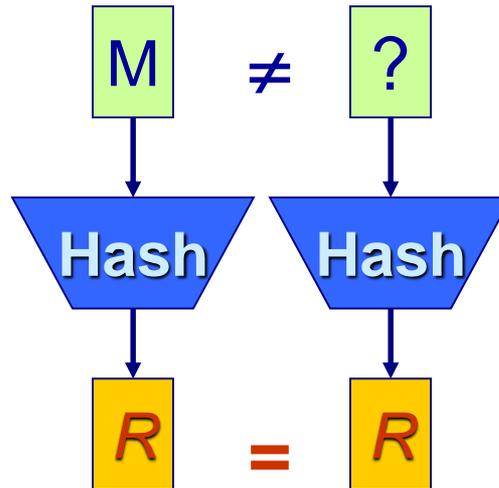
→ E o que dá pra fazer com isso?

1ª inversão



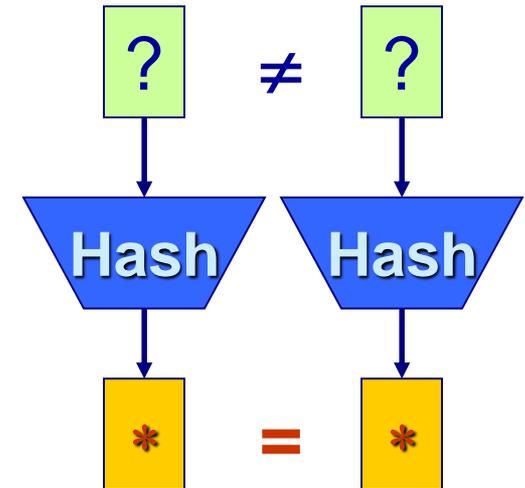
$2^n$

2ª inversão



$2^n$

colisão

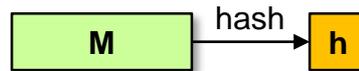


$2^{n/2}$

Custo do ataque: hash de n bits

# Commitment

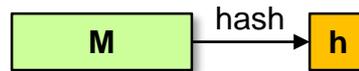
- Mecanismo de compromisso (*commitment*) p/ dados  $M$



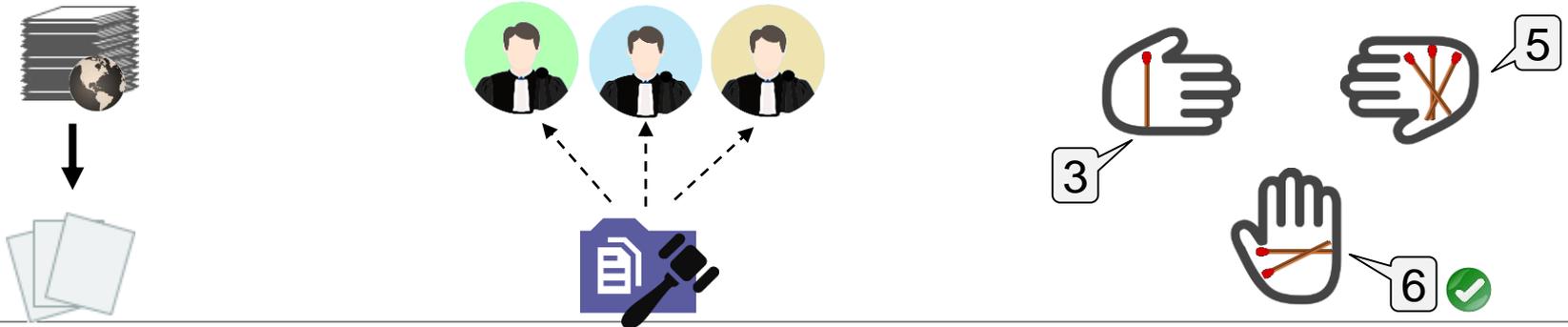
- Procedimento:
  - Alice revela a Bob  $h = \text{Hash}(M)$
  - Posteriormente, Alice revela  $M'$  satisfazendo  $\text{Hash}(M') = h$
  - Bob se convence que  $M = M'$ 
    - Assumindo resistência a colisão
- Diz-se que Alice “se comprometeu” com  $M$  ao relevar seu hash: depois disso, ela não pode apresentar  $M' \neq M$ 
  - Mas até Alice revelar  $M$ , seu valor permanece secreto
  - Se  $M$  tem baixa entropia (e.g., 1 dígito), o comprometimento pode ser feito sobre  $(r, M)$ , onde  $r$  é um número aleatório

