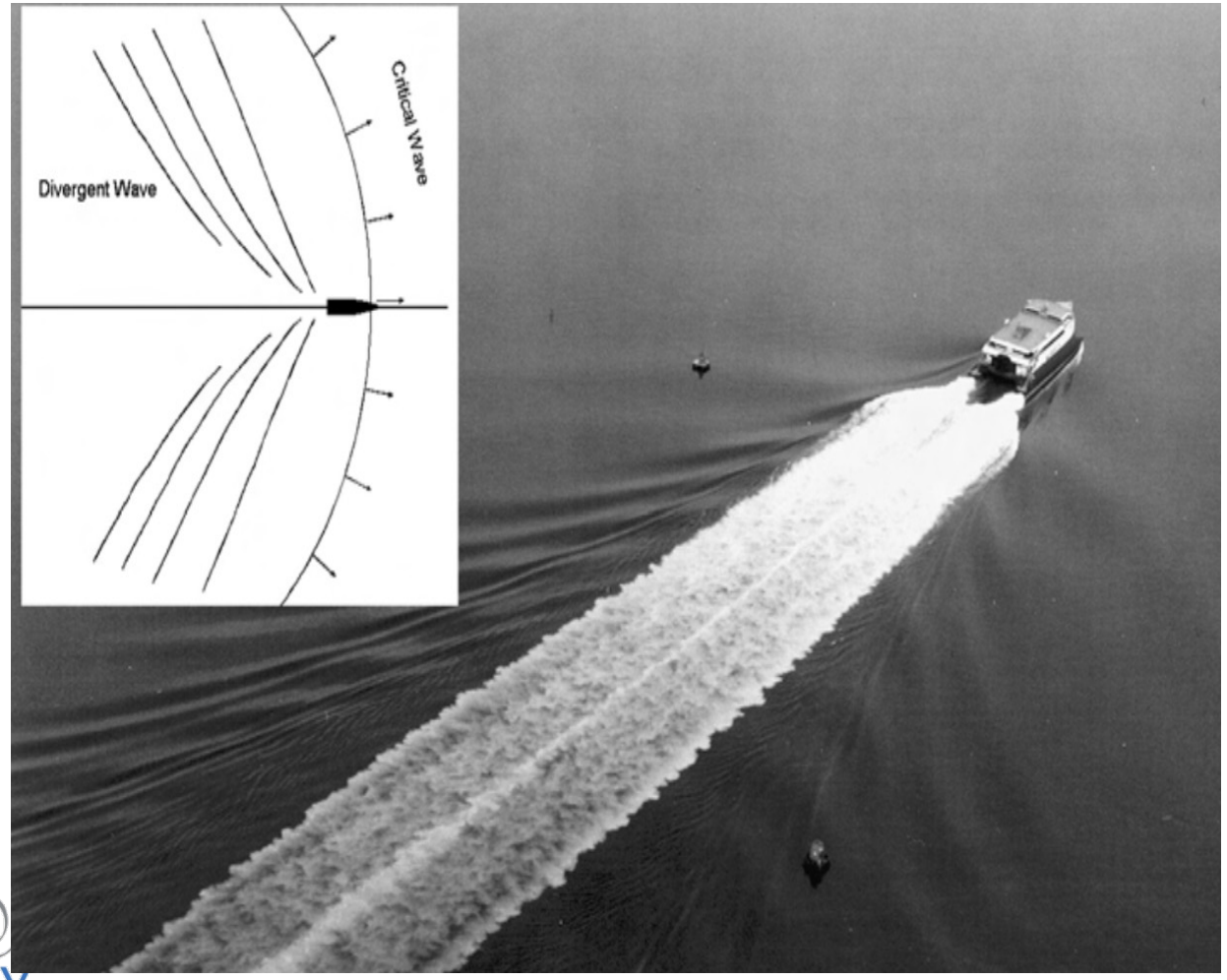
