PNV 5856

METODOLOGIA DE CONTROLE NO ESPAÇO DE ESTADOS

AULA 1

Prof. Helio Mitio Morishita

2023

I) PROGRAMA DA DISCIPLINA

1. Modelos matemáticos de sistemas dinâmicos

   Forma normal das equações diferenciais; Equações no espaço de estados;

   Transformada de Laplace; Funções de transferência;

   Solução da equação de estado; Matriz de transição;

2. Estabilidade de sistemas dinâmicos

   Conceitos de estabilidade;

   Estabilidade no domínio de Laplace e no espaço de estado;

3. Controle no Espaço de Estados

   Noções de Alcançabilidade, Detectabilidade, Controlabilidade e Observabilidade;

   Controle por alocação de pólos sem e com termos exógenos;

   Observador Linear de ordem plena e de ordem reduzida;

   Controle ótimo.

4. Processos Estocásticos; filtro de Kalman

   Projeto de controle com filtro de Kalman.

5. Exemplos de aplicação na engenharia naval e oceânica.

BIBLIOGRAFIA:

1. DORF, R.; BISHOP, R.H. Modern Control System, Addison-Wesley Publishing Company, 1995.

2. DUTTON, K.; THOMPSON, S. e BARRACLOUGH, B. The art of Control engineering, Addison-Wesley, Harlow, 1998

3. FOSSEN, T.I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control - Willey 2011.

4. FRIEDLAND, B. Control System Design an Introduction to Spate-Space methods, Dover Publications, Menola, 1986.

5. PHILLIPS, C.L. e HARBOR, R.D. Feedback Control Systems, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2000

6. STEFANI, R.T.; SAVANTI JR. C.J.; SKAHIAN, B.; HOSTETTER, G.H. Design of Feedback Control System, Saunders College Publishing, 1994.

7. SHAHIAN, B e HASSUL, M. Control System Design Using Matlab, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993

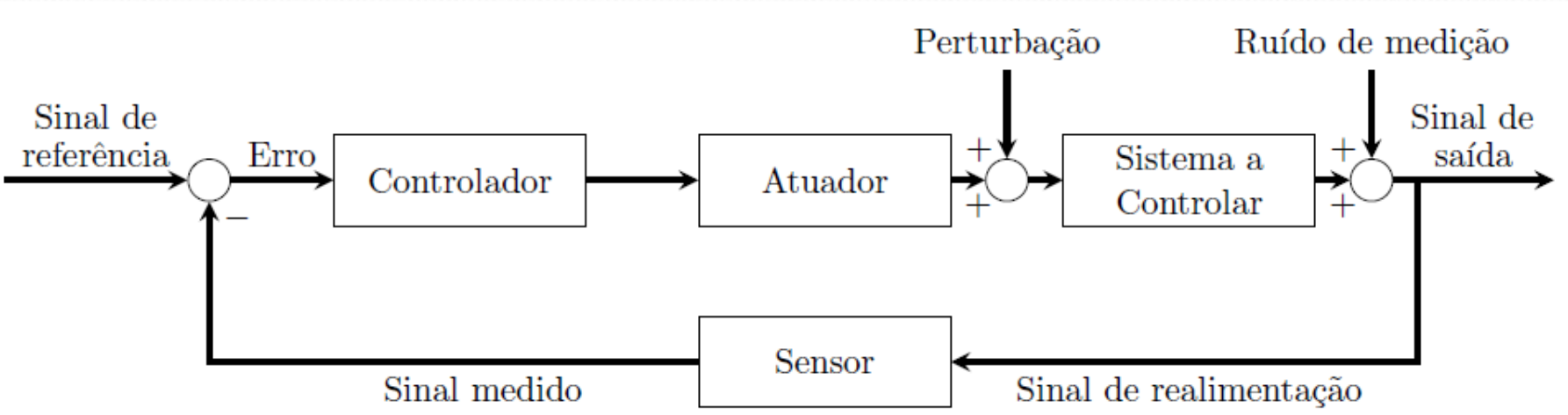
8. SHINNERS, S.M. Advanced Modern Control System theory and Design, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.

III) CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

Avaliação da disciplina será baseada em lista de exercícios e de um seminário a ser apresentado na última aula da disciplina.

