

Questão 1. Considere uma célula tal que sua membrana seja permeável aos íons Na^+ , K^+ e Cl^- . A célula está em um meio tal que as concentrações dessas três espécies iônicas no espaço extracelular são diferentes das suas concentrações no espaço intracelular. Vamos chamar essas concentrações de c_{Na}^i , c_{Na}^e , c_{K}^i , c_{K}^e , c_{Cl}^i e c_{Cl}^e . Suponha uma situação especial em que os fluxos eletrodifusivos dessas três espécies iônicas através da membrana da célula estejam em equilíbrio simultaneamente, ou seja, o fluxo é zero para todas elas. Uma situação como esta é chamada de equilíbrio de Donnan, em homenagem ao físico-químico britânico Frederick G. Donnan (1870-1956).

- Deduza a condição matemática que deve ser satisfeita pelas concentrações das três espécies iônicas para que a membrana esteja em equilíbrio de Donnan.
- Supondo que $c_{\text{K}}^e = 50 \text{ mM}$, $c_{\text{K}}^i = 5 \text{ mM}$, $c_{\text{Na}}^e = 35 \text{ mM}$ e $c_{\text{Cl}}^e = 0,85 \text{ mM}$, determine as concentrações iônicas restantes.
- Determine o potencial de membrana para o caso acima.

Questão 2. Dois compartimentos contendo soluções iônicas estão separados por uma membrana como mostrado na Figura 1.

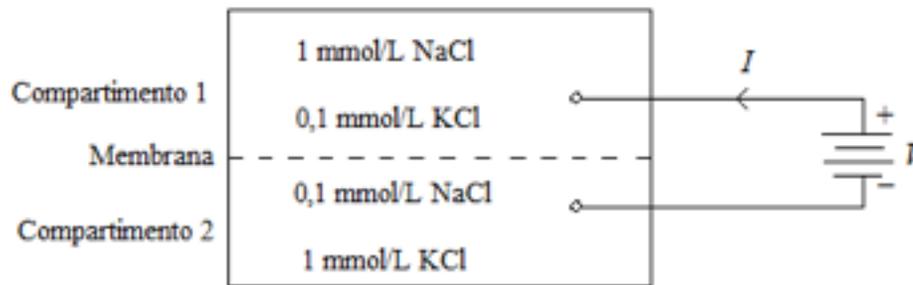


Figura 1: Esquema para o registro da diferença de potencial entre dois compartimentos da Questão 2.

A área da membrana é 100 cm^2 e o volume de cada compartimento é 1000 cm^3 . A solução no compartimento 1 contém 1 mmol/L de NaCl e $0,1 \text{ mmol/L}$ de KCl. A solução no compartimento 2 contém $0,1 \text{ mmol/L}$ de NaCl e 1 mmol/L de KCl. As soluções estão à mesma temperatura de 24°C . Sabe-se que a membrana é permeável a uma única espécie iônica, mas não se sabe se esse íon é o sódio, o potássio ou o cloreto. As soluções nos dois compartimentos estão conectadas por eletrodos a uma bateria. A corrente I foi medida quando a voltagem da bateria era $V = 0$ e o valor encontrado foi $I = -1 \text{ mA}$.

- Identifique a espécie iônica à qual a membrana é permeável. Explique seu raciocínio.
- Desenhe o circuito equivalente ao sistema inteiro, incluindo a bateria. Indique valores para os componentes cujos valores podem ser determinados.
- Determine a corrente I que resultaria caso a voltagem V fosse ajustada para 1 volt . Explique o seu raciocínio.

Questão 3. Quando duas soluções salinas neutras, mas com diferentes concentrações são colocadas em contato, aparece na interface entre elas o chamado “potencial de junção líquida” (veja a Figura 2). Os íons da solução mais concentrada tendem a se difundir para o interior da solução menos concentrada. Em geral, os íons de valência positiva (cátions) e os íons de valência negativa (ânions) têm mobilidades diferentes, o que faz com que os mais rápidos avancem mais em sua difusão que os mais lentos (na figura, os íons pintados de cinza são mais rápidos que os pintados de preto). Isso cria uma dupla camada de cargas positivas e negativas na junção entre as duas soluções, a qual provoca o aparecimento de uma diferença de potencial entre elas – o potencial de junção líquida V_j . A magnitude de V_j depende da mobilidade relativa entre os cátions e ânions.