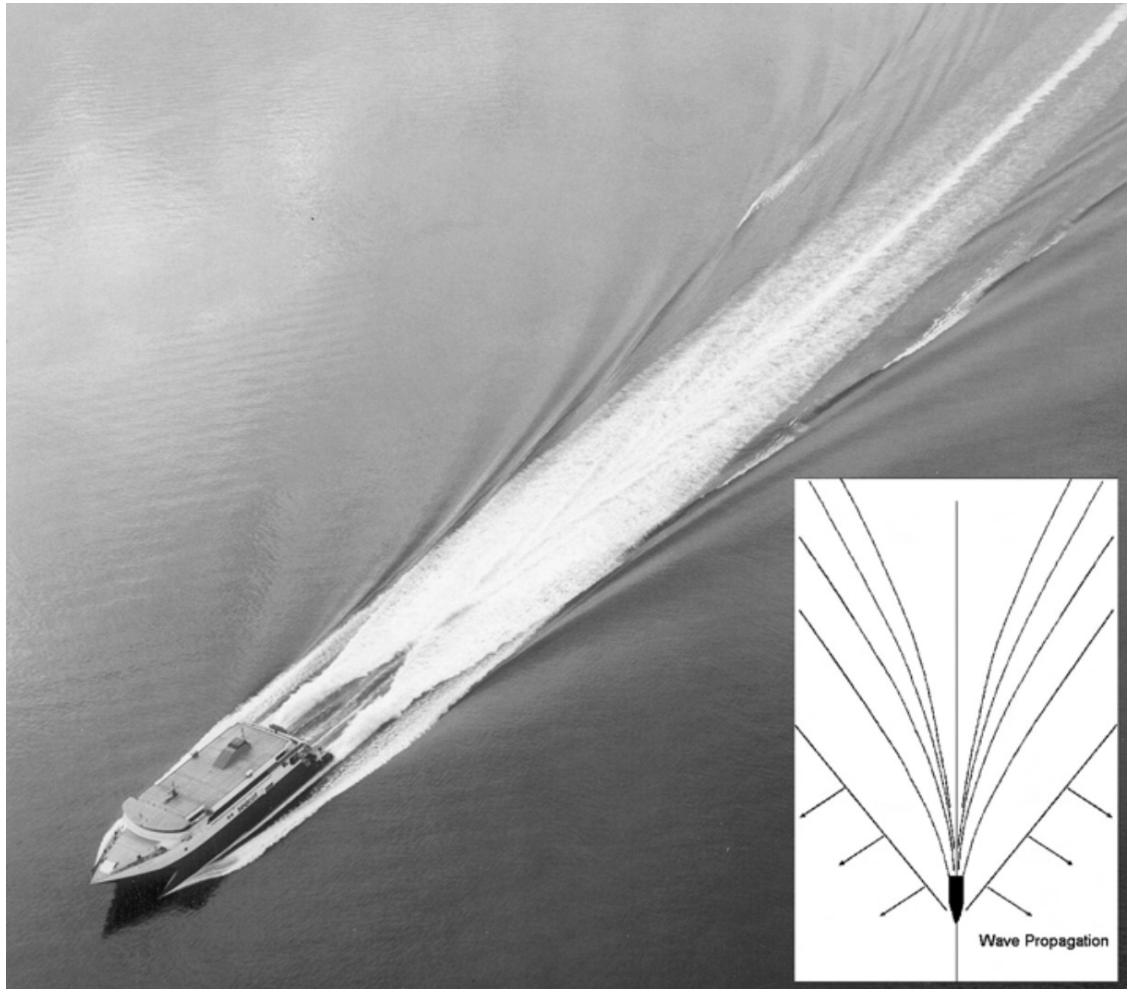
Hidrodinâmica I