# Commitment: uso

- Mecanismo de compromisso (*commitment*) p/ dados M

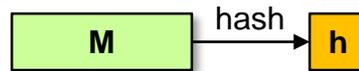


- **Sorteio justo** entre n nós.
  - *Integridade*: resistente a tentativas de manipulação
  - *Verificabilidade*: todos os nós devem ser capazes de chegar ao mesmo resultado usando as informações recebidas (não requer confiança em terceiros)
  - Ex.: jogos em cenário distribuído; sorteios em aplicações críticas (e.g., sorteio de juizes do supremo); “purrinha”

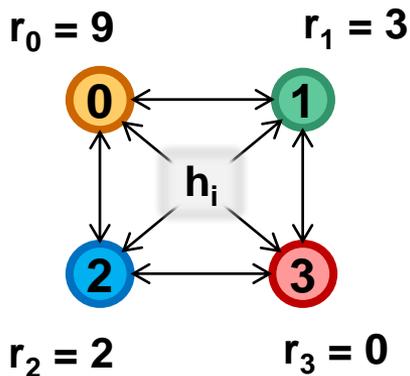


# Commitment: uso

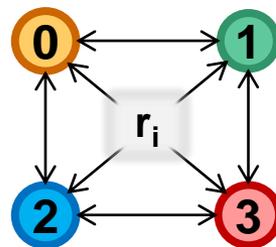
- Mecanismo de compromisso (*commitment*) p/ dados M



- Sorteio justo** entre n nós. Ex.:  $n = 4$ 
  - Requisito: todos os nós da rede são conhecidos
  - Commit: nó  $N_i$  gera  $r_i$  aleatório e faz broadcast de  $h_i = \text{Hash}(r_i)$
  - Reveal: após receber todos os  $h_{j \neq i}$ ,  $N_i$  faz broadcast de  $r_i$
  - Sorteio: nó sorteado é  $N_k$ , onde  $k = \text{Soma}(r_i) \bmod n$



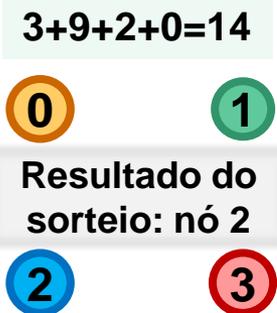
1. **Commit**:  $h_i = \text{Hash}(r_i)$



2. **Reveal**: broadcast de  $r_i$

$r_1 = 3$   
 $r_0 = 9 \rightarrow \text{Hash}(9) = h_0?$   
 $r_2 = 2 \rightarrow \text{Hash}(2) = h_2?$   
 $r_3 = 0 \rightarrow \text{Hash}(0) = h_3?$

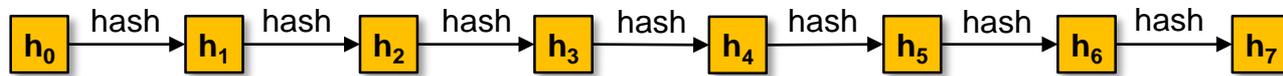
Valor de  $r_i$  não pode ser alterado: invalidaria hash!



3. **Sorteio**:  $14 \bmod 4 = 2$

# Hash Chains

- Ligação criptográfica forte entre hashes sucessivos
  - Aproveita não-inversibilidade (resistência à 1a inversão)



- Construção:

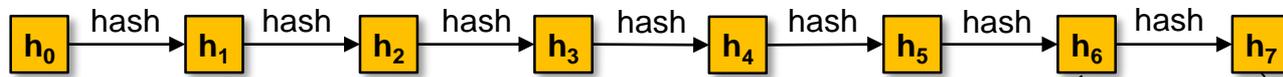
- $h_0$  aleatório:  $h_0 \stackrel{\$}{\leftarrow} \{0,1\}^*$
- Para todo  $0 < i < n$ : calcular  $h_i = \text{Hash}(h_{i-1})$
- Valor secreto:  $h_0$  ; valor público:  $h_{n-1}$

- Propriedades da construção:

- Conhecimento de  $h_i$  não permite a terceiros determinar  $h_{i-1}$
- Apenas dono do valor secreto  $h_0$  correspondente a  $h_{n-1}$  é capaz de revelar  $h_i$  satisfazendo  $h_{n-1} = \text{Hash}^{n-i-1}(h_i)$ 
  - Mas fazê-lo tem característica de “uso único”: após  $h_i$  ser revelado, outro usuário poderia fingir ser o dono de  $h_0$  revelando o mesmo  $h_i$