CONTROLADOR CLÁSSICO

BASEADO EM TRANSFORMADA DE FOURIER E DE LAPLACE



Estrutura básica de um controlador clássico

DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA X ESPAÇO DE ESTADOS

O projeto de controle através do método clássico, baseado na função de transferência entre a variáveis de saída e de entrada, considerado até o presente momento, apresenta certas desvantagens como (Tewari, 2002):

- As únicas variáveis do sistema que são consideradas são as de saída.
- Ele foi desenvolvido anteriormente ao advento do uso intensivo dos computadores e requer métodos gráficos como Lugar das Raízes, Bode e Nyquist além de tabelas como de Hurwitz-Routh.
- A sua aplicação em sistemas complexos, onde existem vários sinais de entrada e de saída, é complicado.
- Em sistemas complexos pode-se obter equações diferenciais de ordem elevada e a sua solução, mesmo utilizando computadores, não é fácil.

Para superar estes problemas a partir da década de 60 começou a ser utilizado a representação no Espaço de Estado para o projeto de controladores. Esta representação, conforme será visto adiante, é baseado em um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem, independente da ordem do sistema ou do número de variáveis de entrada e de saída. Desta forma, esta representação não faz distinção entre sistemas de uma entrada e uma saída ou multivariável (várias entradas e várias saídas).

Modelos
sistema massa-mola-amortecedor

$$M\ddot{y} + B\dot{y} + Ky = x(t)$$

Laplace

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K} = \frac{\frac{1}{M}}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}}$$

Modelo clássico

Transformada de Laplace

Somente modelo linear

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{f(t)}_{u}$$

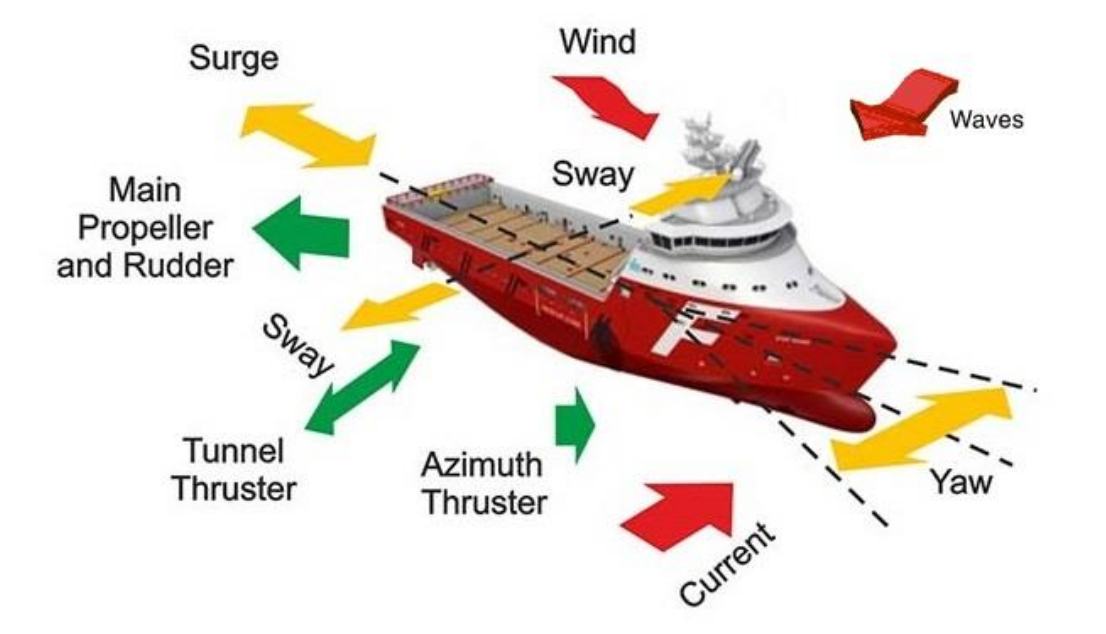
$$\underbrace{x_1}_{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Controle moderno

Espaço de estados

Modelos lineares
e não lineares

Sistema de posicionamento dinâmico



3 graus de liberdade;

