CAPM - Teoria e Evidência

Sérgio Kannebley Jr.

USP - Ribeirão Preto

October 5, 2023

Introdução

- Essa exposição será realizada com base em 3 artigos:

  André F. Perold, The Capital Asset Pricing Model. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18 (3), SUMMER 2004 (pp. 3-24).

  Eugene F. Fama and Kenneth R. French, The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18 (3), SUMMER 2004 (pp. 25-46).

  Eugene F. Fama and James D. MacBeth, Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of Political Economy*, 81(3), 1973 (pp. 607-636).

CAPM - André Perold (2004)

- O CAPM baseia-se na ideia de que nem todos os riscos devem afetar os preços dos ativos.
  - Um risco que pode ser diversificado quando tomado junto com outros investimentos em uma carteira não é, de forma muito real, um risco.
  - Foi desenvolvido no início dos anos de 1960 por William Sharpe (1964), Jack Treynor (1962), John Lintner (1965) and Jan Mossin (1966).
- Época em que os fundamentos teóricos da tomada de decisão sob incerteza eram relativamente novos e fatos empíricos sobre a relação risco retorno não eram conhecidos.
  - Teorias das preferências de risco do investidor e tomada de decisão sob incerteza surgiram apenas nas décadas de 1940 e 1950 - von Neumann e Morgenstern (1944) e Savage (1954).

Primórdios CAPM

- Medidas empíricas de risco e retorno eram quase inexistentes.
    - Fischer e Lorie (1964) - NYSE - estimativas de retorno desde 1928
    - Fischer e Lorie (1968) - medidas de desvio padrão dos retornos
    - Ibbotson e Sinquefield (1976): retorno do S&P 500 de 1926 a 1974 igual a 10,9%, com excesso de retorno de 8,8% a.a.
    - Dimson e Brealey (1978): estimam para o Reino Unido em excesso de retorno de 9,2% a.a. entre 1917-1977
- Anteriormente ao CAPM prevalecia a ideia de que a estimação dos retornos esperados dependiam da forma como o capital era financiado (custo ponderado do capital - WACC);
- Modelo de Gordon, Fluxo de Caixa Descontado;
- Teorema de Modigliani-Miller (1958) sobre a irrelevância das fontes de financiamento para se determinar o valor da firma.
- No paradigma pré-CAPM, o risco não entrava diretamente no cálculo do custo de capital

Por que investidores diferem na precificação do risco

- Os investidores diversificados fazem face a menos riscos por investimento do que os investidores não diversificados
- Investidores diversificados estão dispostos a receber retornos esperados mais baixos (e a pagar preços mais altos).
- Para fins de determinação dos retornos exigidos, os riscos dos investimentos devem, portanto, ser vistos no contexto dos outros riscos aos quais os investidores estão expostos. O CAPM é uma conseqüência direta dessa ideia-chave.

Diversificação, Correlação e Risco

- Markowitz (1952) acreditava que os ativos eram correlacionados até certo ponto.
  - Investidores poderiam eliminar parte, mas não todo, o risco de um ativo, mantendo um portfólio diversificado.
- Markowitz tinha a noção de que em razão da influência de fatores econômicos comuns os riscos entre os ativos eram ao menos parcialmente correlacionados.

  > *"This presumption, that the law of large numbers applies to a portfolio of securities, cannot be accepted. The returns from securities are too intercorrelated. Diversification cannot eliminate all variance."*

- Markowitz (1952) demonstrou analiticamente como os benefícios da diversificação dependiam da correlação entre os retornos dos ativos

Diversificação, Correlação e Risco

1. Considere dois ativos de risco, A e B, com desvios padrões dos retornos dados por σ_A e σ_B, além de ρ, o coeficiente de correlação entre os retornos.
2. Seja x a fração investida no ativo A e $y = (1 - x)$ a fração investida em B.
3. Então o risco do portfólio é dado por:

$$\sigma_P^2 = \begin{cases} (x\sigma_A - y\sigma_B)^2, & \rho = -1 \\ (x\sigma_A + y\sigma_B)^2, & \rho = 1 \\ x^2\sigma_A^2 + y^2\sigma_B^2, & \rho = 0 \\ (x\sigma_A + y\sigma_B)^2 - 2xy(1-\rho)\sigma_A\sigma_B, & -1 < \rho < 1 \end{cases} \tag{1}$$

Diversificação, Correlação e Risco

- Retornos se combinam linearmente
- Riscos não se combinam linearmente
  - No caso de $-1 < \rho < 1$ ha uma relação não-linear entre o risco do portfolio e o risco dos ativos que o compõem. Pelo menos uma parte do risco de um ativo será "compensada" pelo risco outro ativo.