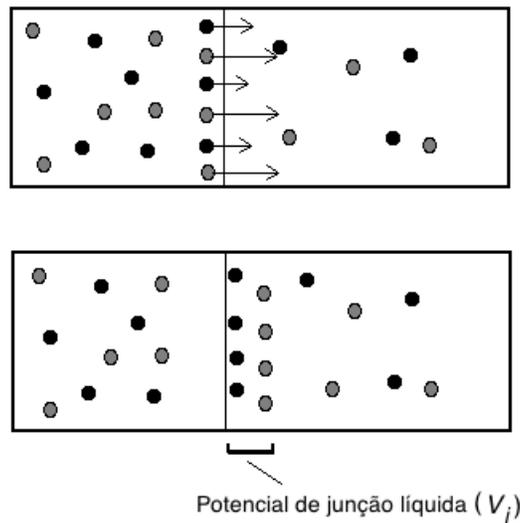


Figura 2: Potencial de junção líquida

O potencial de junção líquida pode ser modelado com a teoria de eletrodifusão vista nas aulas. Considere o modelo mostrado na Figura 3. As duas soluções salinas são indicadas por “Lado 1” e “Lado 2” e a junção líquida entre elas, indo de $x = 0$ a $x = d$, por “Junção líquida”. Vamos assumir que os cátions e ânions nas soluções têm valência unitária. As concentrações de cátions e ânions do lado 1 são indicadas, respectivamente, por c_+^1 e c_-^1 e são iguais a c^1 (pois a solução é neutra). Para o lado 2, essas concentrações são c_+^2 e c_-^2 e são iguais a c^2 (a solução do lado 2 também é neutra). Note que $c^1 \neq c^2$. No interior da junção, as concentrações de cátions e ânions são indicadas, respectivamente, por $c_+(x)$ e $c_-(x)$. Vamos assumir que a solução no interior da junção também é neutra, ou seja

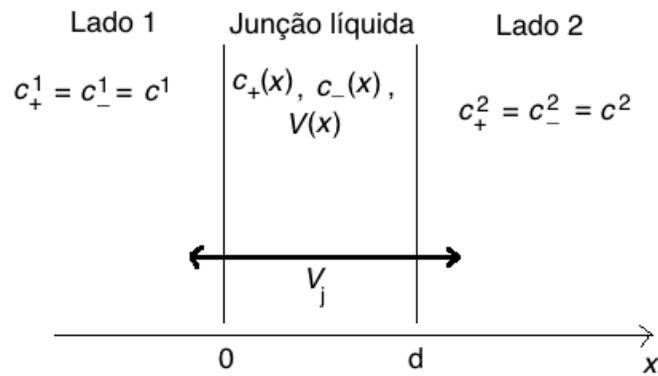
$$c_+(x) = c_-(x) = c(x), \quad \text{para } 0 \leq x \leq d.$$

Vamos indicar os fluxos de cátions e de ânions através da junção por, respectivamente, ϕ_+ e ϕ_- . O fluxo total de cátions e ânions será indicado por $\phi_t = \phi_+ + \phi_-$. Vamos assumir que esse fluxo é estacionário, isto é, $\phi_t = \text{const.}$ (veja a aula de Processos de Difusão). Vamos também assumir que partículas não se acumulam nas interfaces da junção líquida com as soluções

dos dois lados, de maneira que as concentrações variam continuamente nessas interfaces. Finalmente, assuma que a corrente líquida total fluindo pela junção líquida é nula:

$$J = J_+ + J_- = 0,$$

onde as densidades de corrente de cada espécie iônica, J_+ e J_- , são descritas pela equação de Nernst-Planck.



Modelo para o potencial de junção líquida

Figura 3: Modelo para o potencial de junção líquida

(a) Mostre que

$$\frac{dV(x)}{dx} = - \left(\frac{u_+ - u_-}{u_+ + u_-} \right) \frac{RT}{Fc(x)} \frac{dc(x)}{dx}, \quad (1)$$

onde u_+ é a mobilidade mecânica molar dos cátions e u_- é a mobilidade mecânica molar dos ânions.

(b) Mostre que o potencial de junção líquida, $V_j \equiv V(0) - V(d)$, pode ser expresso como

$$V_j = \left(\frac{u_+ - u_-}{u_+ + u_-} \right) \frac{RT}{F} \ln \frac{c^2}{c^1}. \quad (2)$$

(c) Reescreva a equação (2) em termos da razão entre as mobilidades, u_+/u_- , e faça um gráfico de $V_j / ((RT/F) \ln(c^2/c^1))$ versus u_+/u_- . Quais as condições para que $V_j > 0$? E para que $V_j < 0$? E para $V_j = 0$?