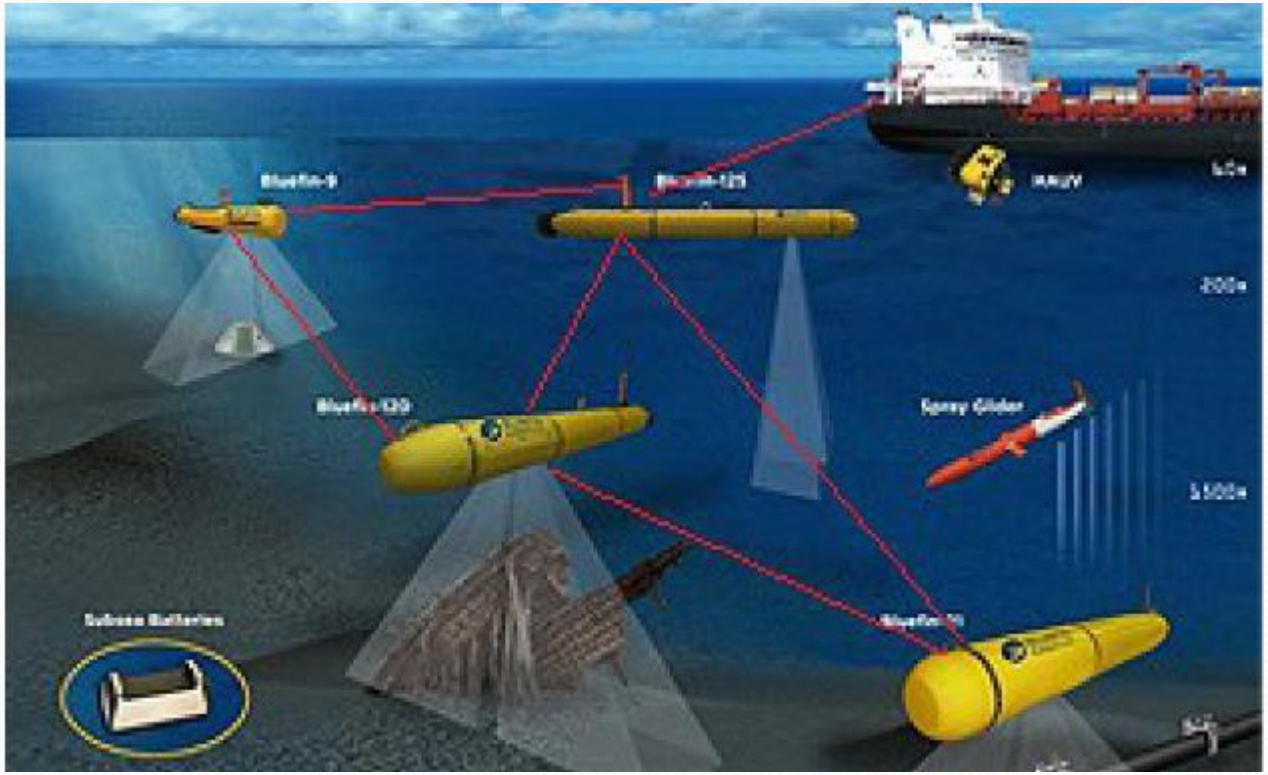
Há acoplamentos entre os movimentos;

Há perturbações;

Há vários atuadores;

Há vários sinais de saída;

Operação cooperativa de veículos submersíveis autônomos



Veículos submersos
6 graus de liberdade.

