

**Matemática para Economistas – Prof. Elisson de Andrade**  
**Exercícios de Revisão para a Prova II**

1) Uma empresa monopolista produz os bens x e y. Com as seguintes funções demanda e custo:

$$D_x = 200 - 2p_x + 2p_y \quad D_y = 150 + p_x - 4p_y \quad C = 60 + 8D_x + 15D_y$$

Calcule os valores de  $p_x$  e  $p_y$  que maximizam o lucro.

2) Utilizando o exercício anterior, comprove que os preços encontrados realmente correspondem a um ponto de MÁXIMO lucro, utilizando a regra de segunda ordem, abaixo:

*Condições para extremo:  $z = f(x, y)$*

Condição	Máximo	Mínimo
1ª ORDEM	$f_x = f_y = 0$	$f_x = f_y = 0$
2ª ORDEM	$f_{xx}, f_{yy} < 0$ e $f_{xx}f_{yy} > (f_{xy})^2$	$f_{xx}, f_{yy} > 0$ e $f_{xx}f_{yy} > (f_{xy})^2$

3) Empresa monopolista possui as seguintes demandas inversas e função custo, por 3 produtos:

$$p_1 = 50 - 5q_1 \quad p_2 = 100 - 2q_2 \quad p_3 = 80 - 4q_3 \quad C = 25 + 10(q_1 + q_2 + q_3)$$

4) Com base na regra de segunda ordem abaixo, comprove que o lucro calculado no exercício anterior é realmente um ponto de máximo.

Condição	Máximo	Mínimo
1ª ORDEM	$f_1 = f_2 = \dots = f_n = 0$	$f_1 = f_2 = \dots = f_n = 0$
2ª ORDEM	$ H_1  < 0;  H_2  > 0;  H_3  < 0; \dots$	$ H_1 ,  H_2 , \dots,  H_n  > 0$

5) Maximize a seguinte função:  $y = (x_1 + 2)(x_2 + 1)$ . Sujeita à restrição:  $x_1 + x_2 = 21$

6) O preço de 1kg de soja é de R\$1,20. O preço de 1kg de milho é de R\$0,50. Vamos fazer uma ração que precisa respeitar a seguinte proporção:  $0,6Q_S^2 + 0,09Q_M^2 = \text{quantidade de proteína}$

Onde  $Q_S$  e  $Q_M$  são as quantidades de soja e milho, respectivamente, em quilos.

Precisamos que a quantidade de proteína total seja da ração seja de 10kg.

Quais as quantidades de soja e milho que MINIMIZAM o custo da ração a ser obtida, com a mistura de milho e soja? Qual a interpretação do multiplicador de Lagrange?

7) Calcule os preços e quantidades de equilíbrio, considerando os produtos: Pão (P), Manteiga (M) e Requeijão (R).

$$\begin{aligned} Q_P^D &= 90 - 2P_P - P_M - 2P_R & Q_M^D &= 85 - P_P - 3P_M + 2P_R & Q_R^D &= 70 - 3P_P + 4P_M - P_R \\ Q_P^S &= -20,6 + 15P_P & Q_M^S &= -11,4 + 20P_M & Q_R^S &= -92,3 + 25P_R \end{aligned}$$

8) Calcule os preços e quantidades de equilíbrio, considerando as seguinte carnes: Boi (B), Frango (F) e Suíno (S).

$$\begin{aligned} Q_B^D &= 50 - 4P_B + 3P_F + P_S & Q_F^D &= 30 + 2P_B - 2P_F + 3P_S & Q_S^D &= 25 + P_B + P_F - P_S \\ Q_B^S &= -107 + 5P_B & Q_F^S &= -16 + 9P_F - P_S & Q_S^S &= -58 - P_F + 6P_S \end{aligned}$$

*Matemática para Economistas – Prof. Elisson de Andrade*  
*Exercícios de Revisão para a Prova II*

9) Com base nas funções OFERTA e DEMANDA abaixo, e considerando:  $y$  = renda;  $i$  = preço dos insumos.

$$Q_D = 60 - 3P + 3y \qquad Q_S = -10 + 2P - 2i$$

Calcule as derivadas parciais das duas funções em relação a  $y$  e  $i$ . Quais suas interpretações. Com base na derivada TOTAL quais os efeitos no equilíbrio, resultantes de aumentos iguais e simultâneos em  $y$  e  $i$ ?

10) Com base nas funções OFERTA e DEMANDA abaixo, e considerando:  $y$  = renda;  $i$  = preço dos insumos;  $w$  = clima;  $P_{BS}$  = preços de bens substitutos.

$$Q_D = 50 - 0,5P + 2y + P_{BS} \qquad Q_S = 0,5P - 3i + w$$

Calcule as derivadas parciais das duas funções em relação a  $y$ ,  $i$ ,  $w$  e  $P_{BS}$ . Quais suas interpretações. Com base na derivada TOTAL quais os efeitos no equilíbrio, resultantes de aumentos iguais e simultâneos nas 4 variáveis exógenas?