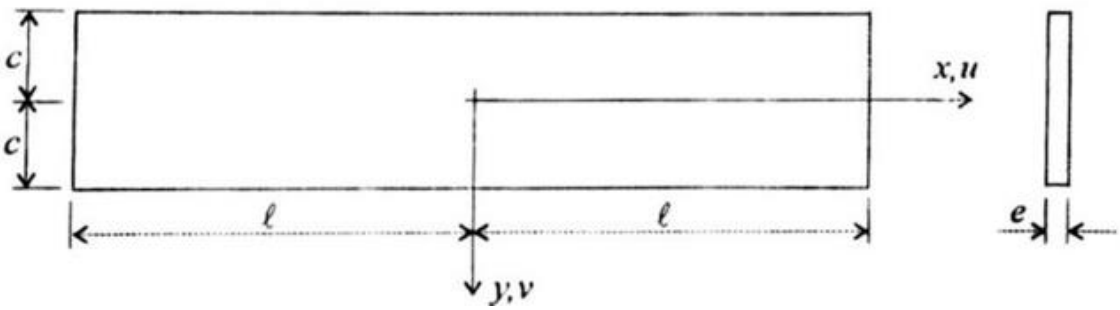
04 de abril de 2019

Questão 1 – Considere a chapa esquematizada na figura abaixo.



O campo de deslocamentos dessa chapa, correspondente à solução de determinado problema considerando-se estado plano de tensão, é dado por:

$$u = \frac{q}{2EI}\left[\left(l^2 x - \frac{x^3}{3}\right)y + x\left(\frac{2}{3}y^3 - \frac{2}{5}c^2 y\right) + \upsilon x\left(\frac{1}{3}y^3 - c^2 y + \frac{2}{3}c^3\right)\right]$$

$$v = -\frac{q}{2EI}\left\{\frac{y^4}{12} - \frac{c^2 y^2}{2} + \frac{2}{3}c^3 y + \upsilon\left[(l^2 - x^2)\frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{6} - \frac{1}{5}c^2 y^2\right]\right\}$$
$$-\frac{q}{2EI}\left[\frac{l^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{12} - \frac{1}{5}c^2 x^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\upsilon\right)c^2 x^2\right] + \delta$$

Onde:

$$\delta = \frac{5}{24}\frac{ql^4}{EI}\left[1 + \frac{12}{5}\frac{c^2}{l^2}\left(\frac{4}{5} + \frac{\upsilon}{2}\right)\right]$$

$E = 2{,}1\ x\ 10^{11}\ N/m^2$

$\upsilon = 0{,}3$

$l = 2\ m$

$c = 0{,}6\ m$

$q = 36\ kN/m$

$e = 1\ x\ 10^{-3}\ m$

i. Determinar as componentes de deformação ε_x , ε_y e γ_{xy};

ii. Determinar as componentes de tensão σ_x, σ_y e σ_{xy}, sabendo-se que:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\upsilon^2}\begin{bmatrix}1 & \upsilon & 0\\ \upsilon & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1-\upsilon}{2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}$$

E as demais componentes de tensão são nulas;

iii. Qual o campo de forças de volume que corresponde ao equilíbrio?

iv. Calcular nas quatro bordas o campo de forças de superfície;

v. Pode-se mostrar que a redução do campo de forças de superfície atuando em $x = l$ e $x = -l$ aos centros de gravidade de suas seções de borda resulta em uma força vertical com sentido contrário ao do eixo y de intensidade ql e num momento nulo. A que tipo de problema da resistência dos materiais a situação em estudo corresponde?

Questão 2 – A Figura 2(a) ilustra uma barragem de seção transversal retangular, de altura L e largura $2c$. A estrutura apresenta comprimento (direção z) muito maior do que a altura e a largura. É dado o campo de tensões no plano xy da seção transversal representada na Figura 2(a). Esse campo é idêntico para todas as seções transversais presentes ao longo do eixo z, e essas seções não se deslocam na direção z. O material apresenta comportamento elástico linear, com módulo de elasticidade E e coeficiente de Poisson ν. O valor de q é constante.

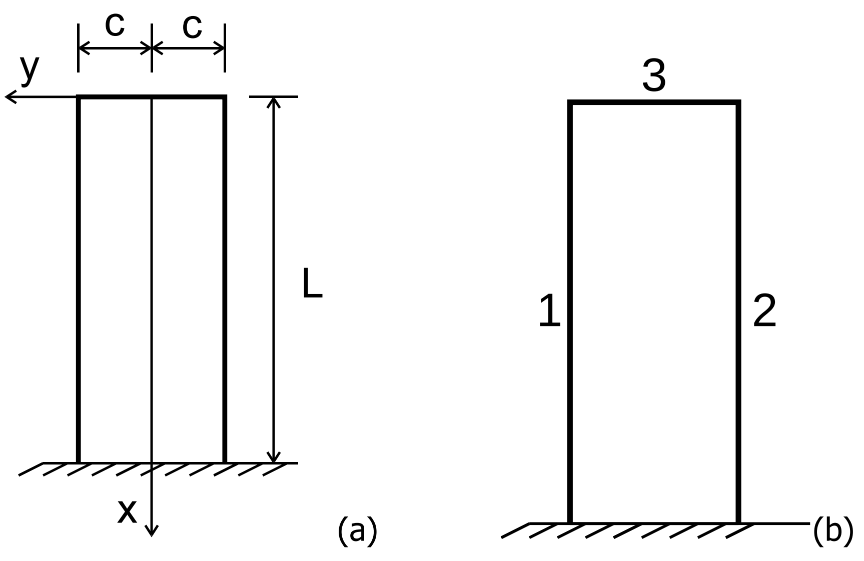


Figura 2 – (a) Seção transversal de uma barragem (b) Faces de interesse

$$\sigma_{xx} = \frac{qx^3y}{4c^3} + \frac{q}{4c^3}\left(-2xy^3 + \frac{6}{5}c^2xy\right)$$

$$\sigma_{yy} = -\frac{qx}{2} + qx\left(\frac{y^3}{4c^3} - \frac{3y}{4c}\right)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{3qx^2}{8c^3}(c^2 - y^2) - \frac{q}{8c^3}(c^4 - y^4) + \frac{3q}{20c}(c^2 - y^2)$$

Pede-se:

i. Qual a abordagem bidimensional simplificada da Teoria de Elasticidade 3D mais plausível para a modelagem desse problema? Justifique;
ii. Com base na hipótese assumida no item anterior, determinar σ_{zz}, σ_{xz} e σ_{yz} em função dos parâmetros dados (q, c, x, y);
iii. Calcular as três componentes do carregamento de volume f_x^B, f_y^B e f_z^B em equilíbrio com o campo de tensões fornecido. Justificar todas as conclusões;
iv. A Figura 2(b) ilustra três faces de interesse no contorno da barragem. Determinar os vetores de carregamentos distribuídos $\boldsymbol{f}_s$ (por unidade de comprimento) nas superfícies 1 $(y = c)$ e 2 $(y = -c)$ e representá-los graficamente. Se o vetor for nulo, indicar claramente em sua representação gráfica. Interpretar a constante q no contexto de um carregamento de pressão hidrostática;
v. Determinar o campo de carregamentos distribuídos $\boldsymbol{f}_s$ na superfície 3. Esse carregamento é nulo? Qual o valor de sua resultante (por unidade de comprimento)?
vi. Determinar o tensor das tensões, as tensões principais e as direções principais de tensão no ponto (x, y) = (L, c).