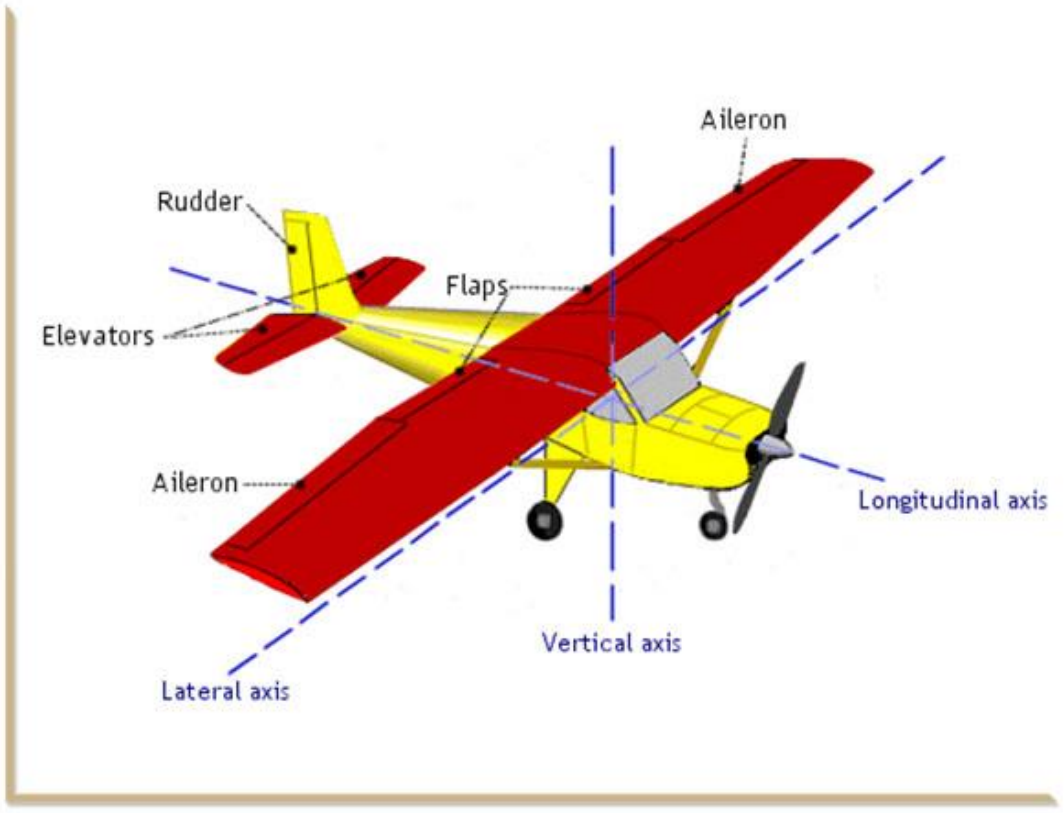
Turbina eólicas flutuantes

Há que alterar o passo das pás em função da velocidade do vento

Jornal da USP

O modelo matemático tem que incorporar a dinâmica do rotor e também da unidade flutuante.

Avião



RC Airplane World

6 graus de liberdade;

Múltiplos atuadores

Sistemas fisiológicos - Corpo humano

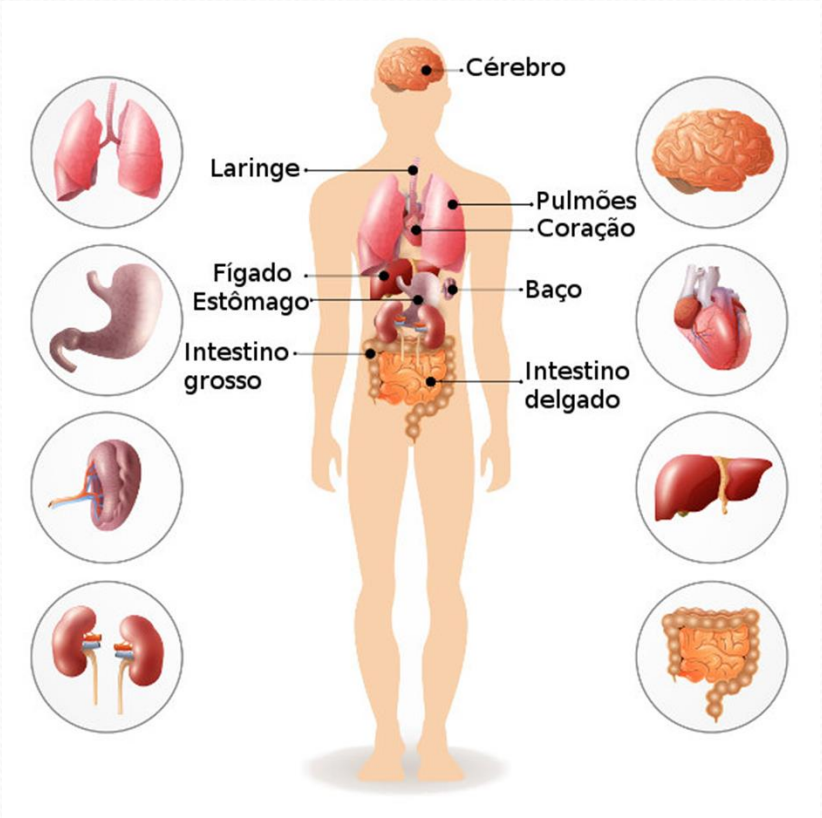


Table 1 Differences between engineering and physiological control systems

	Engineering control systems	Physiological control systems
Goal	For a specific task	Built for versatility
Design	Fine tuned parameter (optimal)	Capable of serving different functions
Model	Generally known	Unknown and difficult to analyze
State variables	Independent	Cross-coupling
Controller	Feedback	Adaptive
Feedback	Explicitly	Embedded

Huang, C., e Chung, H. Applications of Control Theory in Biomedical Engineering, Department of Electrical Engineering, National Central University, Taiwan

2023

Estado de um sistema dinâmico

O estado de um sistema dinâmico é um conjunto de grandezas físicas, cuja especificações deles (sem forças externas) determina completamente a evolução do sistema.