(d) Mostre que o fluxo total de íons através da junção líquida é dado por,

$$\phi_t = -u_t RT \frac{dc(x)}{dx}, \quad (3)$$

onde u_t é a chamada mobilidade molar efetiva da solução salina, definida como

$$u_t \equiv \frac{4u_+u_-}{u_+ + u_-}.$$

- (e) Integre a equação (3) para obter uma expressão para ϕ_t em termos de c^1 e c^2 . O sistema está em equilíbrio do ponto de vista do fluxo de partículas?
- (f) Também integrando a equação (3), escreva uma expressão para $c(x)$ em termos de c^1 e c^2 que satisfaça as condições de contorno em $x = 0$ e $x = d$: $c(0) = c^1$ e $c(d) = c^2$.
- (g) Integre a equação (1) e use seu resultado do item anterior para escrever uma expressão para $V(x)$ em termos de c^1 e c^2 .
- (h) Considere que $c^1/c^2 = 2$ e faça o gráfico de $c(x)/c^1$ versus x/d . Continue considerando que $c^1/c^2 = 2$ e faça gráficos de $(V(x) - V(0))/(RT/F)$ versus x/d para dois casos: (i) $u_+/u_- = 2$ e (ii) $u_+/u_- = 1/2$. O íon mais rápido (aquele de maior mobilidade) é acelerado ou retardado dentro da junção líquida?

Questão 4. Um arranjo típico para medir o potencial de membrana V_m de uma célula está mostrado na Figura 4.

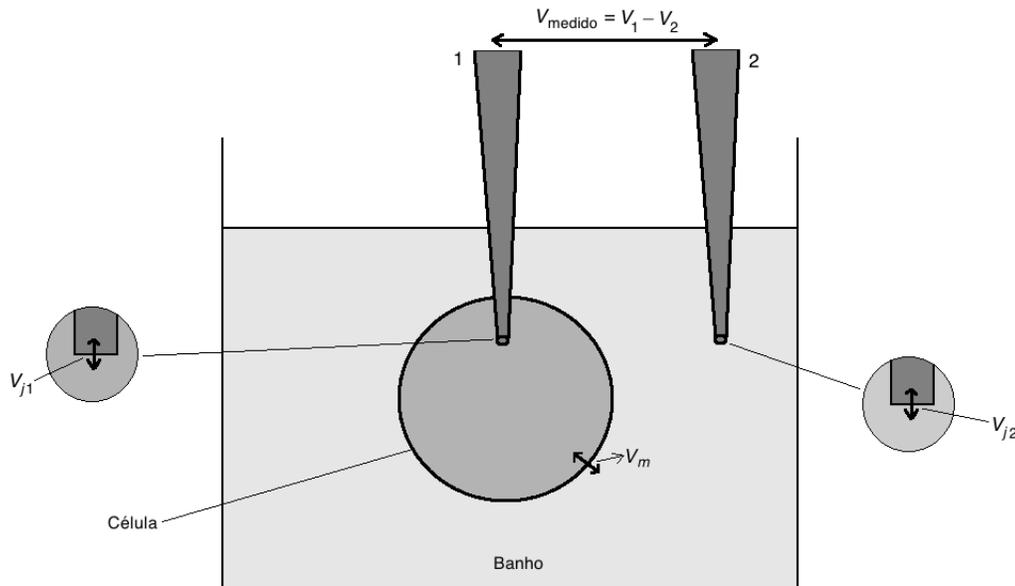


Figura 4: Esquema de um arranjo experimental para medir o potencial de membrana de uma célula.

Duas micropipetas cheias com uma solução de 2 mol/L de KCl são postas em contato com as soluções dos meios intracelular e extracelular (banho), respectivamente. Suponha

que a solução do meio intracelular seja composta por 150 mmol/L de KCl e a solução do meio extracelular seja composta por 5 mmol/L de KCl com sacarose adicionada para manter o equilíbrio osmótico. O potencial de membrana V_m é definido como o potencial no lado de dentro da membrana menos o potencial no lado de fora. Nas interfaces das duas micropipetas com os meios intra- e extracelular são formados potenciais de junção líquida V_{j1} e V_{j2} , respectivamente. Esses potenciais são definidos como o potencial do lado de dentro da micropipeta menos o potencial do lado de fora (o lado de dentro corresponde ao lado 1 na Figura 3 da questão anterior e o lado de fora corresponde ao lado 2). O potencial medido experimentalmente é $V_{\text{medido}} = V_1 - V_2$.

- (a) Escreva uma expressão para V_{medido} em termos de V_m , V_{j1} e V_{j2} .
- (b) Para $T = 25^\circ\text{C}$, $u_{\text{K}^+} = 7,89 \times 10^{-13} \frac{\text{m/s}}{\text{N/mol}}$ e $u_{\text{Cl}^-} = 8,21 \times 10^{-13} \frac{\text{m/s}}{\text{N/mol}}$. Calcule o valor do desvio provocado pelos potenciais de junção líquida das duas micropipetas no valor de V_m medido como V_{medido} .