# Hash Chains: usos

- Ligação criptográfica forte entre hashes sucessivos
  - Aproveita não-inversibilidade (resistência à 1a inversão)



Ex.: 1º acesso:

senha usada  
por usuário: S

senha registrada  
no servidor: R

verificação:  $\text{Hash}(S) = R?$

Se sucesso: atualização de registro  $R \leftarrow S$

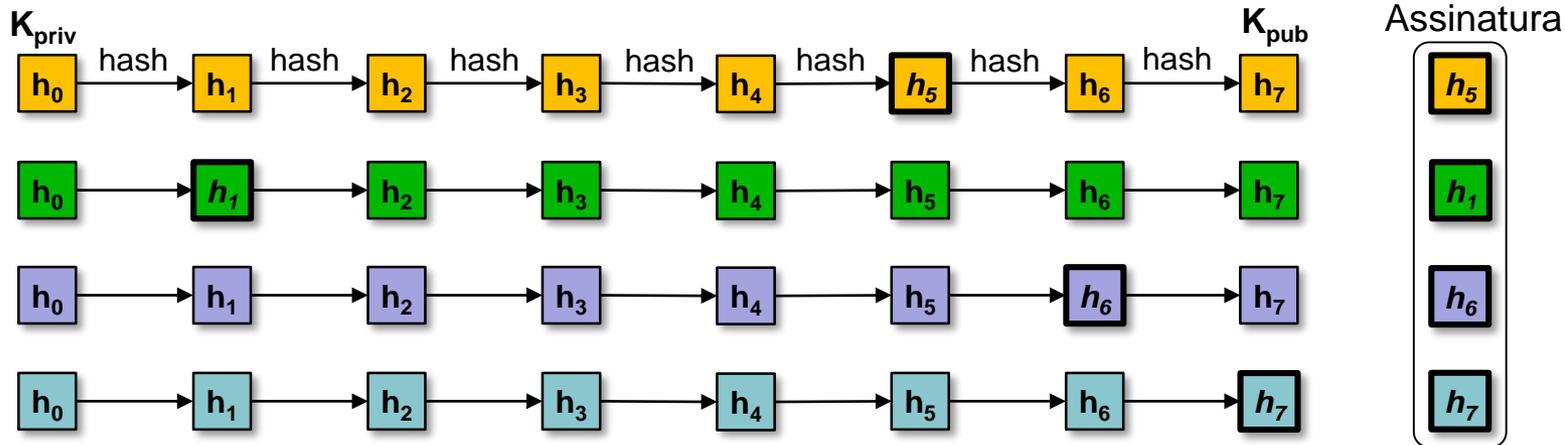
- **Autenticação de usuários:**

- Servidor gera senha aleatória  $h_0$ , calcula cadeia de hashes de tamanho  $n$ , e fornece lista  $[h_0 \dots h_{n-1}]$  a usuário
- Para cada acesso  $i$ , usuário revela senha de uso único  $h_{n-i-1}$ 
  - Obs.: vulnerável a ataque Man-in-the-Middle se usado em canal desprotegido, pois atacante pode capturar e usar hash antes do usuário
- Ex.: S/KEY (1995) [H95]
- Ex. (variante p/ micropagamentos): [RR96][MCY19]

# Hash Chains: usos

- Ligação criptográfica forte entre hashes sucessivos
  - Aproveita não-inversibilidade (resistência à 1a inversão)

$$\begin{aligned}
 M &= \overbrace{010}^2 \overbrace{110}^6 \\
 c &= (8-2) + (8-6) \\
 &= 8 = \underbrace{001000}_{\text{(padding)}} \underbrace{10}
 \end{aligned}$$