1. A diversificação não depende de riscos individuais não correlacionados, mas apenas imperfeitamente correlacionados;
2. A redução do risco da diversificação é limitada pela extensão em que os retornos dos ativos individuais estão correlacionados
3. Diversificação leva a redução no risco sem o sacrifício do retorno esperado

Diversificação, Correlação e Risco

Table 1

Market Capitalizations and Historical Risk Estimates for 24 Countries, January 1994–December 2003

	Market Capitalization ($ Billions, 12/31/03)	*Capitalization Weight*	*S.D. of Return*	*Beta vs. WEMP*	*Correlation vs. WEMP*
U.S.	$14,266	47.8%	16.1%	1.00	0.95
Japan	2,953	9.9%	22.3%	0.83	0.57
UK	2,426	8.1%	14.3%	0.78	0.83
France	1,403	4.7%	19.3%	1.00	0.79
Germany	1,079	3.6%	21.7%	1.10	0.77
Canada	910	3.0%	19.9%	1.13	0.87
Switzerland	727	2.4%	17.1%	0.73	0.65
Spain	726	2.4%	21.5%	0.92	0.65
Hong Kong	715	2.4%	29.2%	1.33	0.70
Italy	615	2.1%	23.9%	0.90	0.58
Australia	586	2.0%	18.4%	0.93	0.77
China	513	1.7%	43.3%	1.26	0.45
Taiwan	379	1.3%	33.0%	1.15	0.53
Netherlands	368	1.2%	19.5%	1.02	0.79
Sweden	320	1.1%	24.3%	1.25	0.78
South Korea	298	1.0%	47.7%	1.55	0.50
India	279	0.9%	26.7%	0.63	0.36
South Africa	261	0.9%	26.9%	1.09	0.62
Brazil	235	0.8%	43.6%	1.81	0.63
Russia	198	0.7%	76.9%	2.34	0.47
Belgium	174	0.6%	17.2%	0.65	0.58
Malaysia	168	0.6%	38.6%	0.81	0.32
Singapore	149	0.5%	28.6%	1.04	0.56
Mexico	123	0.4%	35.1%	1.40	0.61
WEMP	$29,870	100%	15.3%	1.00	1.00
S.D. of WEMP assuming perfect correlation			19.9%		
S.D. of WEMP assuming zero correlation			8.4%		

Notes: WEMP stands for World Equity Market Portfolio. S.D. is standard deviation expressed on an annualized basis. Calculations are based on historical monthly returns obtained from Global Financial Data Inc.

Teoria de Portfólio, Empréstimos Sem Risco e Separação de Fundos

- Usando técnicas de otimização, podemos calcular o que Markowitz chamou de "fronteira eficiente".
- A fronteira eficiente consiste na obtenção de carteiras ótimas, e cada investidor pode escolher qual delas melhor se adequa à sua tolerância ao risco.
- James Tobin (1958) mostrou que, quando os investidores podem tomar empréstimos e também emprestar à taxa livre de risco, a fronteira eficiente é simplificada de maneira importante.

Teoria de Portfólio, Empréstimos Sem Risco e Separação de Fundos

- Considere um investidor com três possibilidades de escolha: Ativos de risco de alto (H) e médio (M) risco e um ativo livre de risco:

Table: Retorno Esperado e Risco

	Retorno Esperado	Risco (D.P.)
Ativo sem Risco	5% (r_f)	0%
Ativo M	10% (E_M)	20% (σ_M)
Ativo H	12% (E_H)	40% (σ_H)

Teoria de Portfólio, Empréstimos Sem Risco e Separação de Fundos

- Suponha que é possível emprestar e tomar emprestado a r_f.
  - Note que nas combinações com r_f risco e retorno combinam linearmente
  - Supõe $\sigma_{HM} = 0$