Questão 5. Outra fonte de erros nas medidas experimentais do potencial de membrana V_m é devida à resistência interna R_e do microeletrodo inserido no interior da célula. A Figura 5. ilustra um arranjo experimental usado para medir o potencial de membrana V_m de um neurônio. Um microeletrodo de resistência interna R_e é inserido na célula e conectado a um voltímetro de resistência interna R_i . O circuito é fechado com a inserção de outro eletrodo no banho onde está imerso o neurônio. Considere que o neurônio tem resistência de membrana R_m .

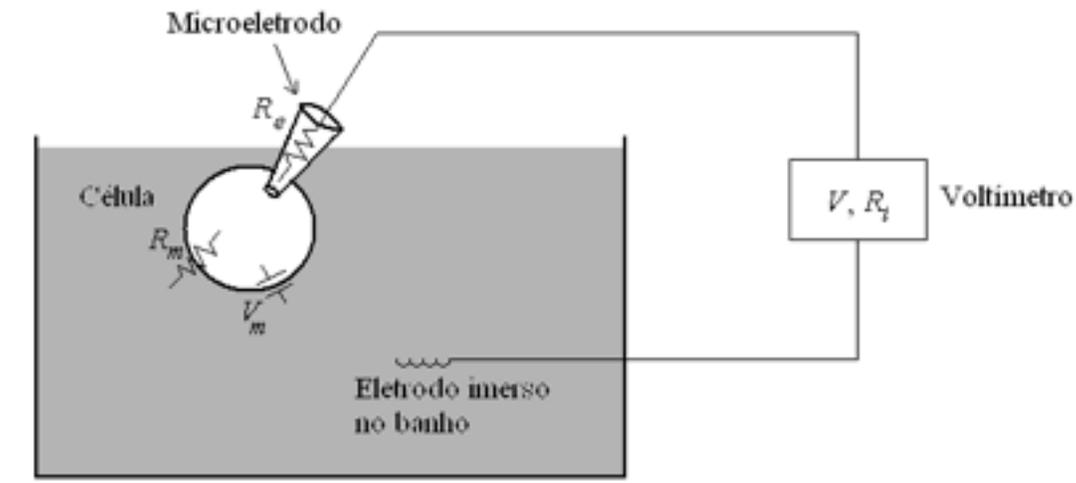


Figura 5: Esquema de um arranjo experimental para medir o potencial de membrana de uma célula.

- (a) Desenhe um circuito elétrico equivalente à situação ilustrada na Figura 5.
- (b) A partir do circuito desenhado no item anterior, obtenha uma expressão para a voltagem lida pelo voltímetro V . Ela é igual à voltagem V_m através da membrana da célula?

- (c) Sugira uma maneira de fazer com que a leitura do voltímetro seja a mais próxima possível do valor do potencial de membrana V_m da célula.

Questão 6. A Figura 6 representa a ponta de um microeletrodo de vidro usado para registrar a voltagem no interior de um neurônio. Suponha que o buraco na ponta tenha raio r_0 e que o raio r da seção reta do microeletrodo cresça linearmente com a distância a partir da ponta, $r = r_0 + kx$, onde k é uma constante.

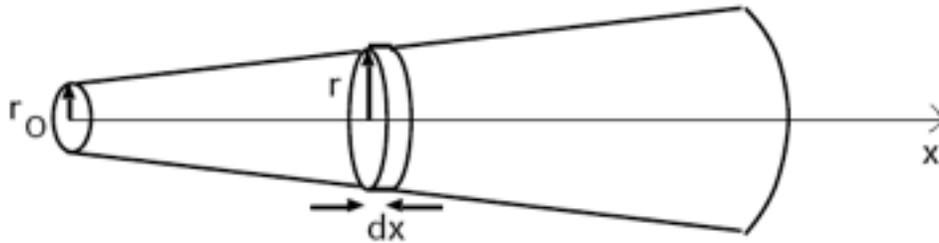


Figura 6: Esquema da ponta de um microeletrodo.

- (a) Qual é a resistência dR do elemento de volume cilíndrico de espessura dx mostrado na Figura 6? Expresse sua resposta em termos de dx , do raio r e da resistividade ρ da solução de eletrólitos no interior do microeletrodo.
- (b) Calcule a resistência total do microeletrodo, R_e , integrando dR de $x = 0$ a $x = \infty$. Seria mais realista supor que o cone do desenho acima se estende até uma distância $x = L$, mas para $L \gg r_0$ a aproximação feita ao se integrar até ∞ faz pouca diferença.

Data de entrega: 14 de novembro de 2023. A resolução deve ser feita à mão e entregue ao professor em sala de aula. Não se esqueça de colocar seu nome na lista.