Observações:

- O conjunto das grandezas físicas (variáveis de estado) não é única.
- Independente das grandezas físicas, a quantidade das variáveis é sempre o mesmo. Este número é a ordem do sistema e coincide com a quantidade das condições iniciais para determinar a evolução do sistema;

Os modelos matemáticos (a parâmetros concentrados) de sistemas dinâmicos recaem em equações diferencias ordinárias. Para obter as soluções destas equações é necessário definir um conjunto de condições iniciais. A quantidade destas condições iniciais define a ordem do sistema. Além disso, estas condições iniciais estão associadas a grandezas físicas necessárias para prever o comportamento futuro do sistema (solução da equação diferencial). Desta forma, as condições iniciais e variáveis de estado físicos são iguais em número.

Em geral, o modelo matemático de sistemas dinâmicos são caracterizados por equações diferenciais de ordem qualquer. No caso da abordagem por espaço de estados o modelo matemático é caracterizado por um conjunto de equações diferencias de primeira ordem. Ou seja, somente as variavéis dinâmicas e sua primeiras derivadas comparecem no modelo matemático. Como é necessário somente uma condição para a solução de uma equação diferencial de primeira ordem, conclue-se que o número de equações diferenciais de primeira ordem é igual a ordem do sistema.

2.2 Equações de Estado e de Saída

No espaço de estados, a dinâmica de um sistema pode ser modelad através de um número finito de equações diferenciais de primeira ordem acopladas, isto é,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ \dot{x}_2 &= f_2(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ . & \quad . \\ . & \quad . \\ \dot{x}_k &= f_k(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \end{aligned} \tag{3}$$

onde t é o tempo, as variáveis x_1, x_2, .., x_k são as variáveis de estado e u_1, u_2, .., u_l são as variáveis de entrada.

O conjunto de equações Eq.3 pode ser escrita compactamente como

$$\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{4}$$

onde

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ u_l \end{bmatrix} \quad f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} f_1(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ f_2(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ . \\ . \\ f_n(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^k$ é o vetor de estado e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^l$ é o vetor da variáveis de entrada.

2.2 Equações de Estado e de Saída

No espaço de estados, a dinâmica de um sistema pode ser modelada através de um número finito de equações diferenciais de primeira ordem acopladas, isto é,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ \dot{x}_2 &= f_2(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ . & \quad . \\ . & \quad . \\ \dot{x}_k &= f_k(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \end{aligned} \tag{3}$$

onde t é o tempo, as variáveis x_1, x_2, .., x_k são as variáveis de estado e u_1, u_2, .., u_l são as variáveis de entrada.

O conjunto de equações Eq.3 pode ser escrita compactamente como

$$\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{4}$$

onde

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ x_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ . \\ . \\ u_l \end{bmatrix} \quad f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} f_1(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ f_2(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \\ . \\ . \\ f_n(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1..., u_l) \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^k$ é o vetor de estado e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^l$ é o vetor da variáveis de entrada.

Acoplada a Eq. 4 pode-se definir uma função relacionada com as variáveis de saída, isto é,

$$\mathbf{y} = g(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{5}$$

onde $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ y_m \end{bmatrix}$, $g(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} g_1(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1 ..., u_l) \\ g_2(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1 ..., u_l) \\ . \\ . \\ g_m(t, x_1, x_2, .., x_k, u_1 ..., u_l) \end{bmatrix}$

$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de saída.

As Eqs. 4 e 5 são denominadas, respectivamente, de equação de estado e equação de saída. Estas duas equações constituem o modelo no espaço de estado do sistema ou modelo de estado.

Os correspondentes modelos lineares das Eqs. 4 e 3 são dados por:

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x} + B(t)\mathbf{u} \tag{6}$$

$$\mathbf{y} = C(t)\mathbf{x} + D(t)\mathbf{u} \tag{7}$$

onde $A \in \mathbb{R}^{kxk}$, $B \in \mathbb{R}^{kxl}$, $C \in \mathbb{R}^{mxk}$ e $D \in \mathbb{R}^{mxl}$.

Se o sistema for invariante com o tempo as Eqs 6 e 7 simplificam para:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \tag{8}$$

$$\mathbf{y} = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} \tag{9}$$

Obs. As Eqs 8 e 9 podem ser obtidas calculando a matriz Jacobiana para as Eqs. 3 e 5.