Table: Estratégias de Investimento

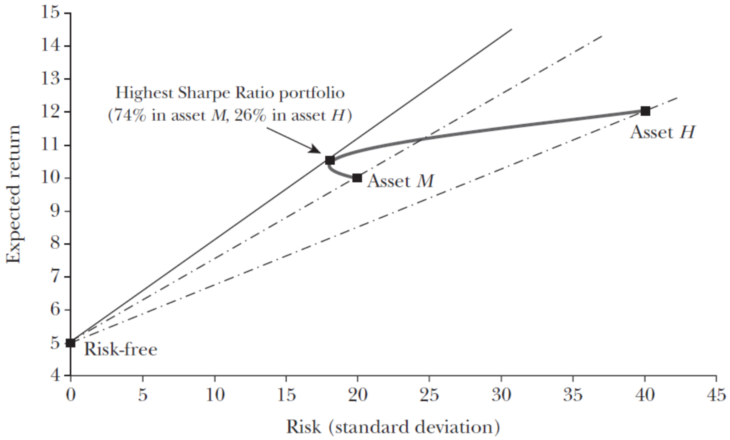
Estratégias	Retorno Esperado	Risco (D.P.)	Sharpe
H e r_f	$r_f + x(E_H - r_f)$	$x\sigma_H$	$\frac{(E_H - r_f)}{\sigma_H}$=0,175
M e r_f	$r_f + x(E_M - r_f)$	$x\sigma_M$	$\frac{(E_M - r_f)}{\sigma_H}$=0,25
H e M	$x_H E_H + x_M E_M + (1 - x_H - x_M) r_f$	$x_H\sigma_H + x_M\sigma_M$	$0,305$

x_H=0,26, x_M=0,74

Fronteira Eficiente com N ativos de risco

Figure 2

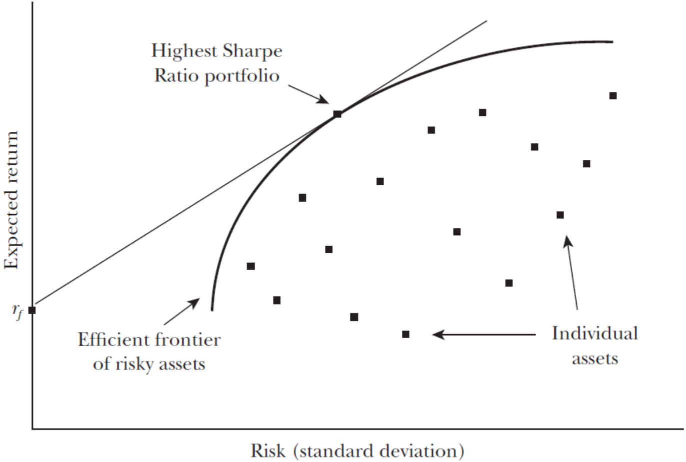
Efficient Frontier with Two Risky Assets



Fronteira Eficiente com N ativos de risco

Figure 3

Efficient Frontier with Many Risky Assets



Capital Asset Pricing Model - CAPM

- O CAPM se ocupa da precificação dos ativos em equilíbrio
  - Para que o mercado esteja em equilíbrio, o retorno esperado de cada ativo deve ser tal que os investidores decidam coletivamente manter exatamente a oferta de ações.
  - O Modelo de Precificação de Ativos de Capital nos dirá como os investidores determinam os retornos esperados – e, portanto, os preços dos ativos – em função do risco.
- Sobre a relação retorno esperado e risco, a medida de risco que interessa é dada pelo risco incremental que um ativo oferece quando adicionado a uma carteira.

Melhorando a Razão de Sharpe de um Portfólio

- Adicionando um ativo que não é correlacionado com o Portfólio
  - Dado que a variância do portfólio, σ_P^2, aumenta em $x^2\sigma_S^2$, sendo x uma parcela negligível do portfólio, então a ação adicional deveria ser incluída desde que $E_s - r_f > 0$.
- Adicionando um ativo que é perfeitamente correlacionada com o Portfólio
  - Então a ação é um substituto perfeito para o portfólio.
  - Nesse caso, $E_s - r_f = \alpha + \beta(E_p - r_f)$, em que $\beta = \frac{\sigma_S}{\sigma_P}$ se $\rho = 1$
  - Se $\alpha = 0$ a razão de Sharpe não se alteraria: $\frac{E_s - r_f}{\sigma_S} = \frac{E_P - r_f}{\sigma_P}$
  - Então para uma ação perfeitamente correlacionada somente valeria adicioná-la ao portfólio se $\alpha > 0$.

Melhorando a Razão de Sharpe de um Portfólio

Adicionando um ativo imperfeitamente correlacionado, $-1 < \rho < 1$

- Usando o fato que $\sigma^2_{S|P} = \sigma^2_S(1-\rho^2)$, então $\sigma^2_S = \sigma^2_{S|P} + \rho^2\sigma^2_S$.
  - $\sigma^2_{S|P}$ é a parte diversificável do risco
  - $\rho^2\sigma^2_S$ parte não diversificável do risco
- Com isso: $E_s - r_f = \alpha + \beta(E_p - r_f) + \epsilon$, com $E(\epsilon(E_p - r_f)) = 0$
- $\beta = \frac{Cov(S,P)}{Var(P)} = \frac{\rho\sigma_P\sigma_S}{\sigma^2_P} = \rho\frac{\sigma_S}{\sigma_P}$