Resistência de ondas: Uma análise das ondas de Kelvin (modelo 3D); A solução analítica de navio fino (*thin ship theory*); Resistência devido à quebra de ondas

PNV
USP

Campo de ondas à ré

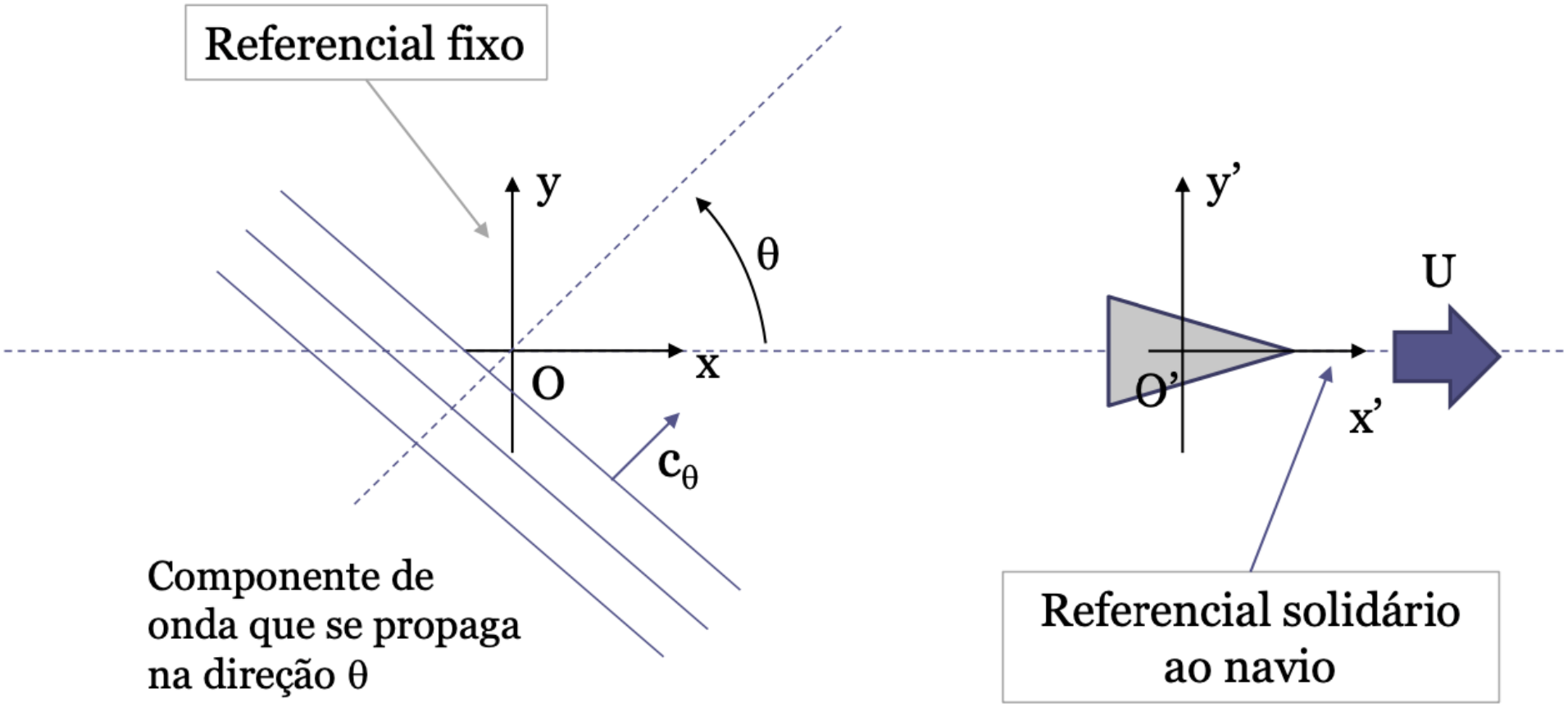




Fonte: Hydrodynamics of HSPV, Faltinsen

A modelagem de ondas de Kelvin

Um modelo matemático capaz de descrever o campo de ondas:



A modelagem de ondas de Kelvin

Inicialmente, suporemos que o campo de ondas admite ondas que se propagam nas diferentes direções θ, no intervalo: $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

E o campo de ondas resultante será dado pela superposição de todas as componentes das diferentes direções, na forma:

$$\zeta(x, y, t) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \zeta_\theta(x, y, t) d\theta$$

Sendo ζ_θ a equação da onda que se propaga na direçao θ:

$$\zeta_\theta(x, y, t) = A_\theta \cos(k_\theta(x \cos\theta + y \sin\theta) - \omega_\theta t + \epsilon_\theta)$$

PNV
USP

A modelagem de ondas de Kelvin

Premisa: observando do referencial do navío, o capo de ondas resultante debe ser invariante no tempo.