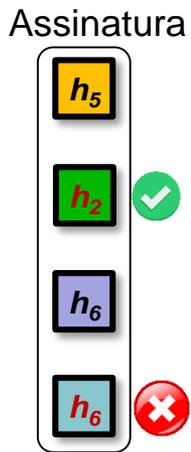
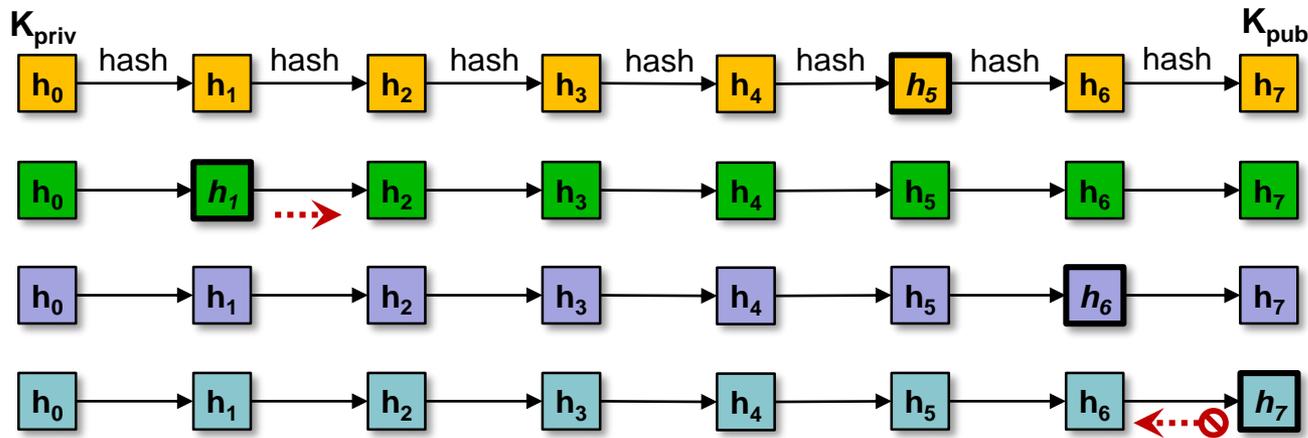


- Assinaturas digitais com hashes: WOTS (1979)**
  - Criar cadeias de tamanho  $n=2^w$ ; usar conjunto de  $h_{n-1}$  como chave pública e de  $h_0$  como chave privada (uso único)
  - Para assinar valor  $x$ , revelar  $h_{n-x-1}$ 
    - Assinatura de  $M = (m_1 | m_2 | \dots | m_t | c)$ , onde  $c$  é um checksum: assinar cada  $m_i$  e  $c$ , agrupados em conjuntos de  $w$  bits, com uma cadeia distinta

# Hash Chains: usos

- Ligação criptográfica forte entre hashes sucessivos
  - Aproveita não-inversibilidade (resistência à 1a inversão)

$$\begin{aligned}
 M' &= \overbrace{010}^2 \overbrace{101}^{6 \rightarrow 5} \\
 c &= (8-2) + (8-5) \\
 &= 9 = \overbrace{001001} \\
 &\text{(padding) } 1 \quad 0 \rightarrow 1
 \end{aligned}$$

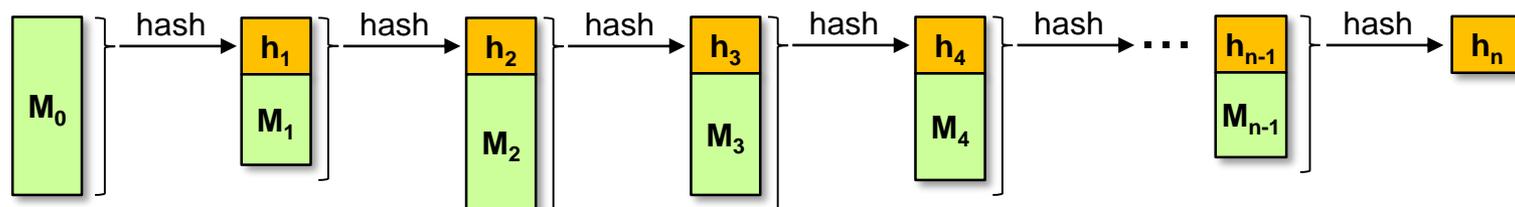


- Assinaturas digitais com hashes: WOTS (1979)**

- Criar cadeias de tamanho  $n=2^w$ ; usar conjunto de  $h_{n-1}$  como chave pública e de  $h_0$  como chave privada (uso único)
- Para assinar valor  $x$ , revelar  $h_{n-x-1}$ 
  - Assinatura de  $M = (m_1 | m_2 | \dots | m_t | c)$ , onde  $c$  é um checksum: assinar cada  $m_i$  e  $c$ , agrupados em conjuntos de  $w$  bits, com uma cadeia distinta
  - **Obs.:** embora  $h_{n-x}$  revele os hashes  $[h_{n-x+1}, h_n]$ , checksum não permite que esses valores sejam usados na assinatura de mensagem  $M' \neq M$