Melhorando a Razão de Sharpe de um Portfólio

Para a parte não diversificável do risco investir $ 1 em uma ação equivaleria a montar uma estratégia que:

- Mimetiza $E_s - r_f$ é investir uma uma fração β no portfólio, obtendo $\beta(E_p - r_f)$
  - o restante em um ativo não correlacionado, que poderia ser r_f (componente não correlacionado com o portfólio), obtendo $r_f - r_f = 0$.
- Portanto, se a ação tiver $(E_s - r_f) > (E_P - r_f)$, ou seja, $\alpha > 0$ valeria a pena adicioná-la ao portfólio;
- Por outro lado, vender a descoberto uma parcela marginal da ação se $E_s - r_f < \beta(E_P - r_f)$, isto é, $\alpha < 0$;
- Portanto, o portfólio terá a maior razão de Sharpe atingível se $E_s - r_f = \beta(E_P - r_f)$ para cada ação individual.

CAPM - Suposições

1. Investidores são avessos ao risco e avaliam suas carteiras de investimento somente em termos de retorno esperado e e desvio padrão dos retornos em um único período;
2. Os mercados de capitais são perfeitos em vários sentidos:
   - todos os ativos são infinitamente divisíveis;
   - não há custos de transação, restrições de venda a descoberto ou impostos;
   - a informação não tem custo e está disponível para todos; e
   - todos os investidores podem tomar emprestado e emprestar à taxa livre de risco;
3. Todos os investidores têm acesso às mesmas oportunidades de investimento;
4. Todos os investidores fazem as mesmas estimativas de retornos esperados de ativos individuais, desvios padrão de retorno e correlações entre retornos de ativos.

CAPM - Resultados

- Como resultado dessas suposições:
  - Dados os preços vigentes, todos os investidores determinarão o mesmo portfólio de ativos de risco com índice de Sharpe mais alto;
  - Todos os investidores deterão ativos de risco nas mesmas proporções relativas;
  - Em equilíbrio de mercado a carteira de ativos de risco com maior Índice de Sharpe deve ser a carteira de mercado;
- Então em equilíbrio deve valer para todos os ativos:

$$E_S = r_f + \beta(E_m - r_f) \tag{2}$$

- Outra forma de expressar a equação do CAPM é:

$$\frac{E_S - r_f}{\sigma_S} = \rho \frac{(E_m - r_f)}{\sigma_M} \tag{3}$$

  - Dado que $\rho \leq 1$ então o Sharpe de qualquer ativo não é maior que o Sharpe de mercado.

CAPM - Resultados

- Equação a ser estimada:

$$E_{S,t} - r_{f,t} = \alpha + \beta(E_{M,t} - r_{f,t}) + \epsilon_t \tag{4}$$

  - Como $\beta = \frac{\rho\sigma_S}{\sigma_P}$, o retorno de uma ação não depende apenas do seu risco exclusivamente. Depende da sua sensibilidade (associação) ao amplo mercado de ações, $\rho\sigma_S$;
  - β oferece um método de medir o risco que não pode ser diversificado do ativo;

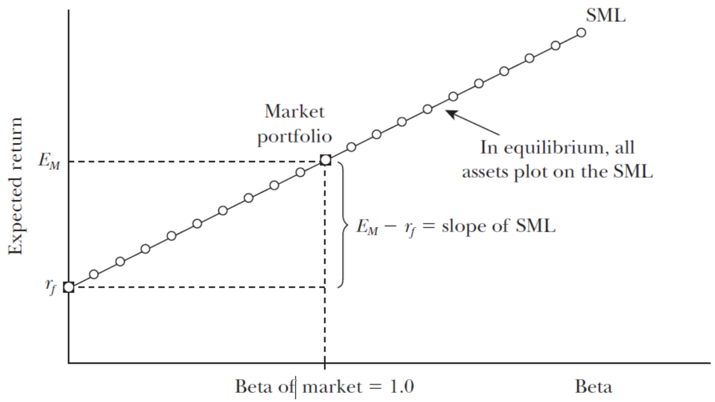
- Predição dos Retornos:

$$\hat{E}_{S,t+1} = \hat{\alpha} + r_{f,t+1} + \hat{\beta}(E_{M,t+1} - r_{f,t+1}) \tag{5}$$

  - Os retornos esperados não dependem da taxa de crescimento dos fluxos de caixa esperados.

CAPM - Resultados

Figure 4
The Securities Market Line (SML)



- Se o mercado está em equilíbrio todos os ativos devem se encontrar sobre essa linha.