Vamos, então, reescrever o campo de ondas no referencial móvel (O'x'y'z'). Supondo que os dois referenciais coincidiam no espaço em t=0, temos:

$$x = x' + Ut$$
$$y = y'$$

Então:

$$\zeta_\theta(x', y', t) = A_\theta \cos(k_\theta((x' + Ut)\cos\theta + y' \sin\theta) - \omega_\theta t + \epsilon_\theta)$$

Mas, essa expressão não pode depender do tempo, e portanto:

$$k_\theta U t \cos\theta - \omega_\theta t = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_\theta}{k_\theta} = c_\theta = U\cos\theta$$

PNV USP

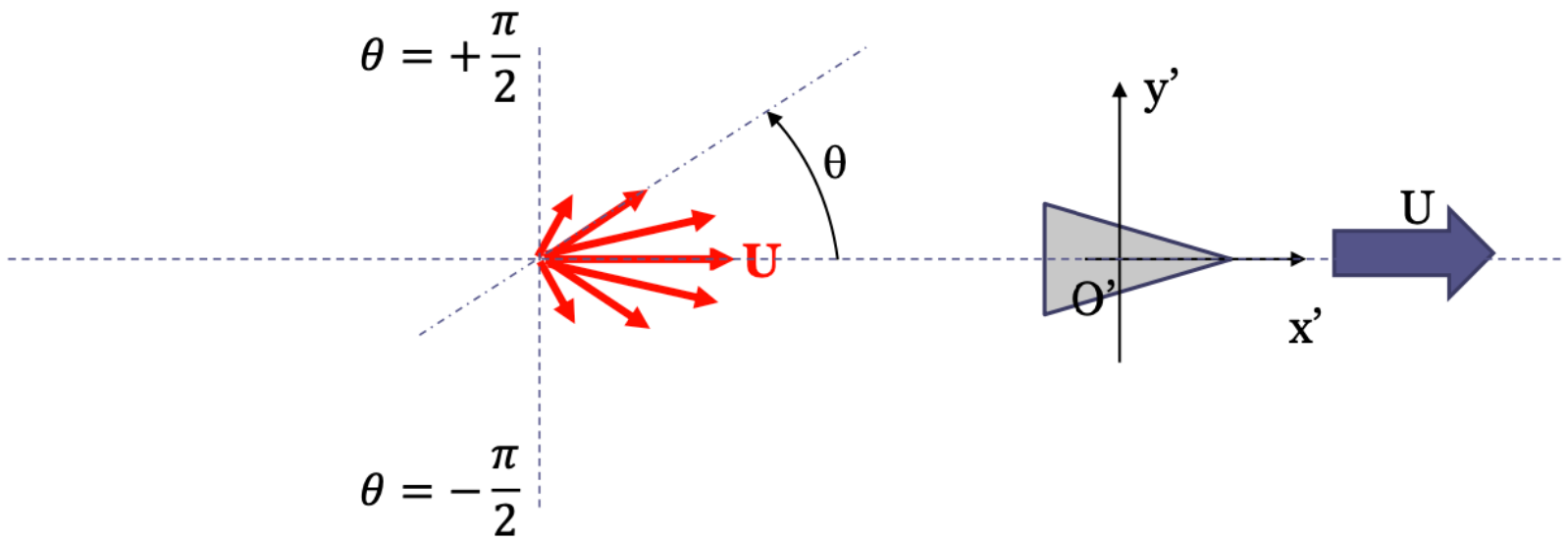
A modelagem de ondas de Kelvin

Nesse caso:

$$\zeta_\theta(x', y') = A_\theta \cos(k_\theta(x' \cos\theta + y' \sin\theta) + \epsilon_\theta)$$