# Hashes encadeados

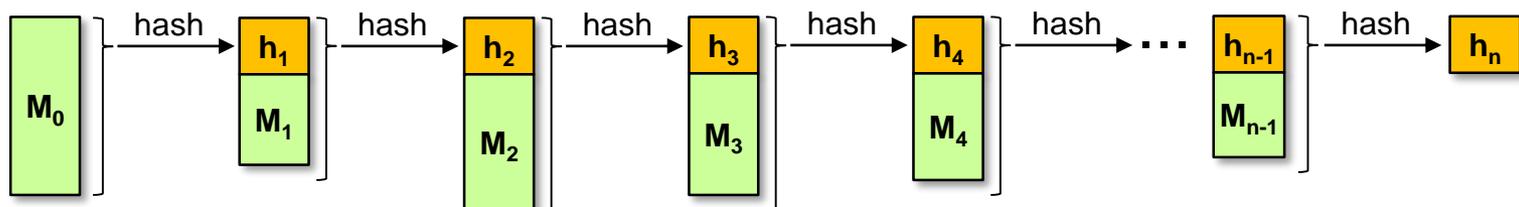
- Permite verificar uma sequência de dados
  - Uma espécie de combinação de mecanismo de compromisso com hash chains



- Construção:
  - Calcular  $h_1 = \text{Hash}(M_0)$
  - Para todo  $1 < i < n$ : calcular  $h_i = \text{Hash}(h_{i-1}, M_{i-1})$
  - Valor final  $h_n$  permite verificar a cadeia completa  $[M_0, M_{n-1}]$ 
    - E revelar  $h_n$  cria um compromisso com essa cadeia

# Hashes encadeados

- Permite verificar uma sequência de dados
  - Uma espécie de combinação de mecanismo de compromisso com hash chains



- Qual o **custo** para provar que um  $M_i$  qualquer está em uma cadeia contendo  $n$  hashes?
  - Pior caso: provar que  $M_0$  está na cadeia  $\rightarrow O(n)$  hashes;  $O(n)$  de espaço (requer acesso à cadeia completa)
- **Desafio:** reduzir esse custo assintótico
  - Dica: a cadeia precisa mesmo ser unidimensional...?

# Árvore de Merkel



Fonte: [https://www.nwzonline.de/hintergrund/auch-zu-politikern-kommt-der-weihnachtsmann\\_a\\_6,0,1832470651.html#](https://www.nwzonline.de/hintergrund/auch-zu-politikern-kommt-der-weihnachtsmann_a_6,0,1832470651.html#)

Oops...  
Na verdade  
eu quis dizer

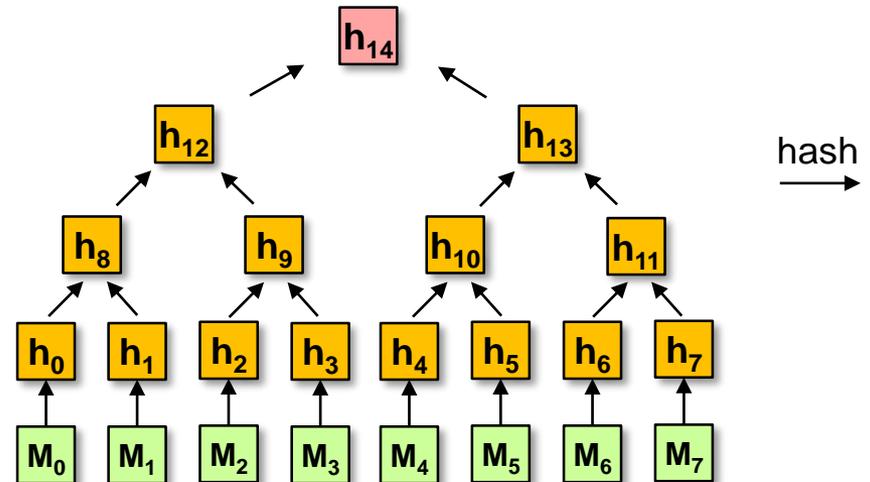
# Merkel

# Árvore de Merkle (1989)

- Permite verificar uma sequência de dados
- Construção: árvore binária
  - Folhas  $h_i$ : hash do dado  $M_i$ 
    - Pode-se usar  $M_i$  diretamente, mas  $M_i$  grande eleva custo das provas
  - Nós internos: hash dos filhos direito e esquerdo
  - ➔ Raíz permite verificar sequência completa de dados



Fonte:  
[pt.wikipedia.org/wiki/Ralph\\_Merkle](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ralph_Merkle)