CAPM - Utilidade

- Os preços dos ativos do mundo real e as carteiras dos investidores estão de acordo com as previsões do modelo?
- Alocação subótima - viés local nos investimentos;
  - explicações encontram-se nos custos tributários e falta de sofistificação dos investidores;
  - Usando as predições do CAPM, isto significa que existe espaço para melhoras na alocação, o que gera oportunidades de educação e inovação financeira;
- Medição de Performance
  - Os investidores precisam avaliar o desempenho com base nos retornos que foram adequadamente ajustados ao risco. O CAPM fornece uma estrutura clara para pensar sobre esta questão.
  - O α mede a performance de um fundo (de um gestor, no caso) ajustada ao risco.

Extensões - Zero-Beta CAPM

- Se os investidores não puderem tomar empréstimos e emprestar à taxa livre de risco, como o mudança de modelo?
- Black (1972) critica a hipótese da possibilidade de emprestar e tomar emprestado à taxa livre de risco;
- Demonstra que com N ativos com risco, mas nenhum ativo sem risco, a fronteira eficiente dos investidores tem o mesmo formato.

Theorem (Portfólio de Covariância Zero)

Para qualquer portfólio de fronteira p, exceto o portfólio de variância mínima, existe uma única portfólio na fronteira com a qual p tem covariância zero.

Extensões - Zero-Beta CAPM

- A demonstração desse teorema parte da minimização da variância dos retornos para um portfólio eficiente k;
- Essa minimização demonstra que todo investidor possui uma combinação linear de duas carteiras básicas, e toda carteira eficiente é uma combinação linear dessas duas carteiras básicas.
- A carteira eficiente mantida pelo investidor k consiste em uma combinação ponderada das carteiras básicas p e q. No entanto, que as duas carteiras básicas não são únicas
- Argumentam que os portfólios p e q devem ter β´s diferentes, se for possível gerar todas as carteiras eficientes como uma combinação ponderada dessas duas carteiras.
- Em particular, considera a possibilidade de transformações desses portfólios terem $\beta_M = 1$ e $\beta_{ZC(p)} = 0$

Extensões - Zero-Beta CAPM

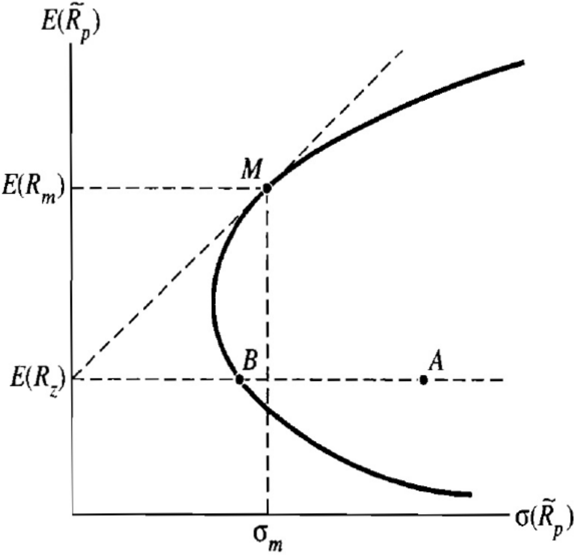
- Ao final derivam a relação de interesse:

$$E(R_k)) = E(R_{ZC(p)}) + \beta[E(R_M) - E(R_{ZC(p)})] \qquad (6)$$

em que

  - $E(R_k))$ é o retorno de um portfólio eficiente k
  - $E(R_{ZC(p)})$ é o retorno do portfólio de covariância zero com o portfólio de mercado
  - $E(R_M)$ é o retorno do portfólio de mercado
  - Essa relação é válida também para qualquer ativo "i".
  - Única diferença da equação CAPM é que r_f é substituída por $E(R_{ZC(p)})$
  - Assim, o CAPM padrão é um caso especial de CAPM Zero-Beta.
  - Problema empírico $E(R_{ZC(p)})$ não é imediatamente observável

Extensões - Zero-Beta CAPM



Predições do modelo

- A proibição de tomar e emprestar muda o intercepto da linha SML.
  - Uma vez que este é o efeito que a proibição total teria, parece provável que restrições parciais sobre empréstimos e empréstimos, como requisitos de margem, também mudariam a interceptação da linha, mas menos.
- No caso em que existe um ativo sem risco disponível, como um título do governo de curto prazo, mas no qual os investidores não podem assumir posições vendidas no ativo sem risco, então:

$$R_f < E(R_{ZC}) < E(R_M) \tag{7}$$

Exemplo: Zero-Beta Portfolio

- Considere um gerente de portfólio que deseja construir um portfólio beta zero versus o índice S&P 500. O gerente tem 5 milhões para investir.
- Essa carteira teria $\beta_w = -0,037$ (próximo de zero).