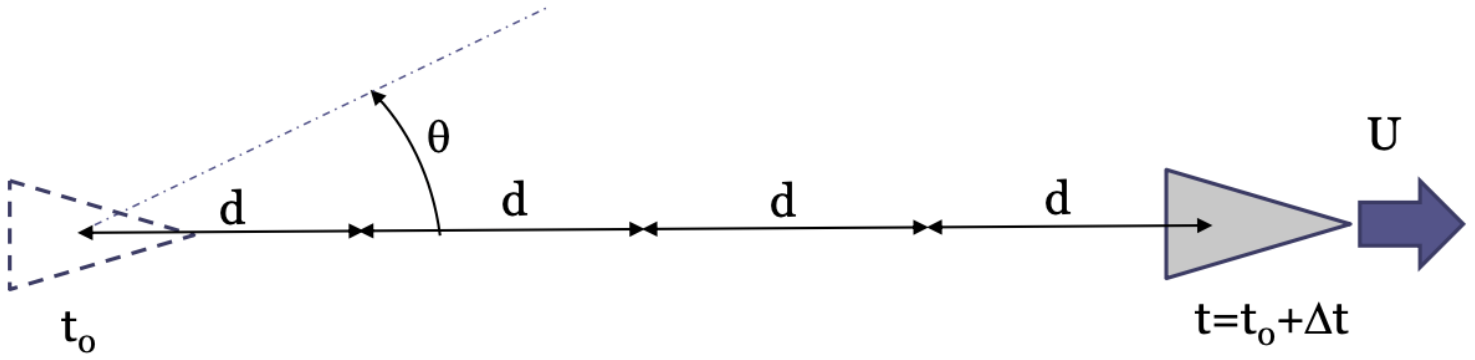
E deduzimos que, para que o campo seja invariante, a velocidade de propagação da onda deve variar na forma:

$$c_\theta = Ucos\theta$$



A modelagem de ondas de Kelvin

É muito interessante notar que essa variação da velocidade, po si só, é suficiente para determinarmos a abertura angular que contem toda a energia do campo de Kerlvin