# Árvore de Merkle (1989)

- Provar que  $M_i$  está em uma árvore de raiz  $r$ :  
fornecer nós irmãos do caminho de  $M_i$  até  $r$ 
  - Ex.: prova  $p/ M_3 \rightarrow$  fornecer  $\{h_2, h_8, h_{13}\}$  e  $r=h_{14}$ ;
  - Verificador:

$$v_3 = \text{Hash}(M_3)$$

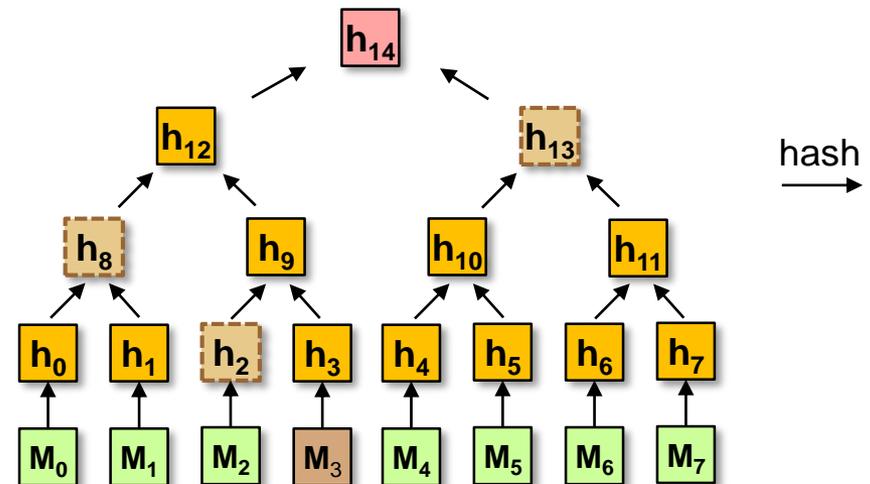
$$v_9 = \text{Hash}(h_2, v_3)$$

$$v_{12} = \text{Hash}(h_8, v_9)$$

$$v_{14} = \text{Hash}(v_{12}, h_{13})$$

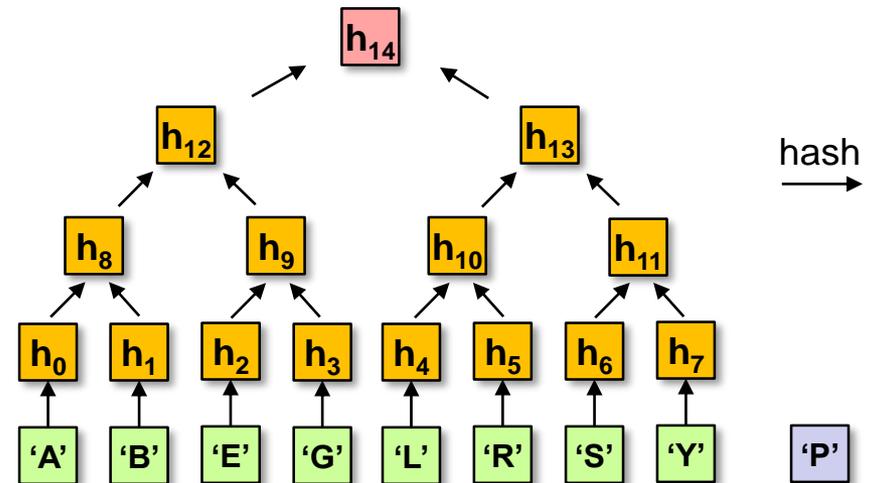
aceitar se  $v_{14} = h_{14}$

$\rightarrow$  Custo:  $O(\log_2 n)$  hashes  
 $O(\log_2 n)$  de espaço



# Árvore de Merkle (1989)

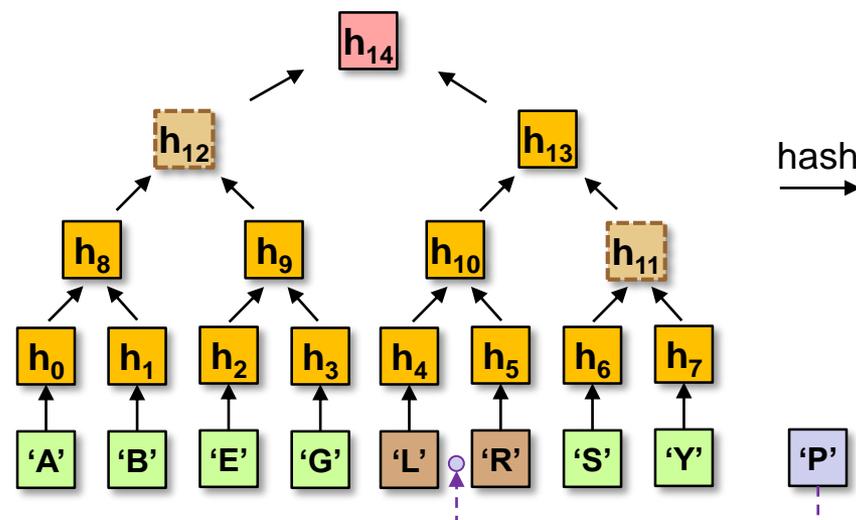
- Mas e se eu quiser provar que  $M_x$  não está em uma árvore de raiz  $r$ ?
  - Pode estar em **qualquer lugar** da árvore: requer leitura da árvore completa...
    - Custo:  **$O(n)$  hashes** para verificar integridade da árvore; depois,  **$O(n)$  comparações** p/ cada prova, i.e.,  **$O(n)$  de espaço**.
  - Desafio: obter maior eficiência no “depois”