Table: Portfólio Zero-Beta

Ativo	β	Valor	Peso	β_w
Ação 1	0,95	$ 700 mil	14%	0,133
Ação 2	0,55	$ 1.400 mil	28%	0,154
Título 1	0,20	$ 400 mil	8%	0,016
Título 2	-0,50	$ 1.000 mil	20%	-0,100
Commodity 1	-0,80	$ 1.500 mil	30%	-0,240

Fama e Macbeth (1973)

- Este artigo testa a relação entre retorno médio e risco das ações ordinárias da Bolsa de Valores de Nova York.
- A base teórica dos testes é o modelo de portfólio "dois parâmetros" e modelos de equilíbrio de mercado derivados do modelo de portfólio de dois parâmetros.
- A equação base de teste seria a equação (6). Essa equação possui três implicações testáveis:
  1. A relação entre o retorno esperado de um título e seu risco em qualquer carteira eficiente é linear;
  2. β_i é uma medida completa do risco do título i na carteira eficiente m; nenhuma outra medida do risco de i aparece em (6);
  3. Em um mercado de investidores avessos ao risco, maior risco deve estar associado a maior retorno esperado; ou seja, $E(R_M) - E(R_{ZC}) > 0$.

Fama e Macbeth (1973)

- Para tornar esta proposição empiricamente testável, os autores descrevem o seguinte modelo estocástico para retornos período a período:

$$\begin{aligned} R_{it} &= \gamma_0 + \beta_i R_{Mt} + \epsilon_{it} \\ E(R_i) &= E(R_0) + \beta_i [E(R_M) - E(R_0)] \end{aligned} \tag{8}$$

- Assumindo que os betas são conhecidos, as equações em (8) são generalizadas em:

$$R_{it} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\beta_i + \gamma_{2t}\beta_i^2 + \gamma_{3t}S_i + \eta_{it} \tag{9}$$

  - R_{it} é o retorno percentual de uma ação i entre o período $t-1$ e t;
  - S_i representa o desvio padrão dos retornos residuais ϵ_{it} para o título i,

Fama e Macbeth (1973)

- São testadas algumas das principais implicações do CAPM por meio através da análise estatística básica das estimativas para os vários γ´s, por meio da construção de testes *t de student*, as seguintes hipóteses:
  1. Linearidade: $E(\hat{\gamma}_{2t}) = 0$
  2. Nenhum efeito sistemático de Risco Não-β: $E(\hat{\gamma}_{3t}) = 0$
  3. Relação Risco-Retorno esperada positiva: $E(\hat{\gamma}_{1t}) = [E(R_M) - E(R_{0t})] > 0$
  4. Sharpe - Lintner CAPM: $E(\hat{\gamma}_{0t}) = r_{ft}$
  5. $\hat{\eta_{it}} \approx iid(0, \sigma^2_\eta))$
- Com relação às hipóteses (1) e (2) é importante dizer que se essas hipóteses não forem válidas, os retornos de mercado não refletem as tentativas dos investidores de manter portfólios eficientes:
  - Nesse caso haveria ativos que estariam sistematicamente sub ou sobreprecificados.

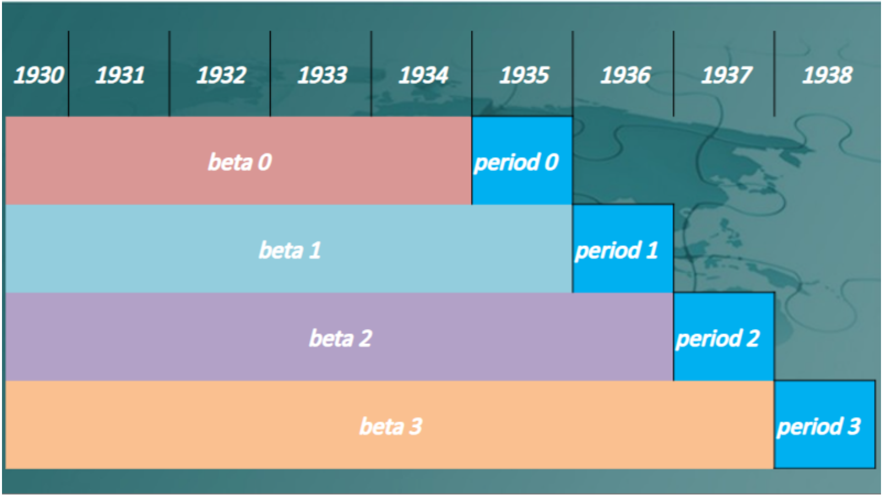
Dados e Metodologia

- Amostra: Todas as ações da NYSE (1926 - 1968)
- Índice de Mercado: Carteira igualmente ponderada de todas as ações da NYSE
- Argumenta que existe um problema fundamental de erro de medida nas estimativas de β_i, $\hat{\beta}_i$.
- Outro problema importante é que os resíduos das regressões possuem fontes comuns de variação, o que leva a um viés para baixo nas estimativas de desvio padrão.
- Para isso propõe um procedimento de estimação em 2 etapas:
  1. Estima os β´s dos ativos individuais em um período (4 a 7 anos). Os β´s são estimados em cross-section´s mensais.
  2. Ajusta regressões de retornos de portfolios rankeados pelos β´s para o próximo período