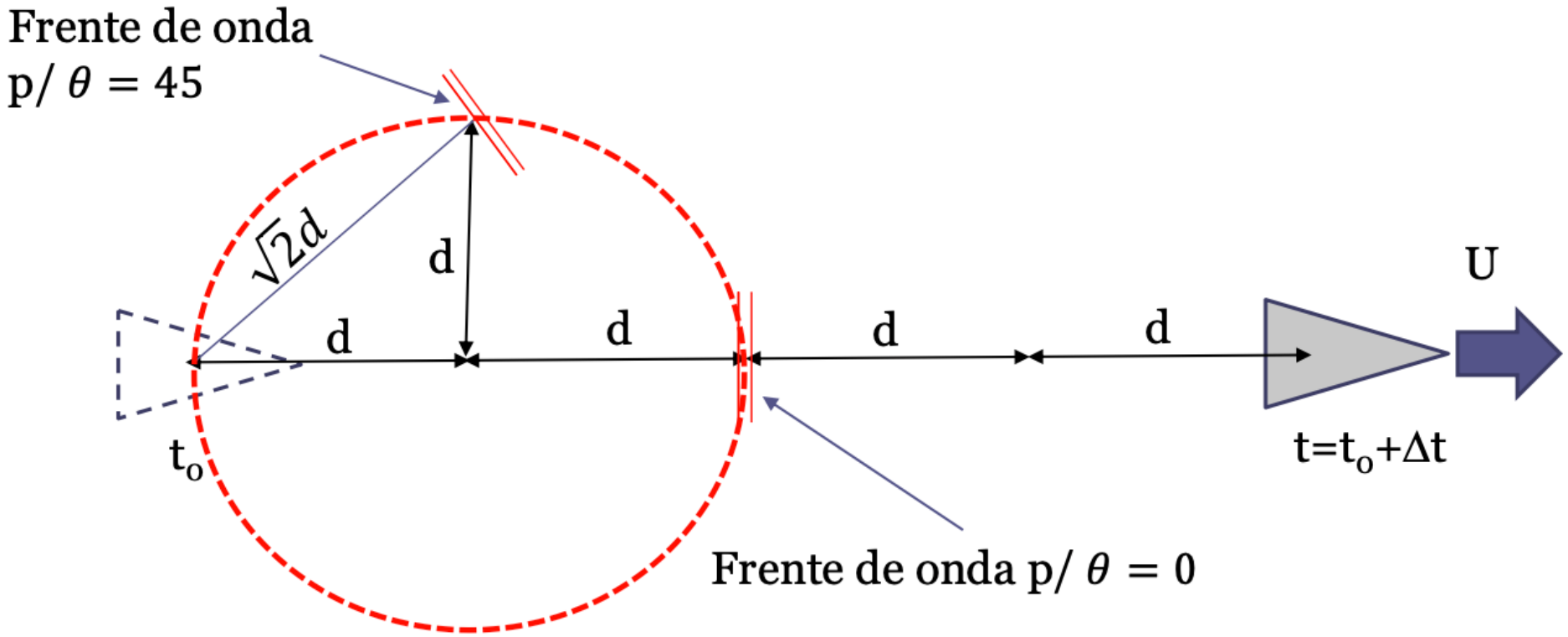


Para isso, basta dividir a distância percorrida pelo navio em 4 intervalos iguais (d) e traçar a distância que cada frente de onda, gerada no instante t0, avançou durante o intervalo de tempo Δt.

PNV USP

A modelagem de ondas de Kelvin

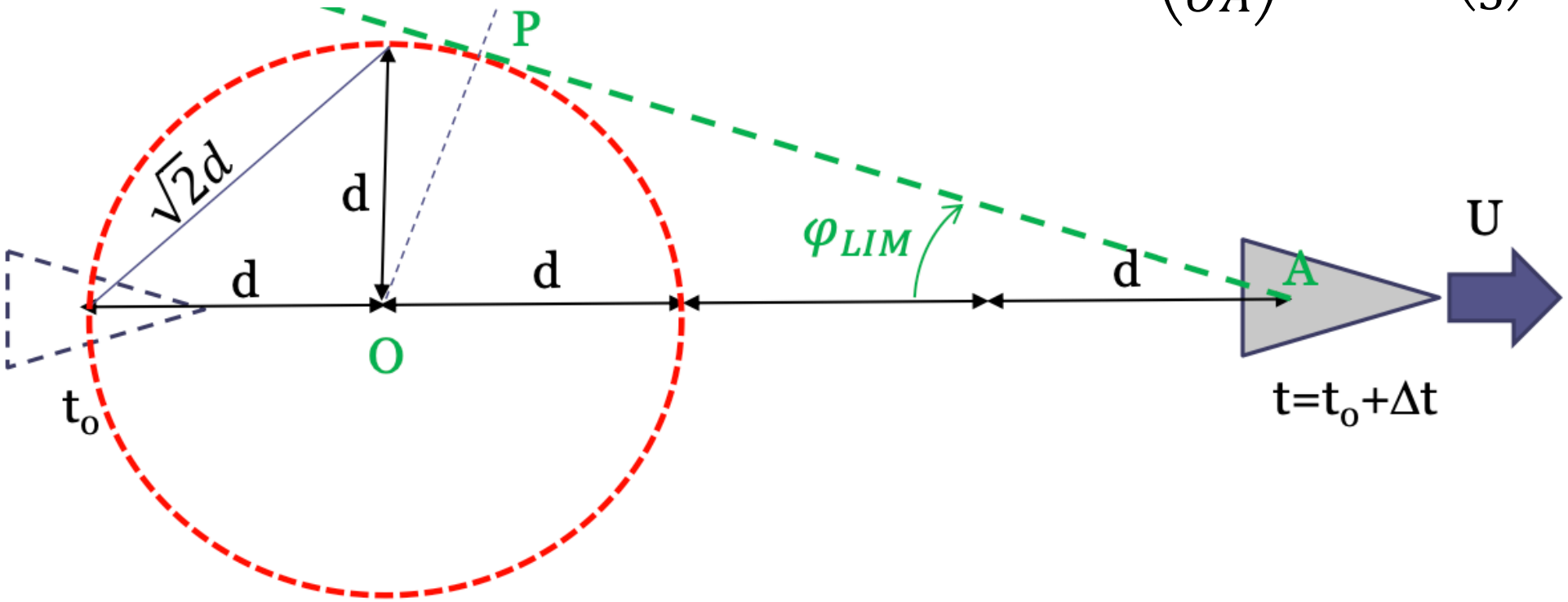
Suponhamos, então, águas profundas: $c = \frac{c_\theta}{2} = \frac{U}{2} cos\theta$



