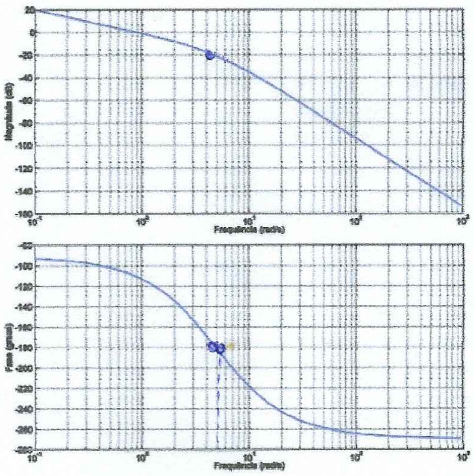
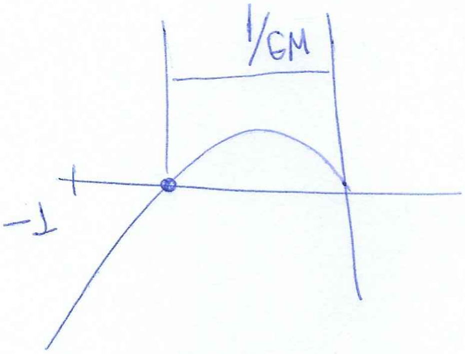
QUESTÃO 10: (Controle)

Determine o valor máximo do ganho de Bode (K_b) que resultará em uma margem de ganho de 6 dB ou mais e uma margem de fase de 45º ou mais para o sistema com função resposta em frequência em malha aberta,

$$GH(j\omega) = \frac{K_b}{j\omega(1 + j\omega/5)^2}$$

onde os diagramas de Bode para este sistema com $K_b = 1$ são dados ao lado. Justifique sua resposta.





$\omega_{180} = 5 \text{ rad/s}$

margem de ganho de 6 dB

$GM = 6dB = 1{,}9995$

$$L(j\omega_{180}) = \frac{1}{GM} = \frac{1}{1{,}9995} = 0{,}5012$$

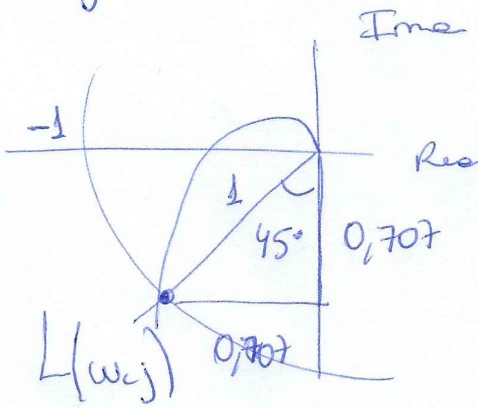
$$L(5j) = \frac{K_b}{5j(1 + 5j/5)^2} = \frac{K_b}{5j(\cancel{1^2} - 2j - \cancel{1^2})} = \frac{K_b}{10}$$

$$\frac{K_b}{10} = 0{,}5012$$

$$\boxed{K_B = 5{,}012}$$

garante 6dB de margem de fase

margem de fase 45°



qual ω_c?

$$L(\omega_c j) = -0,707 - 0,707j$$

$$L(\omega_c j) = \frac{K_b}{\omega_c j\left(1^2 + \frac{2\omega_c j}{5} - \frac{\omega_c^2}{5}\right)} = \frac{K_b}{(\omega_c - 0,04\omega_c^3)j - 0,4\omega_c^2}$$

parte real = imag

$$\cancel{\omega_c}(1 - 0,04\omega_c^2) = 0,4\omega_c^{\cancel{2}}$$

$$0,04\omega_c^2 + 0,4\omega_c - 1 = 0$$

Baskara $\rightarrow \begin{cases} -12,07 \\ 2,07 \end{cases}$ $\omega_c = 2,07$

$$L(2,07j) = \frac{K_b}{(1,71j - 1,71)} \cdot \frac{(-1,71j - 1,71)}{(-1,71j - 1,71)} =$$

$$\frac{-1,71\ K_b j}{1,71^2 \cdot 2} + \frac{-1,71K_b}{1,71^2 \cdot 2} \qquad \frac{K_b \cdot \cancel{1,71}}{1,71^{\cancel{2}} \cdot 2} = 0,707$$

$$\boxed{K_b = 2,42}$$