Metodologia

- Inicialização
  - Usando os primeiros 4 anos (1926-29) de dados de retorno mensal, 20 carteiras são formadas com base na ordenação dos β_i's individuais;
  - Os 5 anos seguintes (1930-34) de dados são então usados para recomputar os β_i´s e esses são usados nas médias para se obter os β_{pt}´s para os 20 portfólios a serem utilizados na SML.
  - O componente β_i é atualizado anualmente - eles são recalculados a partir de retornos mensais de 1930 a 1935, 1936 ou 1937.
- Roda $\tilde{R}_{it} = a_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{\epsilon}_{it}$ para estimar $s(\hat{\epsilon}_{it})$;
  - $s(\hat{\epsilon}_{it})$ é a proxy para S_i.

Metodologia



Metodologia

- Para cada um dos meses durante o período 1935-1938 (4 anos) são calculados os retornos mensais das 20 carteiras.
- Para cada mês t deste período, a seguinte regressão em cross-section é estimada:

$$R_{pt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{p,t-1} + \gamma_{2t}\hat{\beta}^2_{p,t-1} + \gamma_{3t}\bar{S}_{p,t-1} + \hat{\eta}_{it} \tag{10}$$

  - Estima modelos com 2, 3 e 4 parâmetros, com $p = 1, 2, \ldots, 20$.
  - Nesse modelo $\beta_{p,t-1}$, $\hat{\beta}^2_{p,t-1}$ e $\bar{S}_{p,t-1}$ são variáveis explicativas
- São obtidas estimativas mensais (séries) de $\hat{\gamma}_{0t}, \hat{\gamma}_{1t}, \hat{\gamma}_{2t}$ e $\hat{\gamma}_{3t}$
- Para cada equação, são calculados os valores médios de cada um dos coeficientes e testados se as médias são significativamente diferentes de zero:

$$t(\bar{\hat{\gamma}}_j) = \frac{\bar{\hat{\gamma}}_j}{s(\hat{\gamma}_j)/\sqrt{n}} \tag{11}$$

Metodologia

- Esses passos são repetidos segundo a tabela a seguir:

TABLE 1

PORTFOLIO FORMATION, ESTIMATION, AND TESTING PERIODS

	PERIODS				
	1	2	3	4	5
Portfolio formation period ...	1926–29	1927–33	1931–37	1935–41	1939–45
Initial estimation period	1930–34	1934–38	1938–42	1942–46	1946–50
Testing period	1935–38	1939–42	1943–46	1947–50	1951–54
No. of securities available	710	779	804	908	1,011
No. of securities meeting data requirement	435	576	607	704	751

TABLE 1 (*Continued*)

	PERIODS			
	6	7	8	9
Portfolio formation period ...	1943–49	1947–53	1951–57	1955–61
Initial estimation period	1950–54	1954–58	1958–62	1962–66
Testing period	1955–58	1959–62	1963–66	1967–68
No. of securities available	1,053	1,065	1,162	1,261
No. of securities meeting data requirement	802	856	858	845

Principais Resultados

Modelo: $R_{p,t} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t}\hat{\beta}_{p,t-1} + \hat{\eta}_{it}$

$\hat{\gamma}_{0t}$	$\hat{\gamma}_{1t}$	$(\hat{\gamma}_{0t} - R_f)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_1)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0 - R_f)$
00061	0,0085	0,0048	3,24	2,57	2,55

Modelo: $R_{pt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{p,t-1} + \gamma_{2t}\hat{\beta}^2_{p,t-1} + \hat{\eta}_{it}$

$\hat{\gamma}_{0t}$	$\hat{\gamma}_{1t}$	$\hat{\gamma}_{2t}$	$(\hat{\gamma}_{0t} - R_f)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_1)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_2)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0 - R_f$
00049	0,0105	-0,0008	0,0036	1,92	1,79	-0,29	1,42

Modelo: $R_{pt} = \gamma_{0t} + \gamma_{1t}\hat{\beta}_{p,t-1} + \gamma_{2t}\hat{\beta}^2_{p,t-1} + \gamma_{3t}\bar{S}_{p,t-1} + \hat{\eta}_{it}$