A modelagem de ondas de Kelvin

E, então:

$$\varphi_{LIM} = \operatorname{asin}\left(\frac{\overline{OP}}{\overline{OA}}\right) = \operatorname{asin}\left(\frac{1}{3}\right) = 19{,}47deg$$



A modelagem de ondas de Kelvin

Retomando a descrição do campo:

$$\zeta_\theta(x', y') = A_\theta \cos(k_\theta(x' \cos\theta + y' \sin\theta) + \epsilon_\theta)$$

Como nos interessa avaliar a energia total do campo, enão a elevação exata do capo de ondas, vamos desconsiderar a fase:

$$\zeta_\theta(x', y') = A_\theta \cos\big(k_\theta(x' \cos\theta + y' \sin\theta)\big)$$

E, portanto, em águas profundas: $k_\theta = \frac{\omega_\theta}{U cos\theta} = \frac{\omega_\theta^2}{g}$

$$k_\theta = \frac{g}{U^2 \cos^2\theta}$$

PNV USP

A modelagem de ondas de Kelvin

Portanto:

$$\zeta_\theta(x', y') = A_\theta \cos\left(\frac{g}{U^2 cos^2\theta}(x' \cos\theta + y' \sin\theta)\right)$$

E o campo completo, será dado por:

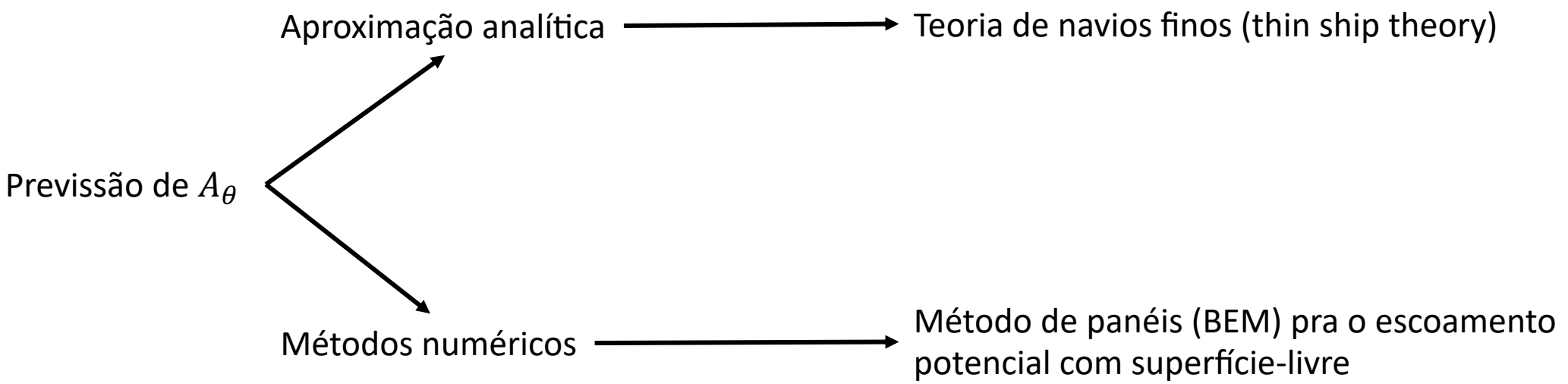
$$\zeta(x, y, t) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[A_\theta \cos\left(\frac{g}{U^2 cos^2\theta}(x' \cos\theta + y' \sin\theta)\right)\right] d\theta$$

PNV
USP

A modelagem de ondas de Kelvin

Se conhecêssemos a função de amplitudes A_θ, poderíamos calcular o fluzo de energia associado às ondas à ré da embarcação e, com isso, a resistência por geração de ondas.