Terminologia

- a) se $l = 1$ o sistema é de uma entrada (single-input - SI). Em caso contrário é de entradas múltiplas (multiple-input - MI)
- b) se $m = 1$ o sistema é de uma saída (single-output - SO). Em caso cotrário é de saidas multiplas (multiple-output - MO);
- c) se $l = 1$ e $m = 1$ o sistema é denominado SISO;
- d) se $l > 1$ e $m > 1$ o sistema é denominado MIMO.
- e) se $k = 0$ obtém-se $y(t) = Du(t)$. Neste caso o sistema é chamado de sem memória.

Conhecimentos preliminares

2023

Linearização

Para os sistemas das Figs. 1a e 1b pede-se para obter, respectivamente, a dinâmica do movimento vertical e horizontal considerando que:

1. A força da mola é $F_m = Kx$
2. A força da mola é $F_m = K'x^3$
   onde x é o deslocamento da mola a partir do seu comprimento de repouso.

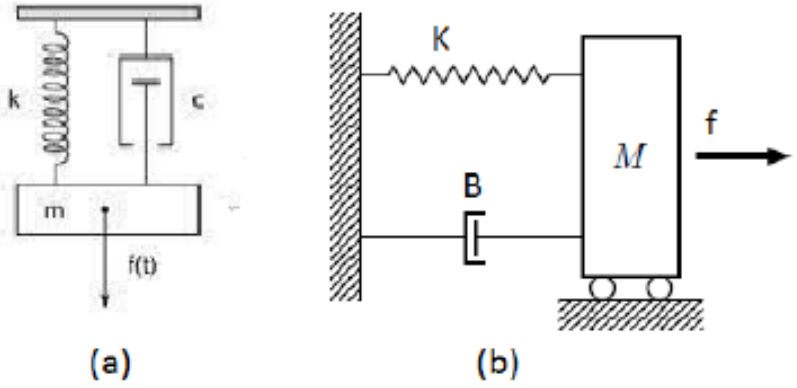


Figure 1: Sistemas para o exercício 4

Decomposição de uma função em sinais elementares

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)\delta(t-\lambda)d\lambda \quad ?$$

Resposta de um sistema a uma entrada x(t)

$$y(t) = \int_{0}^{t} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda \quad ?$$

$h(t-\tau)$ Resposta de um sistema a um impulso

Transformada de Laplace

$$£[x(t)] = X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st}dt$$

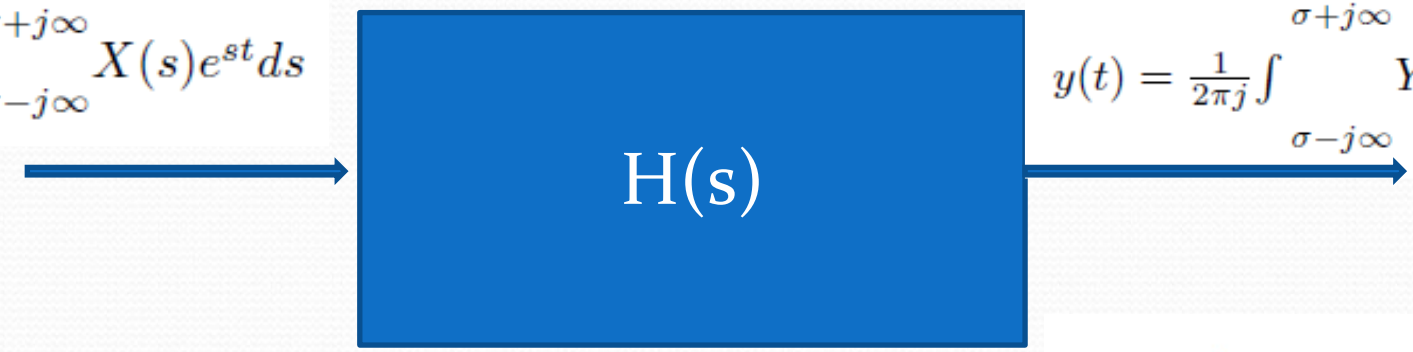
$$s = \sigma + j\omega$$

Transformada inversa de Laplace

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(s)e^{st}ds$$

CORRELAÇÃO ENTRE OS SINAIS DE ENTRADA E DE SAÍDA

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(s)e^{st}ds$$



$$y(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} Y(s)e^{st}ds$$

$$Y(s) = H(s)X(s)$$

$$y(t) = \int_0^t x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

Transf. de Laplace