$\hat{\gamma}_{0t}$	$\hat{\gamma}_{1t}$	$\hat{\gamma}_{2t}$	$\hat{\gamma}_{3t}$	$(\hat{\gamma}_{0t} - R_f)$
0,0020	0,0114	-0,0026	0,0516	0,0008
$t(\bar{\hat{\gamma}}_0)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_1)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_2)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_3)$	$t(\bar{\hat{\gamma}}_0 - R_f)$
0,0036	1,85	-0,86	1,11	0,020

Conclusões: Fama e MacBeth (1973)

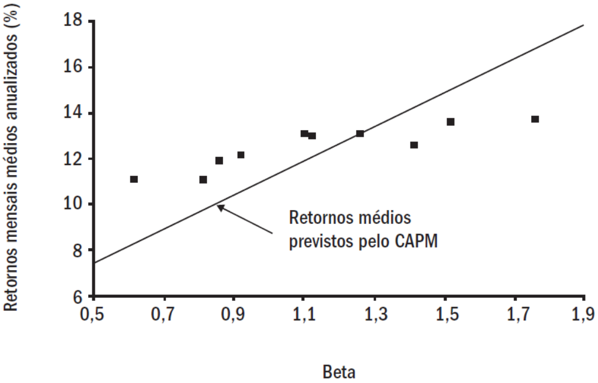
- Os resultados apoiam as importantes implicações testáveis do modelo de dois parâmetros;
- Dado que a nossa proxy para a carteira de mercado é pelo menos aproximadamente eficiente, não podemos rejeitar a hipótese de que os retornos médios das ações ordinárias da Bolsa de Valores de Nova Iorque refletem as tentativas de investidores avessos ao risco de manter carteiras eficientes;
- Não é possível rejeitar a hipótese de que, ao tomar uma decisão de carteira, um investidor deva assumir que a relação entre o risco da carteira de um título e o seu retorno esperado seja linear, como implica o modelo de dois parâmetros;
- Não foi possível rejeitar a hipótese do modelo de dois parâmetros de que nenhuma medida de risco, além do risco da carteira, afeta sistematicamente os retornos médios.

"SML Flat"

- Fama e French (2003) refazem um exercício para mostrar a relação entre os β´s estimados e o excesso de retornos dos portfólios
  - Em dezembro de cada ano, estimamos um beta pré-ranking de cada ação da NYSE [Bolsa de Valores de Nova York] (1928-2003), da AMEX (1963-2003) e da NASDAQ (1972-2003) presente na base de dados do CRSP (Centro de Pesquisa de Preços de Títulos da Universidade de Chicago), usando de dois a cinco anos, dependendo da disponibilidade de rendimentos mensais anteriores.
  - Em seguida, formam dez carteiras ponderadas pelo valor com base nesses betas pré-ranking e calculamos seus retornos para os próximos 12 meses.
  - Repetimos o processo para cada ano de 1928 a 2003.
  - O resultado é de 912 retornos mensais de dez carteiras classificadas por beta.

"SML Flat"

Figura 2 - **Retornos Mensais Médios Anualizados e Beta de Carteiras Ponderadas pelo Valor Formadas com Base no Beta Ant 1928-2003.**



- Os retornos das carteiras de baixo beta são elevados demais e os das de beta elevado são baixos demais.
- Por exemplo, o retorno previsto da carteira de menor beta é de 8,3% ao ano; o retorno efetivo é de 11,1%. O retorno previsto da carteira de mais alto beta é de 16,8% ao ano; o efetivo é de 13,7%.

Outras Extensões

- Expectativas heterogêneas – Lintner, 1969; Merton, 1987
- Presença de ativos não negociados no mercado – Mayers, 1973
- Presença de mais de um período e oportunidades de investimento que mudam de um período para o outro – Merton, 1973; Breeden, 1979
- Investimento internacional – Solnik, 1974; Stulz, 1981; Adler e Dumas, 1983 Precificação por arbitragem – Ross, 1976
- Em todas as extensões, não há uma carteira de ativos arriscados ótima para todos os investidores. Todos são derivados das mesmas noções básicas:
  - Investidores irão manter portfólios de acordo com suas necessidades específicas, limitações e preferências de risco
- No equilíbrio, o preço dos ativos reflete a demanda por eles.
  - Ativos com retornos esperados elevados serão aqueles que possuem elevada correlação com o risco de mercado, o qual uma parcela significante de investidores não conseguiu diversificar
  - Existem diversas carteiras de ativos arriscados que, no agregado, formam a carteira de mercado