$$A_\theta = f(x', y', \theta; U, h, geometria\ do\ casco)$$



PNV USP

Thin.ship Theory: Teoria vs Ensaios

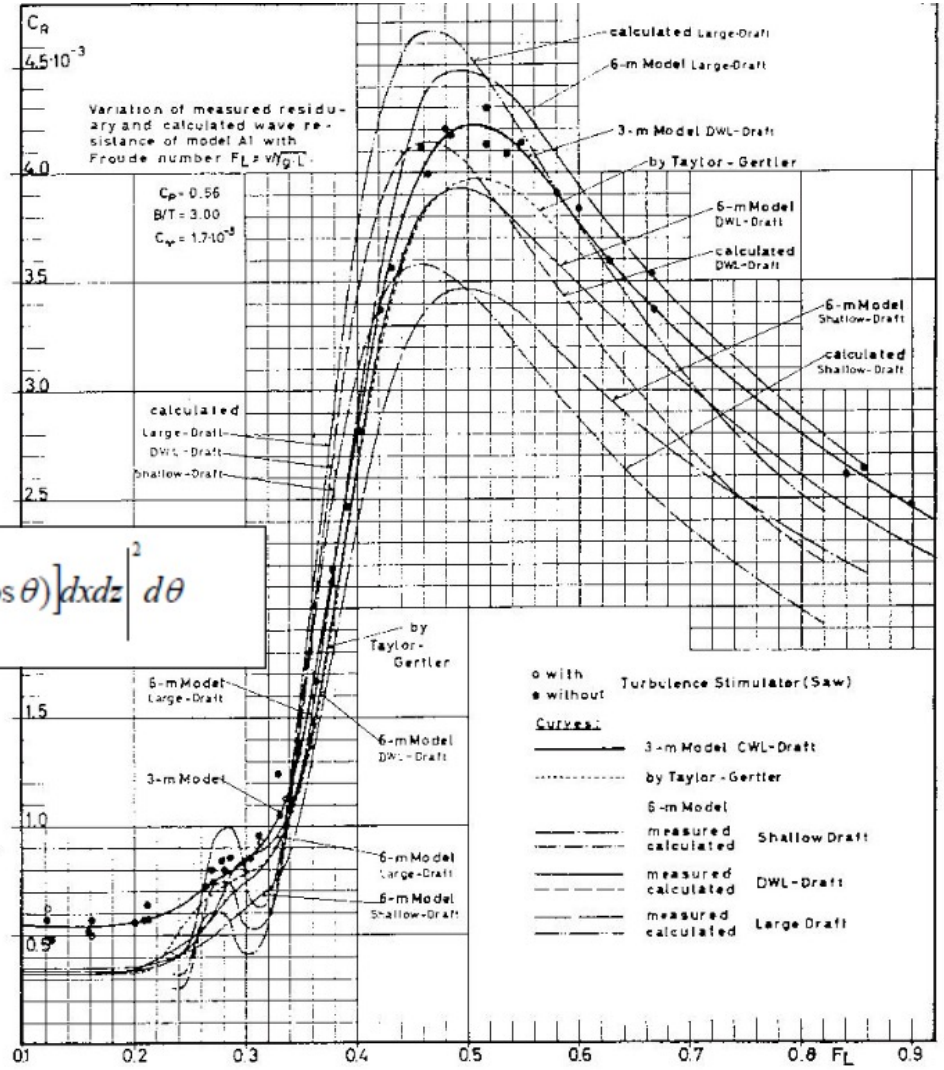
Supõe: B<<L, B<<T

$$R = \frac{4\rho g^2}{\pi U^2} \int_0^{+\frac{\pi}{2}} \sec^3\theta \left| \iint \frac{\partial \eta}{\partial x} \exp\left[(g/U^2)\sec^2\theta(z - ix\cos\theta)\right] dx dz \right|^2 d\theta$$

Graff, Kracht & Weinblum (1964)

Coeficiente Residual ($C_w + C_{vp}$) x F_n

Modelos de navio *destroyer*



Wave Breaking Resistance

Mas, ainda assim, nenhuma dessas abordagens seria capaz de capturar a parcela de quebra de ondas, nem a influência de efeitos viscosos do escoamento em R_w:

$$R_w = R_{WM} + R_{WB}$$

Sobre a R_{wb}:

- Não dispomos de métodos práticos e suficientemente precisos para sua estimação
- Regida por efeitos não- lineares de ondas
- Interage com o fluxo da esteira rotacional à ré do casco

PNV USP