# Árvore de Merkle (1989)

- Mas e se eu quiser provar que  $M_x$  não está em uma árvore de raiz  $r$ ?
  - **Árvore ordenada**: basta verificar que  $M_x$  não está no local esperado se estivesse na árvore...
    - Custo:  **$O(n)$  hashes** para verificar integridade da árvore; depois, prova de pertencimento de **2 nós** da árvore

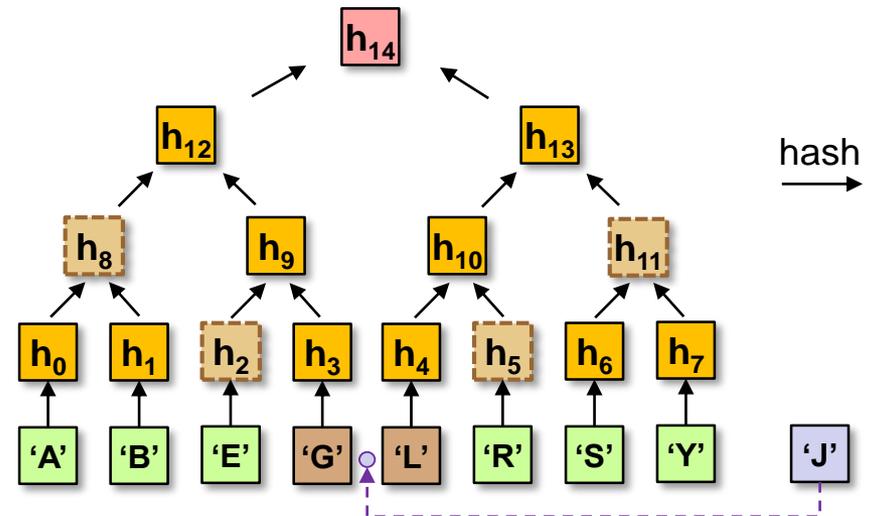
- Ex: 'P' → Mostrar **folhas vizinhas** nas **posições adjacentes** a local onde estaria 'P', i.e., posições 4 e 5
  - Custo:  $O(\log_2 n)$  hashes  
 $O(\log_2 n)$  de espaço



