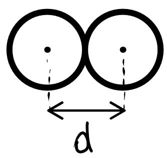
Aula 16 Livre Caminho Médio

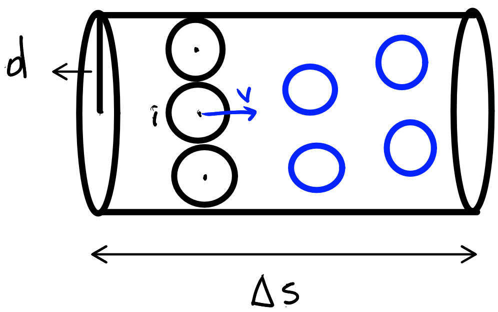
Na aula sobre a teoria cinética dos gases assumimos que uma partícula inverteria o momento linear a cada $\Delta t = 2\ell$, sendo ℓ a distância entre duas paredes paralelas da caixa. Porém isso implica assumir que não ocorrerá colisão entre as moléculas do gás. Na realidade, o caminho feito por uma determinada partícula segue uma mudança de direção aleatória, chamada de **Movimento Browniano**. Neste movimento, cada partícula pode seguir uma distância média sem sofrer colisão, o Livre Caminho Médio.

* Cada vértice significa que ocorreu uma colisão
* a média da distância entre cada colisão é o Livre caminho médio

Para calcular o livre caminho médio, primeiramente vamos imaginar que apenas uma partícula está em movimento e as demais estão paradas. Assim, para uma partícula diâmetro d a condição de colisão é que duas partículas estejam a uma distância d em relação ao seus centro:



O número de colisões em uma região virtual cilíndrica de raio d e altura Δs dependerá da densidade de partículas. Assumindo que a densidade é uniforme:



$$\rho = \frac{N}{V} = \frac{N_{col}}{V_{cil}}$$

ρ → densidade de partículas

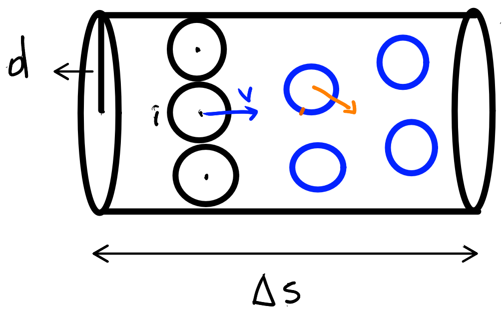
N_{col} → número de partículas que vão colidir

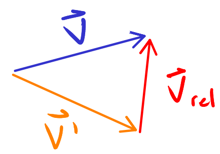
V_{cil} → volume do cilindro

A partícula i, com velocidade v, irá percorrer a distância Δs em um tempo Δs, realizando N_{col} colisões. Assim, a distância entre duas colisões será:

$$\lambda = \frac{\Delta s}{N_{col}} = \frac{v \Delta t}{\rho V_{cil}} = \frac{v \Delta t}{\rho \Delta s \pi d^2} = \frac{\cancel{v \Delta t}}{\rho \pi d^2 \cancel{v \Delta t}} = \frac{1}{\rho \pi d^2}$$

Porém, este resultado leva em conta que apenas uma partícula está se movendo. Uma melhor aproximação deve levar em conta que os as demais partículas estão se movendo. Neste caso, o numero de colisões dependerá da velocidade relativa entre as partículas nesta região cilíndrica, ou seja:



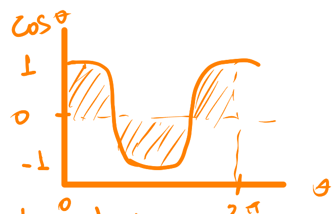


$$\vec{v}_{rel} = \vec{v} - \vec{v}'$$

$$v_{rel}^2 = v^2 + v'^2 - 2 v v' \cos\theta$$

Vamos considerar o comportamento médio das partículas, tomando a média da velocidade relativa:

$$\langle v_{rel}^2 \rangle = \langle v^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle - 2 \langle v v' \cos\theta \rangle$$



integral do cos em um período é nula

como v, v' e $\cos\theta$ são variáveis idependentes

$$\langle v v' \cos\theta \rangle = \langle v \rangle \langle v' \rangle \langle \cos\theta \rangle = \langle v \rangle \langle v' \rangle \cdot 0$$

como todas as partículas do sistema seguem a distribuição de Maxwell:

$$\langle v^2 \rangle = \langle v'^2 \rangle = v_{rms}^2 \Rightarrow v_{rms}^{rel} = \sqrt{\langle v_{rel}^2 \rangle} = \sqrt{2}\, v_{rms}$$

Vamos utilizar V_{rms}^{rel} como estimativa da velocidade relativa no neste modelo, $N_{col} = \rho \pi d^2 \sqrt{2}\, v_{rms}$, logo:

$$\lambda = \frac{\Delta s}{N_{col}} = \frac{\cancel{v_{rms} \Delta t}}{\rho \pi d^2 \sqrt{2}\, \cancel{v_{rms} \Delta t}} = \frac{1}{\pi \sqrt{2}\, \rho d^2}$$

$$\boxed{\therefore\ \lambda = \frac{1}{\pi \sqrt{2}\, \rho d^2}}$$

→ esta é a distância média entre cada colisão

* A area $A = \pi d^2$ do cilindro virtual é chamada de seção de choque

O tempo médio entre cada colisão é

$$\tau = \frac{\lambda}{v_{rms}}$$

Com seu inverso definindo a frequência de colisões:

$$f = \tau^{-1}$$