# Árvore de Merkle (1989)

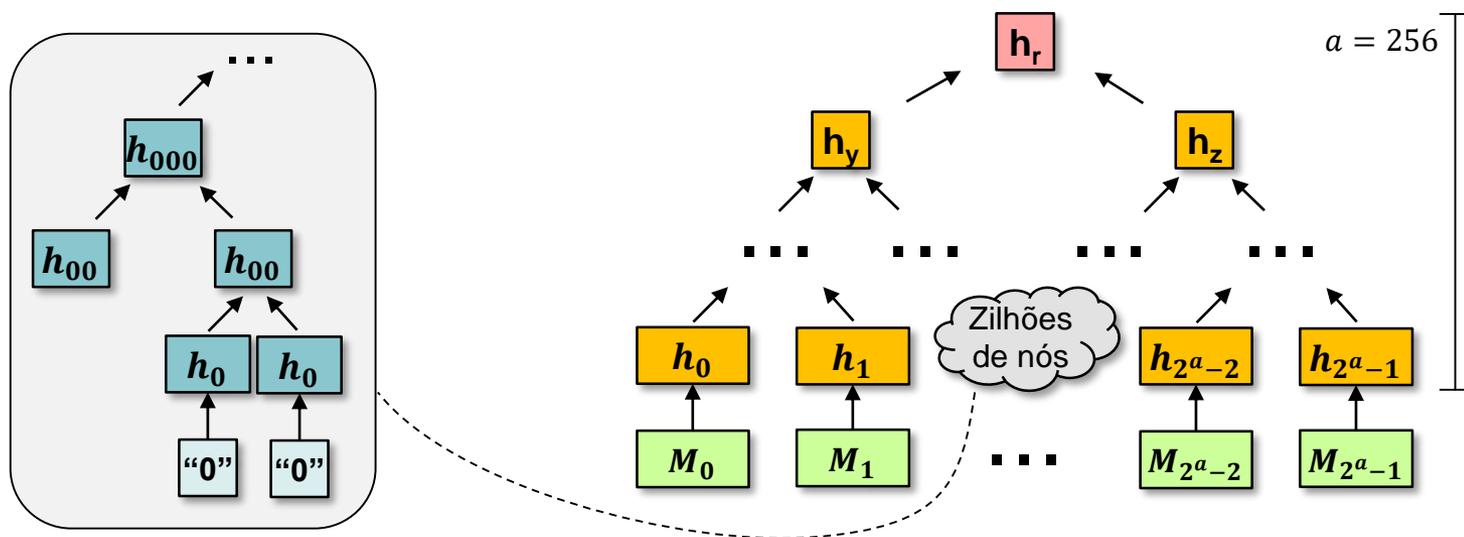
- Mas e se eu quiser provar que  $M_x$  não está em uma árvore de raiz  $r$ ?
  - **Árvore ordenada**: basta verificar que  $M_x$  não está no local esperado se estivesse na árvore...
    - Custo:  **$O(n)$  hashes** para verificar integridade da árvore; depois, prova de pertencimento de **2 nós** da árvore

- Ex: 'J' → Mostrar **folhas vizinhas** nas **posições adjacentes** a local onde estaria 'J', i.e., posições 3 e 4
  - Custo:  $O(\log_2 n)$  hashes  
 $O(\log_2 n)$  de espaço

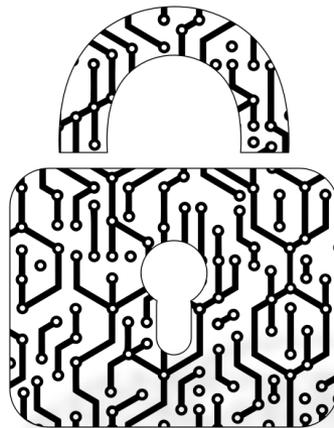


# Árvore de Merkle Esparsa (2012)

- Mas e se eu quiser provar que  $M_x$  não está em uma árvore de raiz  $r$ ?
  - **Árvore esparsa** com altura  $a$ : apenas algumas folhas não nulas (valor especial “0”)
    - Computável mesmo para  $a = 256$ : pré-calcular  $\text{Hash}(0)$  e  $\text{Hash}^i(0,0)$  para  $0 < i < n$







# Blockchain, Criptomoedas & Tecnologias Descentralizadas

## Construções criptográficas avançadas com hashes

Prof. Dr. Marcos A. Simplicio Jr. – [mjunior@larc.usp.br](mailto:mjunior@larc.usp.br)  
Escola Politécnica, Universidade de São Paulo

# Referências

- [BBD09] D. Bernstein, J. Buchmann, E. Dahmen (2009). Post-Quantum Cryptography. Springer, Springer, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-540-88701-0. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-540-88702-7>
- [H95] N. Haller (1995). "RFC 1760: The S/KEY One-Time Password System". Internet Engineering Task Force - Network Working Group.
- [LK12] B. Laurie, E. Kasper. Revocation Transparency. Google Research, Tech. Report, 2012. Available: <https://sump2.links.org/files/RevocationTransparency.pdf>
- [MCY19] M. Elsheikh, J. Clark, A. Youssef (2019). Short Paper: Deploying PayWord on Ethereum. Int. Conf. on Financial Cryptography and Data Security, 82-90. URL: [https://users.encs.concordia.ca/~clark/papers/2019\\_wtsc\\_ethword.pdf](https://users.encs.concordia.ca/~clark/papers/2019_wtsc_ethword.pdf)
- [RR96] R. Rivest, A. Shamir (1996) PayWord and MicroMint: two simple micropayment schemes. In: Security Protocols. Lecture Notes in Computer Science, vol 1189. Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/3-540-62494-5\\_6](https://doi.org/10.1007/3-540-62494-5_6)
- [SSL+14] Simplicio Jr, M., Santos, M., Leal, R., Gomes, M., Goya, W. (2014). SecureTCG: a lightweight cheating-detection protocol for P2P multiplayer online trading card games. Security and Communication Networks, 7(12), 2412-2431. <https://doi.org/10.1002/sec.952>